

Unidad 2: Boletín

1.- Tasa de variación media

- 1.- Para la función $f(x)=\sqrt{x+4}$ calcula su TVM en los intervalos $[0;1]$, $[0;0,01]$ y $[0;0,001]$ ¿Puedes dar una estimación de su tasa de variación instantánea?
- 2.- Una enfermedad se ha expandido durante los últimos tres meses según la función $f(t)=3t^2-t^3$, que mide los contagios en función del mes.
- a) Representa con ayuda de GeoGebra la función y calcula la TVM para dos primeros meses y para el último. ¿Qué observas?
- b) Analizando la tasa de crecimiento de la enfermedad durante los tres meses, ¿se puede decir que la enfermedad ha sido controlada por completo?

2.- Derivada de una función en un punto

- 3.- Calcula si es posible la derivada de las siguientes funciones.
- a) $f(x)=x^2-3x$ en $x=-1$ y $x=2$
- b) $f(x)=x^3+x-5$ en $x=0$ y $x=5$
- c) $f(x)=x^2-5$ en $x=-2$ y $x=2$
- 4.- Aplicando la definición, halla las siguientes derivadas en los puntos indicados
- a) $f(x)=2x^2-3x$ en $x=0$
- b) $f(x)=x^3$ en $P(1,1)$
- c) $f(x)=\frac{2}{x}$ en $x=4$

3.- Interpretación geométrica de la derivada

- 5.- Halla la ecuación de las rectas tangentes a la curva $y=x^4-2x^2-x$ en los puntos $A(-1,0)$ y $B(1,-2)$
- 6.- Calcula los puntos de corte con los ejes de la tangente a la curva $y=\frac{1}{x-1}$ en el punto $P(2,1)$. Si A y B son dichos puntos, ¿qué relación hay entre las longitudes de los segmentos AP y PB?
- 7.- Halla en qué puntos la recta tangente a la curva $y=x^3-5x^2+3x-2$ es horizontal y calcula, en cada caso, la ecuación de dicha tangente.
- 8.- Halla la recta tangente a la curva $f(x)=\sin x$ en el origen de coordenadas

4.- Cálculo de derivadas

9.- Calcula la derivada de las siguientes **funciones elementales**.

a) $f(x)=5$ b) $f(x)=5x$ c) $f(x)=x^{10}$ d) $f(x)=\sqrt{x}$

e) $f(x)=\sqrt[5]{x}$ f) $f(x)=e^x$ g) $f(x)=7x^2$ h) $f(x)=3^x$

i) $f(x)=\log_3 x$

10.- Calcula la derivada de las siguientes **sumas de funciones**.

a) $f(x)=3x^2+1$ b) $f(x)=8x^4+x^3-2x$ c) $f(x)=x^3+\operatorname{sen} x$

d) $f(x)=3\cos x+\ln x$ e) $f(x)=x-\operatorname{tg} x$ f) $f(x)=5x^5-\arccos x$

g) $f(x)=\sqrt{x^3}-\sqrt[3]{x^5}$ h) $f(x)=\frac{-2}{3}\sqrt{x^3}-\sqrt{15x}-\sqrt[3]{x^5}$ i) $f(x)=e^x-\cos x+\operatorname{arctg} x$

11.- Calcula la derivada de los siguientes **productos de funciones**.

a) $f(x)=x^2 \cdot \operatorname{sen} x$ b) $f(x)=e^x \cdot \cos x$ c) $f(x)=(x^5+3) \cdot (x+1)$ d) $f(x)=(x^2+x-1) \cdot (e^x)$

12.- Calcula la derivada de los siguientes **cocientes de funciones**.

a) $f(x)=\frac{\operatorname{sen} x}{x^2}$ b) $f(x)=\frac{5x^4-3x^3}{x-1}$ c) $f(x)=\frac{4^x}{x^3}$ d) $f(x)=\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

e) $f(x)=\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{\operatorname{sen} x}$ f) $f(x)=\frac{x^2 \cdot \operatorname{tg} x}{e^x}$ g) $f(x)=\frac{2^x \cdot x^2}{\ln x}$

13.- Calcula la derivada de las siguientes funciones usando la **regla de la cadena**.

a) $f(x)=(x+1)^3$ b) $f(x)=\ln x^2$ c) $f(x)=e^{x^2-5x+3}$

d) $f(x)=\cos(3^x)$ e) $f(x)=\operatorname{sen}\left(1-\frac{1}{x}\right)$ f) $f(x)=\sqrt{\ln(\operatorname{sen} x)}$

g) $f(x)=\ln(4x^2 \cdot \cos x)$ h) $f(x)=e^{x^2}-\tan(x^3-1)$ i) $f(x)=\frac{1+\operatorname{sen}^2 x}{x}$

j) $f(x)=\operatorname{arcsen}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ k) $f(x)=\ln(\ln x)+\operatorname{arctg}(x^3-1)$

14.- Calcula las siguientes derivadas.

a) $f(x) = \sqrt{3}$

b) $f(x) = 5x^4 + 2x^3 + 7x^2$

c) $f(x) = x^4 - 3x$

d) $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{4} - \frac{1}{6}$

e) $f(x) = (x^4 + 3x^2) \cdot (2 - 6x - x^2)$

f) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

g) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 5}$

h) $f(x) = \frac{x^3 - x + 3}{x^2 + 2x - 1}$

i) $f(x) = (x - 1)^5$

j) $f(x) = (x^3 - 2x^2 + x - 3)^6$

k) $f(x) = (2x^2 - 1) \cdot (x^3 + 4x - 2)^4$

l) $f(x) = \sqrt{x^3 - 2}$

m) $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x}}{2x - 1} \right)^3$

n) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot \sqrt{5x - 4}$

o) $f(x) = \sqrt{(3x - 5)^5 - 1}$

p) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{(3x - 1)^2}$

r) $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 7x - 3)$

s) $f(x) = e^{3x^3 - 5x + 1}$

t) $f(x) = \frac{e^{x^3} + x^3}{x}$

u) $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^x$

v) $f(x) = 7^{2x}$

w) $f(x) = 2^{\sqrt{x}}$

x) $f(x) = 3^{x^3 - x}$

y) $f(x) = e^x \cdot \ln x$

z) $f(x) = \ln e^x$

15.- Calcula las siguientes derivadas.

a) $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

b) $f(x) = \frac{2^x - x}{3^x}$

c) $f(x) = \frac{x \cdot e^x}{\ln x}$

d) $f(x) = \ln(x^3 - 2x - 1)$

e) $f(x) = \log_2(3x^2 - 1)$

f) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln(7x^2)$

g) $f(x) = 5x \cdot \log_5 x^4$

h) $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 5}x)$

i) $f(x) = \sin(x^2 + e^{2x})$

j) $f(x) = \sqrt{\cos x}$

k) $f(x) = \sin(5x^2 - 2x + 1)$

l) $f(x) = 2\sin(x^2 + 1)$

m) $f(x) = x \cdot \cos(3x - 2)$

n) $f(x) = \frac{x + \sin x}{\cos(4x)}$

o) $f(x) = \tan^2(2x)$

p) $f(x) = \sin x \cdot \tan(x^2)$

r) $f(x) = \arcsin(e^x)$

s) $f(x) = \arctg(1 + x^2)$

t) $f(x) = \sqrt{\arccos x}$

u) $f(x) = \ln(\sin x + \arcsin x)$

16.- Calcula los siguientes límites usando la regla de l'hôpital.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{x \sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^3 - 1}$