CAPÍTULO 3: FUNCIONES.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

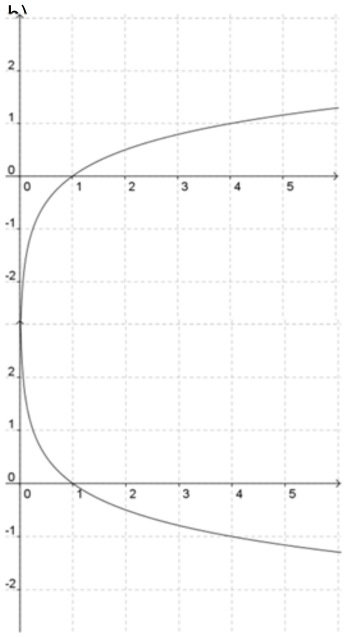
1. TIPOS DE FUNCIONES

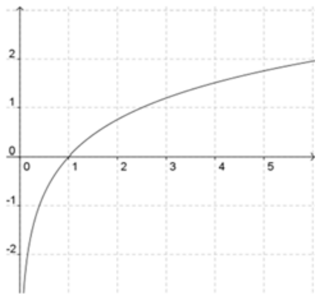
1. Realiza una tabla de valores y representa la función identidad.
2. Calcula las imágenes de los números $-3; \frac{-1}{2}; 0; 1; \sqrt{2}; \frac{3}{2}; 10$ por la función $f(x) = -x^2 + 2x - 3$.
3. Utiliza la recta anterior ($y = 3.5x + 42$) para obtener el porcentaje de curaciones esperado para una dosis de 7.3 mg.
4. Copia en tu cuaderno las siguientes gráficas de funciones e indica si el índice es par o impar en las representaciones de las siguientes funciones raíz:
5. Realiza en tu cuaderno una tabla de valores y la gráfica para un caso similar, suponiendo que el número de bacterias se duplica cada hora.
6. Vuelve a repetir otra vez el ejercicio anterior suponiendo que el número de bacterias queda dividido por 2 cada hora.

Observarás que, en el primer caso, los valores de "*y*" aumentan mucho más deprisa y enseguida *se salen del papel*. Mientras que los valores de "x" aumentan de 1 en 1 los valores de y se van multiplicando por 2. Esto se llama **crecimiento exponencial**. En el segundo caso, como en lugar de multiplicar se trata de dividir, tenemos un **decrecimiento exponencial**.

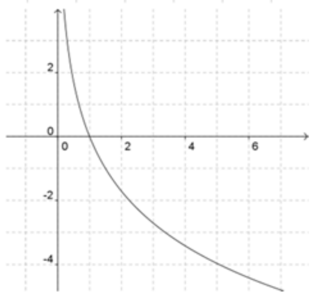
7. En tu cuaderno, representa conjuntamente las gráficas de $y = f(x) = x^2$. (función potencial) y $f(x) = 2^x$. (función exponencial), con valores de "x" entre 0 y 5. Observa la diferencia cuantitativa entre el crecimiento potencial y el crecimiento exponencial.
8. Utilizando la calculadora, haz en tu cuaderno una tabla de valores y representa las funciones $f(x) = e^x$ y $g(x) = e^{-x}$.
9. Una persona ha ingresado una cantidad de 5.000 euros a interés del 2 % en un banco, de modo que cada año su capital se multiplica por 1.02.
   a. Escribe en tu cuaderno una tabla de valores con el dinero que tendrá esta persona al cabo de 1, 2, 3, 4, 5 y 10 años.
   b. Indica la fórmula de la función que expresa el capital en función del número de años.
   c. Representa en tu cuaderno gráficamente dicha función. Piensa bien qué unidades deberás utilizar en los ejes.
10. Un determinado antibiótico hace que la cantidad de ciertas bacterias se multiplique por 1/3 cada hora. Si la cantidad a las 9 de la mañana es de 10 millones de bacterias:
    (a) Haz una tabla calculando el número de bacterias que hay cada hora, desde las 3 de la mañana a las 12 de mediodía (observa que tienes que calcular también "hacia atrás").
    (b) Representa gráficamente estos datos.
11. Representa en tu cuaderno, mediante tablas de valores, las gráficas de las siguientes funciones:
    42. a) $f(x) = \log_3 x$ b) $f(x) = \log_{1/3} x$ c) $f(x) = log_{1.5}\, x$
12. Comprueba que en todos los casos pasan por los puntos (1, 0), (a, 1) y (1/a, –1), donde a es la base.
13. Identifica las fórmulas de las siguientes funciones a partir de sus gráficas, sabiendo que son funciones logarítmicas:

a) b)





c)



14. Representa gráficamente la función valor absoluto.
15. Representa las siguientes funciones a trozos. Se indican los puntos que tienes que calcular.

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & si\ \ x<-4 \\ -x+2 & si\ \ -4\le x<0 \\ 5 & si\ \ 0\le x \end{cases}$$ Puntos: $-6; -4; -\frac{1}{2}; -0'2;\ 0;\ 1;\ \frac{3}{2};\ 4$

$$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{x} & si\ \ x<-3 \\ x & si\ \ -3\le x<2 \\ \sqrt{x} & si\ \ 2\le x \end{cases}$$ Puntos: $-5; -3; -\frac{1}{2}; -0'2;\ 0;\ 2;\ \frac{9}{4};\ 4$

16. Los datos de la tabla indican en la primera fila, los precios, en euros, por saco de naranjas, en la segunda fila, las cantidades demandadas de naranjas por semanas, y en la tercera fila, las cantidades ofrecidas:

Precio por saco (euros)	8	6	4	2
Cantidad demandada (miles de sacos por semana)	50	100	200	400
Cantidad ofrecida (miles de sacos por semana)	300	250	200	100

a) Dibuja una gráfica con los datos de esta tabla, representando en el eje vertical los precios, y en el eje horizontal las cantidades demandadas y ofrecidas. Une con un trazo continuo ambas curvas.

17. Los datos de la tabla indican en la primera fila, los precios, en euros, del alquiler de un piso de 70 m^2, en la segunda fila, la cantidad de personas que desean alquilar un piso, y en la tercera fila, los pisos vacíos en una determinada ciudad:

Precio de un piso (euros)	1500	1000	500
Cantidad demandada (personas que desean alquilar)	10	100	500
Cantidad ofrecida (pisos libres)	600	200	50

a) Dibuja una gráfica de las curvas de oferta y demanda.
b) Determina de forma aproximada el punto de equilibrio

2. OPERACIONES CON FUNCIONES

18. Realiza las operaciones indicadas con las siguientes funciones:

$$p(x)=-5x+3\ ;\ q(x)=2x^2-x+7\ ;\ r(x)=-x^3+6\ ;\ s(x)=3x^2-x$$

$$f(x)=\frac{2x-4}{x+3}\ ;\ g(x)=\frac{-3}{x}\ ;\ h(x)=\frac{x+1}{x^2}\ ;\ j(x)=\frac{-x^2}{x^2-4}$$

$$k(x)=e^{x-4}\ ;\ l(x)=2^{\frac{1}{x}}\ ;\ m(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^x\ ;\ n(x)=e^{\frac{x}{x-1}}$$

$$a(x)=L(x-2)\ ;\ b(x)=\log\left(\frac{x-1}{3}\right)\ ;\ c(x)=L\left(\frac{x^2-1}{2x+4}\right)\ ;\ d(x)=\log\left(x^3-1\right)$$

a)	$(p+q)(x)$	b)	$(q+r)(x)$
c)	$(q+r+s)(x)$	d)	$(s-q)(x)$
e)	$(q-r)(x)$	f)	$(r-p)(x)$
g)	$(f+p)(x)$	h)	$(j-f)(x)$
i)	$(g+k)(x)$	j)	$(m-a)(x)$
k)	$(b+d)(x)$	l)	$(r+m)(x)$
m)	$(p\cdot q)(x)$	n)	$(q\cdot r)(x)$
o)	$(q\cdot r:s)(x)$	p)	$(p:q)(x)$
q)	$(f\cdot p)(x)$	r)	$(j\cdot f)(x)$
s)	$(g:k)(x)$	t)	$(a\cdot b)(x)$
u)	$(p\circ q)(x)$	v)	$(a\circ b)(x)$
w)	$(r\circ s)(x)$	x)	$(f\circ p)(x)$
y)	$(j\circ f)(x)$	z)	$(g\circ k)(x)$

19. Calcula en tu cuaderno las inversas que existan de las funciones del ejercicio anterior:

$p(x) = -5x + 3 \quad ; \quad q(x) = 2x^2 - x + 7 \quad ; \quad r(x) = -x^3 + 6 \quad ; \quad s(x) = 3x^2 - x$

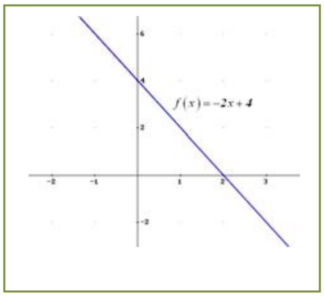
$f(x) = \dfrac{2x-4}{x+3} \quad ; \quad g(x) = \dfrac{-3}{x} \quad ; \quad h(x) = \dfrac{x+1}{x^2} \quad ; \quad j(x) = \dfrac{-x^2}{x^2-4}$

$k(x) = e^{x-4} \quad ; \quad l(x) = 2^{\frac{1}{x}} \quad ; \quad m(x) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x \quad ; \quad n(x) = e^{\frac{x}{x-1}}$

$a(x) = L(x-2) \quad ; \quad b(x) = \log\left(\dfrac{x-1}{3}\right) \quad ; \quad c(x) = L\left(\dfrac{x^2-1}{2x+4}\right) \quad ; \quad d(x) = \log\left(x^3-1\right)$

FUNCIÓN	INVERSA	FUNCIÓN	INVERSA
a) $p(x)$		*b)* $q(x)$	
c) $r(x)$		*d)* $s(x)$	
e) $f(x)$		*f)* $g(x)$	
g) $h(x)$		*h)* $j(x)$	
i) $k(x)$		*j)* $l(x)$	
k) $m(x)$		*l)* $n(x)$	
m) $a(x)$		*n)* $b(x)$	
o) $c(x)$		*p)* $d(x)$	

20. Calcula la función inversa de:



3. CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

21. Calcula en tu cuaderno el dominio de las siguientes funciones:

FUNCIÓN	DOMINIO	FUNCIÓN	DOMINIO
a) $f(x)=\frac{5x^2+1}{x^2-3}$		b) $j(x)=\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}$	
c) $g(x)=\sqrt{\frac{3x+2}{x-3}}$		d) $k(x)=\frac{2x^2-1}{x^2-4}$	
e) $h(x)=\frac{x+1}{x-1}$		f) $l(x)=\sqrt{\frac{x+2}{3-x}}$	
g) $i(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$		h) $m(x)=\sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$	

22. Calcula en tu cuaderno el dominio de cada una de las siguientes funciones:

$$p(x)=-5x+3 \quad ; \quad q(x)=\sqrt{2x^2-x+7} \quad ; \quad r(x)=\sqrt[4]{-x^3-1} \quad ; \quad s(x)=\sqrt[3]{3x^2-x}$$

$$f(x)=\frac{2x-4}{x+3} \quad ; \quad g(x)=\frac{-3}{x} \quad ; \quad h(x)=\frac{x+1}{x^2+1} \quad ; \quad j(x)=\frac{-x^2+2x}{x^2-4}$$

$$k(x)=e^{x-4} \quad ; \quad l(x)=2^{\frac{1}{x}} \quad ; \quad m(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} \quad ; \quad n(x)=e^{\frac{x}{x^2-1}}$$

$$a(x)=L(x+2) \quad ; \quad b(x)=\log\left(\frac{x^2}{4}\right) \quad ; \quad c(x)=L\left(\frac{x^2+1}{2x+4}\right) \quad ; \quad d(x)=\log\left(x^3-5\right)$$

FUNCIÓN	DOMINIO	FUNCIÓN	DOMINIO
a) $p(x)$		b) $q(x)$	
c) $r(x)$		d) $s(x)$	
e) $f(x)$		f) $g(x)$	
g) $h(x)$		h) $j(x)$	
i) $k(x)$		j) $l(x)$	
k) $m(x)$		l) $n(x)$	
m) $a(x)$		n) $b(x)$	
o) $c(x)$		p) $d(x)$	

23. Estudia la simetría del resto de las funciones trigonométricas: tangente, cotangente, secante y cosecante.

24. Calcula en tu cuaderno los puntos de corte con los ejes de las funciones siguientes:

$$p(x)=-5x+3 \quad ; \quad q(x)=\sqrt{2x^2-x+7} \quad ; \quad r(x)=\sqrt[4]{-x^3-1} \quad ; \quad s(x)=\sqrt[3]{3x^2-x} \quad ; \quad f(x)=\frac{2x-4}{x+3}$$

$$g(x)=\frac{-3}{x} \quad ; \quad h(x)=\frac{x+1}{x^2+1} \quad ; \quad j(x)=\frac{-x^2+2x}{x^2-4} \quad ; \quad k(x)=e^{x-4} \quad ; \quad l(x)=2^{\frac{1}{x}} \quad ; \quad m(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$$

$$n(x)=e^{\frac{x}{x^2-1}} \quad ; \quad a(x)=L(x+2) \quad ; \quad b(x)=\log\left(\frac{x^2}{4}\right) \quad ; \quad c(x)=L\left(\frac{x^2+1}{2x+4}\right) \quad ; \quad d(x)=\log\left(x^3-5\right)$$

FUNCIÓN	PUNTOS CORTE EJES		FUNCIÓN	PUNTOS CORTE EJES	
	Ordenadas	Abscisas		Ordenadas	Abscisas
a) $p(x)$			b) $q(x)$		
c) $r(x)$			d) $s(x)$		
e) $f(x)$			f) $g(x)$		
g) $h(x)$			h) $j(x)$		
i) $k(x)$			j) $l(x)$		
k) $m(x)$			l) $n(x)$		
m) $a(x)$			n) $b(x)$		
o) $c(x)$			p) $d(x)$		

25. Estudia las simetrías y los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

$f(x)=2^{x-24}\cdot 4^{3x+1}\cdot 8^{-x-1}-1$ $\qquad h(x)=x^3+4x$ $\qquad k(x)=e^{-2x}-22$

$g(x)=-7x^4-x^2+1$ $\qquad j(x)=\sqrt{15x-3\sqrt{-x-9}}$ $\qquad l(x)=\dfrac{1}{1+\frac{1}{x}}$

26. Calcula en tu cuaderno el signo de las siguientes funciones:

$p(x)=-5x+3$; $q(x)=\sqrt{2x^2-x+7}$; $r(x)=\sqrt[4]{-x^3-1}$; $s(x)=\sqrt[3]{3x^2-x}$

$f(x)=\dfrac{2x-4}{x+3}$; $g(x)=\dfrac{-3}{x}$; $h(x)=\dfrac{x+1}{x^2+1}$; $j(x)=\dfrac{-x^2+2x}{x^2-4}$

$k(x)=e^{x-4}$; $l(x)=2^{\frac{1}{x}}$; $m(x)=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x+1}$; $n(x)=e^{\frac{x}{x^2-1}}$

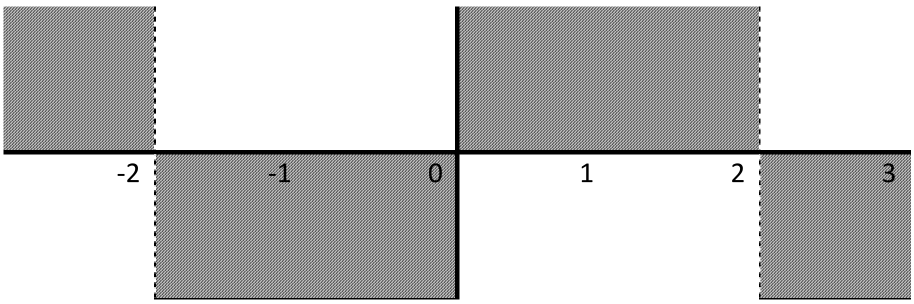
$a(x)=L(x+2)$; $b(x)=\log\left(\dfrac{x^2}{4}\right)$; $c(x)=L\left(\dfrac{x^2+1}{2x+4}\right)$; $d(x)=\log(x^3-5)$

FUNCIÓN	SIGNO		FUNCIÓN	SIGNO	
	POSITIVO	NEGATIVO		POSITIVO	NEGATIVO
a) $p(x)$			b) $q(x)$		
c) $r(x)$			d) $s(x)$		
e) $f(x)$			f) $g(x)$		
g) $h(x)$			h) $j(x)$		
i) $k(x)$			j) $l(x)$		
k) $m(x)$			l) $n(x)$		
m) $a(x)$			n) $b(x)$		
o) $c(x)$			p) $d(x)$		

27. Interpreta gráficamente los intervalos de signo del ejercicio anterior, siguiendo el ejemplo:

$$f(x)=\frac{2x}{x^2-4} \Rightarrow \begin{cases}\text{Ceros: } 2x=0 \Rightarrow x=0\\ \text{Polos: } x^2-4=0 \Rightarrow \begin{cases}x=-2\\ x=2\end{cases}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}f(-3) & -\\ f(-1) & +\\ f(1) & -\\ f(3) & +\end{cases} \Rightarrow$$

la gráfica de la función debe ir por la zona no sombreada:



EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Esboza la gráfica de la función *f*: $\Re \to \Re$ dada por $f(x)=\begin{cases} 2x+2 & \text{si } x\le -1, \\ x^3-x & \text{si } x>-1. \end{cases}$

2. Copia en tu cuaderno y realiza las operaciones indicadas con las siguientes funciones:

$p(x)=-5x+3$; $q(x)=2x^2-x+7$; $r(x)=-x^3+6$; $s(x)=3x^2-x$

$f(x)=\dfrac{2x-4}{x+3}$; $g(x)=\dfrac{-3}{x}$; $h(x)=\dfrac{x+1}{x^2}$; $j(x)=\dfrac{-x^2}{x^2-4}$

$k(x)=e^{x-4}$; $l(x)=2^{\frac{1}{x}}$; $m(x)=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$; $n(x)=e^{\frac{x}{x-1}}$

$a(x)=L(x-2)$; $b(x)=\log\left(\dfrac{x-1}{3}\right)$; $c(x)=L\left(\dfrac{x^2-1}{2x+4}\right)$; $d(x)=\log\left(x^3-1\right)$

a)	$(s+q)(x)$	b)	$(r+p)(x)$
c)	$(p-q)(x)$	d)	$(p+q+r+s)(x)$
e)	$(q-r-s)(x)$	f)	$(p-q+r-s)(x)$
g)	$(g+h)(x)$	h)	$(s-g)(x)$
i)	$(n-k)(x)$	j)	$(g+d)(x)$
k)	$(b-d)(x)$	l)	$(c+s)(x)$
m)	$(s\cdot q\cdot r)(x)$	n)	$(r\cdot p)(x)$
o)	$(q:p)(x)$	p)	$(s:q)(x)$
q)	$(g\cdot h)(x)$	r)	$(s:g)(x)$
s)	$(n\cdot k)(x)$	t)	$(g:d)(x)$
u)	$(s\circ q)(x)$	v)	$(r\circ p)(x)$
w)	$(q\circ p)(x)$	x)	$(g\circ h)(x)$
y)	$(s\circ g)(x)$	z)	$(n\circ k)(x)$

3. Considera la función *f*: $\Re \to \Re$ definida por $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$. Determina los siguientes elementos: su dominio, puntos de corte con los ejes, signo y simetrías.

4. Dibuja el recinto limitado por los semiejes positivos de coordenadas y las curvas $y=x^2+1$, $y=\dfrac{2}{x}$ e $y=x-1$.

5. Consideremos las siguientes funciones:

$f(x)=x^3-3x^2+3x-1$ $\quad h(x)=2^{-x+1}$ $\quad k(x)=2^x\cdot 30^{x-1}\cdot 12^{-x+1}$ $\quad m(x)=\sqrt[4]{-5+2x}$

$g(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x+7}}$ $\quad j(x)=L\left(x^5-1\right)$ $\quad l(x)=\dfrac{x^2-9}{x^3+7x^2+15x+9}$ $\quad n(x)=\left(4x^2-4x+1\right)^{\frac{-1}{3}}$

a) Calcula las siguientes composiciones: $f\circ h$; $g\circ h$; $g\circ j$; $k\circ h$; $g\circ h\circ j$; $m\circ j$; $l\circ h$; $m\circ h$; $j\circ h$; $l\circ m$

b) Calcula $f^{-1}(x)$, $h^{-1}(x)$, $k^{-1}(x)$, $j^{-1}(x)$, $n^{-1}(x)$ y verifica que son las inversas de $f(x)$, $h(x)$, $k(x)$, $j(x)$ y $n(x)$. ¿Por qué $g^{-1}(x)$ y $m^{-1}(x)$ no son inversas?

c) Calcula todos los dominios.

d) Calcula los puntos de corte con los ejes de todas las funciones.

6. Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde un determinado punto. La altura en metros alcanzada al cabo de *t* segundos, viene dada por $h(t)=5+4t-t^2$. Calcula la altura desde la que se lanza el objeto y a la que se encuentra después de 1 segundo. Determina en qué instante alcanzará la altura máxima y cuál es. Por último, calcula el instante en que caerá al suelo y representa gráficamente la situación con los datos obtenidos anteriormente.

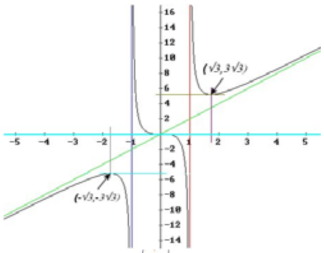
7. Considera las funciones *f*, *g*: [0, 2π] $\to \Re$, $f(x)=2\cdot sen(x)$ y $g(x)=sen(2x)$. Dibuja la región del plano limitada por las gráficas de *f* y de *g*.

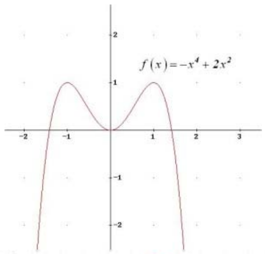
8. Sea la función dada por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Determina *a*, *b* y *c* sabiendo que es impar y que pasa por el punto (1, –2).

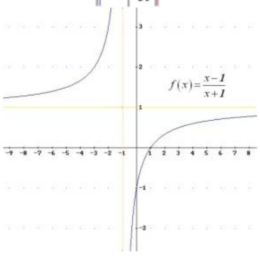
9. Sean las funciones definidas mediante $f(x) = |x(x-2)|$ y $g(x)=x+4$. Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas.
10. El gasto por el consumo de luz (en céntimos de euro) de una vivienda, en función del tiempo transcurrido (en horas), nos viene dado por la expresión $f(t) = -\frac{1}{5}t^2 + 2t + 10 \qquad 0 \le t \le 12$.

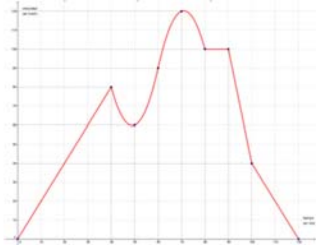
    a) Representa gráficamente la función. b) ¿Cuál es el consumo a las 6 horas? ¿Y después de 12 horas?
11. Considera la función definida por $f(x) = \frac{2\log x}{x^2}$. Calcula su dominio.
12. Dibuja el recinto limitado por las curvas $y = e^{x+2}$, $y = e^{-x}$ y $x=0$.
13. Las ganancias de una empresa, en millones de pesetas, se ajustan a la función $f(x) = \frac{50x-100}{2x+5}$, donde x representa los años de vida de la empresa, cuando $x \ge 0$. Calcula el dominio, corte con los ejes, signo y simetrías de dicha función.
14. Considera la función definida por $g(x) = |ln(x)|$ (donde ln denota el logaritmo neperiano). Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta y = 1. Calcula los puntos de corte entre ellas.
15. Calcula el dominio de las siguientes funciones: $f(x) = \frac{\mathrm{L}x}{x^2}$ ($\mathrm{L}x$ indica logaritmo neperiano de x);

    $g(x) = (1-x^3)\cos x$ y $h(x) = 4x^3 - 5x + \frac{1}{e^x}$.
16. Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si} \quad x \le 1 \\ 3x^2-12x+9 & \text{si} \quad 1 < x \le 3 \\ -2x^2+16x-30 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$. Dibuja su gráfica y, a la vista de ella, indica su dominio, sus puntos de corte con los ejes y su signo.
17. Estudia el dominio, puntos de corte con los ejes y signo de las siguientes funciones:

a) 

b) 

c) 

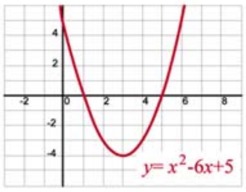
d) 

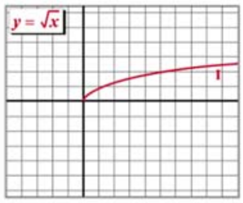
18. El estudio de la rentabilidad de una empresa revela que una inversión de x millones de euros produce una ganancia de $f(x)$ millones de €, siendo: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{50} + \frac{8x}{25} - \frac{8}{5} & \text{si } 0 \le x \le 5 \\ \frac{5}{2x} & \text{si } x > 5 \end{cases}$. Razona cuál es el rango de valores de la variable, los puntos problemáticos de cada una de las fórmulas y, finalmente, el dominio de la función.
19. Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba de modo que la altura "h" (en metros) a la que se encuentra en cada instante "t" (en segundos) viene dada por la expresión $h(t) = -5t^2 + 40t$.

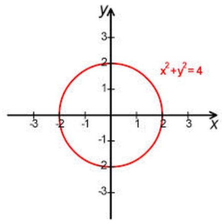
    a) ¿En qué instante alcanza la altura máxima? ¿Cuál es esa altura?
    b) Represente gráficamente la función *h(t)*.
    c) ¿En qué momento de su caída se encuentra el objeto a 60 metros de altura?
    d) ¿En qué instante llega al suelo?

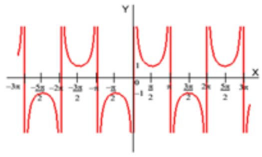
AUTOEVALUACIÓN

1. Señala cuál de las siguientes gráficas no corresponde a una función:

a) 

b) 

c) 

d) 

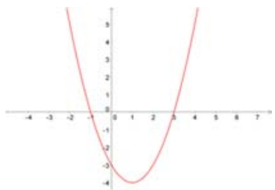
2. La fórmula de la composición fog de las funciones $f(x) = 2x - 1$ y $g(x) = -x^2 + 2$ es:

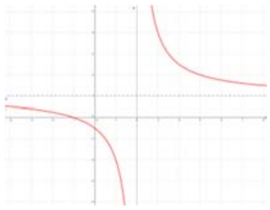
a) $-2x^2 + 3$ b) $2x^2 - 3$ c) $-4x^2 + 4x + 1$ d) $4x^2 - 4x - 1$

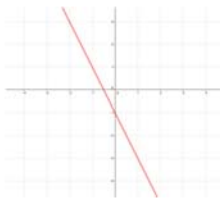
3. La fórmula de la función inversa o recíproca de $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ es:

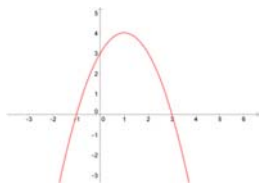
a) $\frac{x+2}{x-1}$ b) $\frac{-x+1}{x+2}$ c) $\frac{2x+1}{x-1}$ d) $\frac{-2x-1}{x-1}$

4. La gráfica de la función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ es:

a) 

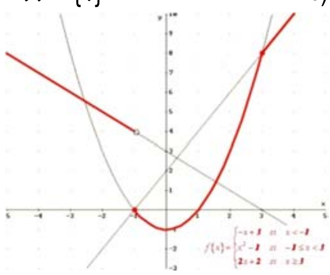
b) 

c) 

d) 

5. El dominio de la función $f(x) = e^{\frac{x}{x^2-1}}$ es:

a) $\Re$ b) $\Re - \{1\}$ c) $\Re - \{-1, 1\}$ d) $\Re - \{0\}$

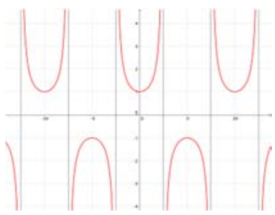
6. El recorrido de la función  es:

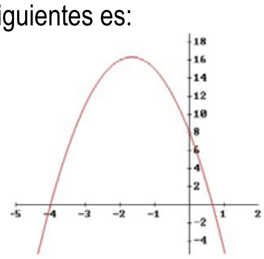
a) $[-1, \infty[$ b) $]-1, \infty[$ c) $]-\infty, -1]$ d) $\Re - \{4\}$

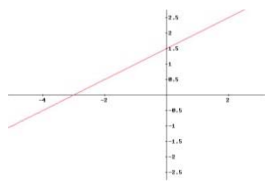
7. Los puntos de corte con el eje de abscisas de la función $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 3)$ son:

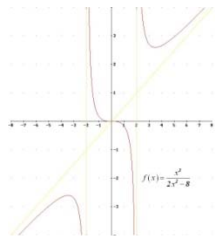
a) No tiene b) $(1, 0); (2, 0)$ c) $(-1, 0); (2, 0)$ d) $(0, \ln 3)$

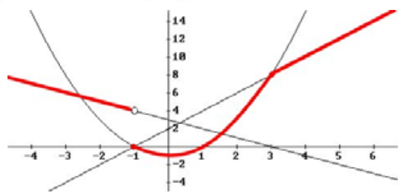
8. La única función impar entre las siguientes es:

a) 

b) 

c) 

d) 

9. El intervalo donde la función  es negativa es:

a) $]-1, 1[$ b) $]-\infty, -1[$ c) $]-\infty, 1]$ d) $]-\infty, 0[$

RESUMEN

TIPOS DE FUNCIONES		FÓRMULA
ALGEBRAICAS	*Polinómicas*	Polinomio
	Racionales	Cociente de polinomios
	Irracionales	Raíz de una racional
TRASCENDENTES	*Exponenciales*	Exponencial (variable en el exponente)
	Logarítmicas	Logaritmo (variable como argumento de un logaritmo)
	Trigonométricas	Trigonométrica (variable como argumento de una razón trigonométrica)
DEFINIDAS A TROZOS		Varias fórmulas dependiendo de los valores de la variable

OPERACIÓN	EJEMPLO: $f(x)=\frac{2}{x}$; $g(x)=\frac{-3x}{x+1}$		
Función suma $f+g$ $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$ $(f+g)(x)=\frac{-3x^2+2x+2}{x\cdot(x+1)}$	Función resta $f-g$ $(f-g)(x)=f(x)-g(x)$ $(f-g)(x)=\frac{3x^2+2x+2}{x\cdot(x+1)}$	Función producto $f\cdot g$: $(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$ $(f\cdot g)(x)=\frac{-6}{x+1}$	Función cociente f/g : $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)},\quad g(x)\neq 0$ $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{2x+2}{-3x^2}$
Función compuesta	$\underbrace{f\circ g}_{g \text{ compuesto con } f}$ (se lee primero la función que actúa antes, NO de izquierda a derecha) $\Rightarrow (f\circ g)(x)=f(g(x))=f\left(\frac{-3x}{x+1}\right) \underset{\text{ponemos } g(x)=\frac{-3x}{x+1}}{\overset{\text{donde ponga } x \text{ en } f,}{=}} \frac{2}{\left(\frac{-3x}{x+1}\right)}=\frac{2x+2}{-3x}$ $\underbrace{g\circ f}_{f \text{ compuesto con } g}$ (se lee primero la función que actúa antes, NO de izquierda a derecha) $\Rightarrow (g\circ f)(x)=g(f(x))=g\left(\frac{2}{x}\right) \underset{\text{ponemos } f(x)=\frac{2}{x}}{\overset{\text{donde ponga } x \text{ en } g,}{=}} \frac{-3\cdot\left(\frac{2}{x}\right)}{\left(\frac{2}{x}\right)+1}=\frac{\frac{-6}{\cancel{x}}}{\frac{2+x}{\cancel{x}}}=\frac{-6}{x+2}$		
Función inversa f^{-1} : $\begin{cases} f\circ f^{-1}=I \\ f^{-1}\circ f=I \end{cases}$ Si existe, la inversa es única y su gráfica y la de la función son simétricas respecto a la de la función identidad.	1º Llamamos y a $f(x)$ 2º Despejamos x en función de y 3º Cambiamos los papeles de x e y	$g(x)=y=\frac{-3x}{x+1} \Rightarrow y\cdot(x+1)=-3x \Rightarrow$ $\Rightarrow yx+y=-3x \Rightarrow yx+3x=-y \Rightarrow$ $\Rightarrow x(y+3)=-y \Rightarrow x=\frac{-y}{y+3}$ $\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-x}{x+3}$	

CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES			
1) Dominio	Conjunto de valores que <u>tienen</u> imagen.		
2) Puntos de corte con los ejes	Ordenadas (OY)	$\exists f(0) \Rightarrow (0, f(0))$	Operación numérica
		$\nexists f(0) \Rightarrow$ No hay	Nada
	Abscisas (OX) -CEROS-	$f(x)=0 \Rightarrow x_1, x_2, \ldots \Rightarrow (x_1,0);(x_2,0);\ldots$	Ecuación
3) Simetría	Par	$f(-x)=f(x)$	Operación algebraica
	Impar	$f(-x)=-f(x)$	

FAMILIAS DE FUNCIONES		Racional	Irracional: Índice par	Irracional: Índice impar	Exponencial	Logarítmica	Definida a trozos
Dominio (D)		$\Re$ – {polos}	$\{x \in \Re;$ radicando $\geq 0\}$	$\Re$ – {puntos problemáticos radicando}	$\Re$ – {puntos problemáticos exponente}	$\{x \in \Re;$ argumento $> 0\}$	-Valores de la variable -Puntos problemáticos de cada fórmula $\Re$ – {valores que no toma la variable y puntos problemáticos incluidos en el rango}
Puntos de corte con los ejes	OY	$(0, f(0))$ si $0 \in Dom\, f$	$(0, f(0))$ si $0 \in Dom\, f$	$(0, f(0))$ si $0 \in Dom\, f$	$(0, f(0))$ si $0 \in Dom\, f$	$(0, f(0))$ si $0 \in Dom\, f$	$(0, f(0))$ si $0 \in Dom\, f$ sustituyendo en la fórmula cuyo rango contiene al 0
	OX	Numerador = 0	Radicando = 0	Radicando = 0	No hay	Argumento = 1	-Cada fórmula = 0 -Soluciones que pertenecen a su rango
Signo		-Ceros y polos -Estudio del signo en la recta real	Positivo siempre salvo en los ceros	Signo del radicando	Positivo en todo su dominio	$0<a<1$: argumento<1: + argumento>1: - a>1: argumento<1: - argumento>1: +	-Ceros, polos y puntos donde cambia la definición -Estudio del signo en la recta real
Simetría	PAR	Todos los grados pares o impares	Nunca	Simetría del radicando	Argumento par	Argumento par	Es tan infrecuente la simetría en este tipo de funciones que no merece la pena estudiarla
	IMPAR	Todos los grados del n^{dor} pares y del d^{dor} impares o viceversa			Nunca	Nunca	

CARACTERÍSTICAS		$0 < a < 1$: a^x	$0 < a < 1$: $\log_a x$	$a > 1$: a^x	$a > 1$: $\log_a x$
Dominio		$\Re = (-\infty, \infty)$	$\Re^+ = (0, \infty)$	$\Re = (-\infty, \infty)$	$\Re^+ = (0, \infty)$
Recorrido		$\Re^+ = (0, \infty)$	$\Re = (-\infty, \infty)$	$\Re^+ = (0, \infty)$	$\Re = (-\infty, \infty)$
Puntos de corte con los ejes	*Ordenadas*	(0, 1)	~~(0, 1)~~	(0, 1)	
	Abscisas		(1, 0)		(1, 0)
Signo	*Positivo*	$\Re = (-\infty, \infty)$	(0, 1)	$\Re = (-\infty, \infty)$	$(1, \infty)$
	Negativo		$(1, \infty)$		(0, 1)
Simetría					

DIBUJO