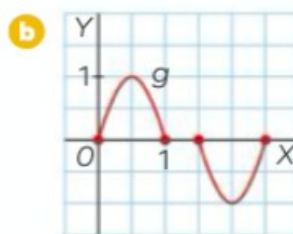
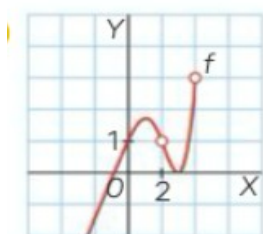


## Unidad 1: Boletín

### 1.- Funciones

1.- Determina el dominio y recorrido de las siguientes funciones.



2.- Determina el dominio de las siguientes funciones:

- |                                      |                                      |                                              |
|--------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------------|
| a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$            | f) $f(x) = \sqrt{3x^2 - 14x - 5}$    | k) $f(x) = \log(25 - x^2)$                   |
| b) $f(x) = (x - 2)^2$                | g) $f(x) = \sqrt{2x - 12}$           | l) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 2}$               |
| c) $f(x) = \frac{2x + 3}{3x^2 + 5x}$ | h) $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2}$         | m) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x + 2}}$     |
| d) $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4}$        | i) $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - 14x - 5}$ | n) $f(x) = \sqrt{(x - 1)(2x + 3)}$           |
| e) $f(x) = \frac{7x}{x - 2}$         | j) $f(x) = \log(x - 3)$              | o) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x - 1)(2x + 3)}}$ |

3.- Dibuja una posible gráfica para la función  $f$  siendo  $Dom(f) = [0, 1] \cup [5, 7]$  y  $Rec(f) = [0, 2]$ .

4.- Representa las siguientes funciones:

- |                                                                                              |                                                                                                  |                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ | b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9 & \text{si } x < 3 \\ -x + 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ | c) $f(x) = \begin{cases} -x + 4 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 4x + 4 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 5 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

5.- Transforma las siguientes funciones con valor absoluto en funciones a trozos:

- |                                                                                                                               |                     |                     |                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|
| a) $f(x) =  x + 1 $                                                                                                           | b) $f(x) =  1 - x $ | c) $f(x) =  x - 2 $ | d) $f(x) =  x - 5  + 3$ |
| e) $f(x) =  4 - x  - 1$ f) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ x - 1 } & \text{si } x \neq 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases}$ |                     |                     |                         |

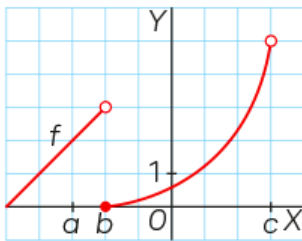
6.- Sean  $f(x)=x^2-x-2$  ,  $h(x)=\frac{1}{x^2-4}$  y  $t(x)=1-x^2$  , calcula:

- a)  $(f-t)(x)$       b)  $(f \circ t)(x)$       c)  $t^{-1}(x)$   
d)  $(t \circ h)(x)$       e)  $h^{-1}(x)$       f)  $(f \circ t^{-1})(x)$

7.- Dadas las funciones  $f(x)=\sqrt{x-1}$  y  $g(x)=\frac{1}{x-3}$  , calcula:

- a)  $f^{-1}(x)$       b)  $g^{-1}(x)$       c)  $(f \circ g)(x)$   
d)  $(g \circ f)(x)$       e)  $(f \circ g^{-1})(x)$       f)  $(g \circ f \circ f^{-1})(x)$

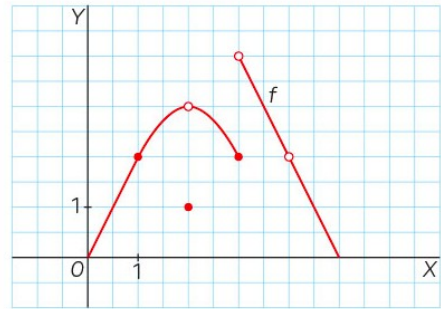
## 2.- Límites de funciones



8.- Dada la función de la figura, calcula  $f(a)$ ,  $f(b)$ ,  $f(c)$ , los límites laterales y el límite de  $f$  en  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

9.- Calcula:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$     b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$     c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$     d)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$   
e)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$     f)  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$     g)  $f(0)$       h)  $f(1)$   
i)  $f(2)$           j)  $f(3)$           k)  $f(4)$       l)  $f(5)$



10.- Calcula los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 - 4x - 5$     b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{3x+2}$     c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x-3}$     d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{2-x}$   
e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{2-x}$     f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2-2x+1}$     g)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^4-3x}{x^3-2x^2}$     h)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^4-3x}{x^3-2x^2}$   
i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-3x}{x^3-2x^2}$     j)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{x^2-x}$     k)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-1}{x^2-x}$     l)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x^2-2x+1}$   
m)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4-3x}{x^3-2x^2}$     n)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2}$     o)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x+2}{7-x}$     p)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+1}{(x+1)^4}$   
q)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x-3}$     r)  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x+1}{(5-x)^3}$     s)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{(x-4)^2}$

11.- Calcula los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2+1}$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+1}{3x-2}$       c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3+3x^2-1}{2x^3+8}$       d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x-7}$
- e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{2^x}$       f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^{-x}}{2}$       g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5+1}{3x^7-1}$       h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-2x}{7x^2+1}$
- i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{2^{-x}}$       j)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{2x+5}$       k)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3}{7x-2}$       l)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-x}{x+5}$
- m)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-2x}{x^2+1}$       n)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x^2+5}$       o)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x^2-4}$       p)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{4x^2-3}$
- q)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3-x^2}{x^5+x^2}$

12.- Calcula los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-x+3}{2-x^2-2x^3}$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x+6}$       c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{\sqrt{4x^2-x+2}}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3-3x^2-3}}{2x+1}$       e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3+3x^2}}{x+5}$       f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-6}{\sqrt[5]{x^{13}-x^5}}$
- g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-2}$       h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{3x} - \frac{3}{2x+1} \right)$       i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right)$
- j)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$       k)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-4}$       l)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4x+4}{x^2-x-2}$

13.- Calcula los siguientes límites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^x$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x+5} \right)^{x+1}$       c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-1}{x^2} \right)^x$
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2-1}{2x^2+1} \right)^{x^2-3}$       e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-3}{4x+1} \right)^{\frac{5x^2-1}{4x+2}}$       f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x+4} \right)^{\frac{x^2}{x+5}}$

### 3.- Continuidad

14.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^2 - 1$                       b)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$                       c)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$   
d)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$                       e)  $f(x) = \frac{3x-6}{x^2+1}$

15.- Encuentra el mayor conjunto de números reales donde sean continuas las siguientes funciones

a)  $f(x) = 2x^3 - 5x$                       b)  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$                       c)  $f(x) = \frac{3x+7}{x-2}$   
d)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+5x+4}$                       e)  $f(x) = \sqrt{x^2+x+5}$                       f)  $f(x) = \sqrt{9x^2-4}$

16.- Halla el valor de k para que la  $f$  sea continua en  $x=1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} & \text{si } x \neq 1 \text{ y } x \neq 2 \\ 2k+1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

17.- Dada la función  $f(x) = \frac{x^3+3x^2-x+3}{x^2-1}$ .

a) Estudia su continuidad

b) ¿Qué valores hay que adjudicar a  $f(1)$  y  $f(-1)$  para que la función sea continua en  $\mathbb{R}$  ?

18.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \begin{cases} 2x+6 & \text{si } x < 1 \\ x+7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$                       b)  $f(x) = \begin{cases} 2x+6 & \text{si } x < 1 \\ x-7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$   
c)  $f(x) = 5 - |2x-6|$                       d)  $f(x) = \begin{cases} |x+2| & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ 2x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

19.- Determina a y b para que la función sea continua en todo  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x-5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

20.- Determina m y n para que la función sea continua en todo  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x \leq 0 \\ mx+n & \text{si } 0 < x < 2 \\ -1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

21.- Sea la siguiente función  $f(x) = \begin{cases} ax+3 & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{2x-1}{x+15}} & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & x > 1 \end{cases}$

a) Comprueba que es continua en 1

b) Calcula el valor de a para que sea continua en  $\frac{1}{2}$

#### 4.- Asíntotas

22.- Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$    b)  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2+1}$    c)  $f(x) = \frac{3}{x+5}$    d)  $f(x) = \frac{x^3+2x+7}{x^2+x+1}$

e)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^3+1}}{\sqrt{x}}$    f)  $f(x) = \sqrt{x^2+3}$    g)  $f(x) = 2x-3+\frac{5}{x-4}$    h)  $f(x) = x - \frac{x^2}{x-3}$

23.- Sea la función  $f(x) = a + \frac{b}{x+c}$  con a, b y c números reales. Calcúlalos sabiendo que:

- La gráfica de f presenta en  $-\infty$  una asíntota horizontal de ecuación  $y = -2$ .
- La gráfica de f presenta en  $x = 1$  una asíntota vertical.
- El punto (6, 3) pertenece a la gráfica de f.