

Contenidos:

- Axiomática de Kolmogorov. Asignación de probabilidades a sucesos. Regla de Laplace.
- Experimentos simples y compuestos. Diagramas de árbol y tablas de contingencia. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos.
- Teoremas de probabilidad total y de Bayes.
- Aplicación del cálculo de probabilidades a la resolución de problemas en contextos relacionados con las ciencias sociales.

PROBABILIDAD:

- **Experimento Aleatorio:** es aquello cuyo resultado depende del azar.
- **Espacio Muestral:** E es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.
- **Suceso.** Es cualquier subconjunto de E .
 - Los elementos de E son los **Sucesos Elementales**.
 - $\emptyset$ es el **suceso imposible**: Nunca ocurre.
 - E es el **suceso seguro**: Siempre ocurre.
- **Operaciones con Sucesos:**
 - UNIÓN: $A \cup B$
 - INTERSECCIÓN: $A \cap B$
 - DIFERENCIA: $A - B$
- **Complementario de A** es el suceso $\bar{A} = E - A$, también se llama contrario de A y se verifica cuando no se verifica A .
- **Sucesos Incompatibles:** A y B se dicen incompatibles si $A \cap B = \emptyset$.

Propiedades de las Operaciones con Sucesos:

DISTRIBUTIVAS: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

DE SIMPLIFICACIÓN: $A \cup (B \cap A) = A$ $A \cap (B \cup A) = A$

COMPLEMENTARIO: $\bar{\bar{A}} = A$ DIFERENCIA $A - B = A \cap \bar{B}$

LEYES DE MORGAN: $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Probabilidad:

El resultado de un experimento aleatorio que depende del azar: no puede predecirse. Sin embargo, si repetimos la experiencia N veces, cuando el número de repeticiones tiende a infinito ($N \rightarrow \infty$), la frecuencia relativa de un suceso S se aproxima a un número al que llamaremos probabilidad de S .

$$P(S) = \lim_{N \rightarrow \infty} f_r(S) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{f(S)}{N} \quad (\text{Ley de los Grandes Números})$$

La probabilidad es una función tal que a cada suceso le hace corresponder un número y que debe cumplir los siguientes:

AXIOMAS:

- $P(S) \geq 0$ para cualquier suceso S
- Si $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(E) = 1$

Cualquier función P que cumpla estos axiomas se dice que es una función de probabilidad. Además, se cumplen los siguientes Teoremas:

1. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
2. $P(\emptyset) = 0$
3. Si $A \subset B \Rightarrow P(B) = P(A) + P(B - A)$
4. Si $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
5. Si $A_1, A_2, \dots, A_K$ son sucesos incompatibles dos a dos $\Rightarrow$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_K) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_K)$$
6. En general, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
7. Si E es un espacio muestral finito y un suceso $S = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ entonces,

$$P(S) = P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_k)$$
8. $P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad P(\overline{A \cap B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B})$

En la práctica, para asignar la probabilidad a un suceso:

- a) Se repite la experiencia un número elevado de veces y se toma un valor aproximado de la frecuencia relativa o bien,
- a) Si todos los sucesos son equiprobables, puede aplicarse la Ley de Laplace:

$$P(S) = \frac{n^\circ \text{ de casos favorables a } S}{n^\circ \text{ de casos posibles}}$$

Experimentos compuestos: Son las formadas por varias experiencias simples.

Pueden ser: Independientes (el resultado de una no influye en la otra) y dependientes (el resultado de una influye en la otra).

Probabilidad condicionada:

Dados dos sucesos A y C, se llama probabilidad de A condicionada a C y se escribe $P(A|C)$ a la probabilidad de que ocurra el suceso A sabiendo que ha ocurrido el suceso C. Mide la proporción de veces que ocurre A de entre las veces que ocurre C.

$$P(A/C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} \quad \text{Es decir: } P(A \cap C) = P(C) \cdot P(A/C)$$

$$\text{o bien } P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C/A)$$

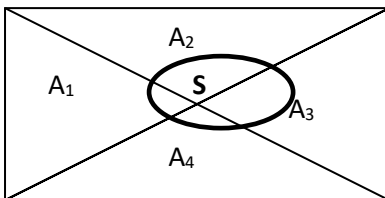
Def: Dos sucesos A y C son independientes si $P(A/C) = P(A)$ y $P(C/A) = P(C)$.

$A \text{ y } B \text{ son sucesos independientes si } P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$

Probabilidad total:

Dados n sucesos incompatibles dos a dos y tales que su unión sea el espacio muestral:

$$\text{Es decir: } A_i \cap A_j = \emptyset \quad \text{y} \quad A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = E$$



Para cualquier suceso S se cumple que:

$$P(S) = P(A_1) \cdot P(S/A_1) + P(A_2) \cdot P(S/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(S/A_n)$$

Probabilidad a posteriori: Fórmula de Bayes.

En las mismas condiciones de pruebas sucesivas, como $P(A/S) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)}$ resulta:

$$P(A_i/S) = \frac{P(A_i) \cdot P(S/A_i)}{P(A_1) \cdot P(S/A_1) + P(A_2) \cdot P(S/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(S/A_n)}$$