

Unidade 4 – Análise de funcións - Exercicios

	Función constante	Función lineal	Función potencia	Función irracional	Funcións exponenciais		Funcións logarítmicas	
Función	$f(x)=k$	$f(x)=mx$	$f(x)=x^n$	$f(x)=\sqrt[n]{x}=x^{\frac{1}{n}}$	$f(x)=e^x$	$f(x)=a^x$	$f(x)=\ln x$	$f(x)=\log_a x$
Función derivada	$\frac{d}{dx} k=0$	$\frac{d}{dx} mx=m$	$\frac{d}{dx} x^n=n \cdot x^{n-1}$	$\frac{d}{dx} x^{\frac{1}{n}}=\frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1}{n}-1}$	$\frac{d}{dx} e^x=e^x$	$\frac{d}{dx} a^x=\ln a \cdot a^x$	$\frac{d}{dx} \ln x=\frac{1}{x}$	$\frac{d}{dx} \log_a x=\frac{1}{x \cdot \ln a}$

	Producto de número e función	Suma de funcións	Produto de funcións	Cociente de funcións	Función de función = Regra da cadea
Función	$k \cdot f$	$f+g$	$f \cdot g$	$\frac{f}{g}$	$f(g)=f \circ g$
Función derivada	$D(k \cdot f)=k \cdot f'$	$D(f+g)=f'+g'$	$D(f \cdot g)=f' \cdot g+f \cdot g'$	$D\left(\frac{f}{g}\right)=\frac{f' \cdot g-f \cdot g'}{g^2}$	$D[f(g)]=f'(g) \cdot g'$

1 - Repaso do cálculo de derivadas

3 Calcula a función derivada de cada unha destas funcións (PAU 2025 España):

$$\begin{aligned}
 \text{a) } N(t) &= \begin{cases} 5000 \cdot (1+0.05t) & 0 \leq t \leq 1 \\ 5000 \cdot 1.05^t & \text{se } t > 1 \end{cases} & \text{b) } N(t) &= 500\,000 \cdot (1 - e^{-0.2t}); \quad t > 0 & \text{c) } B(t) &= \frac{800\,000}{(t-1)^2+2}, \quad t \geq 0 \\
 \text{d) } f(t) &= \begin{cases} \frac{5}{6} \left(\frac{t^3}{3} - 12t^2 + 108t + 108 \right) & 0 \leq t \leq 12 \\ t^2 - 40t + 546 & 12 < t \leq 24 \end{cases} & \text{e) } c(x) &= \frac{x+10}{50}, \quad 0 < x < 100 & \text{f) } c(t) &= \frac{3}{2} \left(t - \frac{t^2}{2} \right)
 \end{aligned}$$

4 Calcula a función derivada de cada unha destas funcións:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } y &= \frac{3}{4} \sqrt[3]{4x} & \text{b) } f(x) &= \sqrt{2x} + 2\sqrt{x} & \text{c) } y &= x \cdot \sqrt{x^2-1} & \text{d) } f(x) &= \ln(x^3+1) & \text{e) } y &= \log \sqrt{x} \\
 \Rightarrow f'(x) &= \frac{1}{\sqrt[3]{(4x)^2}} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2-1}} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{3x^2}{x^3+1} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{1}{2x \cdot \ln(10)} \\
 \text{f) } f(x) &= x^2 \cdot e^{2x+1} \Rightarrow f'(x) = (2x+2x^2) \cdot e^{2x+1} & \text{g) } f(x) &= 3x^2 \cdot \sqrt{x^2+1} & \text{h) } f(x) &= x^3 \cdot e^{-3x} \Rightarrow f'(x) = (-3x^3+3x^2) \cdot e^{-3x} & \text{i) } f(x) &= \sqrt{\ln x} & \text{j) } f(x) &= \ln \sqrt{x} \\
 \Rightarrow f'(x) &= 2x \cdot \sqrt{x^2+1} & \Rightarrow f'(x) &= 3 \cdot \frac{3x^3+2x}{\sqrt{x^2+1}} & \Rightarrow f'(x) &= (-3x^3+3x^2) \cdot e^{-3x} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{1}{2x \cdot \sqrt{\ln x}} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{1}{2x} \\
 \text{k) } f(x) &= \frac{\ln x^2}{x} & \text{l) } y &= \sqrt[3]{2x-5} & \text{m) } f(x) &= 2x^2 \cdot \sqrt{2-x} & \text{n) } y &= \frac{-8}{(t+3)^3} & \text{o) } y &= \frac{a^2-x^2}{a^2+x^2} \\
 \Rightarrow f'(x) &= \frac{2-\ln(x^2)}{x^2} & \Rightarrow y' &= \frac{2}{3 \cdot (2x-5)^{\frac{2}{3}}} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{-5x^2+8x}{\sqrt{2-x}} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{24}{(t+3)^4} & \Rightarrow f'(x) &= \frac{-4x \cdot a^2}{(a^2+x^2)^2}
 \end{aligned}$$

2 - Problemas de ABAU [2026-2001]

2.1.- Análise de funcións mediante a primeira derivada

5 [2026 Ordinaria P3.1] O beneficio dunha empresa depende basicamente das súas vendas. Cando as vendas son pequenas, o beneficio pode ser negativo debido aos custos fixos. Tamén pode ser negativo cando as vendas son grandes debido ou aumento dos custos de produción. O beneficio diario dunha empresa, en centos de euros, vén dado pola función $B(x) = -x^2 + 10x - 16$ onde x son os miles de unidades vendidas ao día, con $1 \leq x \leq 9$. Responda estes tres apartados:

3.1.1. A canto ascende o beneficio máximo que pode obter a empresa? Cantas unidades debe vender para alcanzalo? Contextualice as respostas.

3.1.2. Determine os valores de x para os que a empresa obtén beneficios positivos. Contextualice a resposta.

3.1.3. Calcule o beneficio medio (B_m) obtido pola empresa cando vende entre 3000 e 7000 unidades, sabendo que vén dado por $B_m = \frac{1}{7-3} \int_3^7 B(x) dx$

6 [2026 Extraordinaria P3.1] Todos os anos, nas semanas previas ao Nadal, arranca a tempada da captura da centola en Galicia. A apertura da veda destes crustáceos xera moita expectación. Nunha lonxa dun concello costeiro de Galicia estímase que os datos referidos ás capturas diarias de centola (en centos de quilogramos) durante os cinco primeiros días da última campaña veñen dadas pola función $C(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$, $0 \leq t \leq 5$ onde a variable t representa o tempo transcorrido en días. Responda estes tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. e 3.1.3.

3.1.1. Determine os períodos de aumento e diminución das capturas diarias de centola. Contextualice as respostas.

3.1.2. A canto ascenden as capturas diarias máximas? En que momento ou momentos se producen? Context. as respostas.

3.1.3. Tendo en conta o modelo anterior, calcule a cantidade total de capturas que se produciron durante os cinco primeiros días da campaña ($\int_0^5 C(t) dt$).

7 [2025 Extraordinaria P3.1] A evolución do prezo (en euros) dun protector de pantalla para móbil ao longo do ano 2024 vén dado pola función $P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{se } 0 \leq t < 7 \\ (t - 10)^2 + 7 & \text{se } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$ onde t é o tempo transcorrido en meses.

3.1.1 Cal foi o prezo inicial deste protector de pantalla? Cal foi o seu prezo ao final do ano?

3.1.2 Determine en que períodos aumentou e diminuíu o prezo do protector.

3.1.3 Cal foi o prezo máximo alcanzado? E o mínimo? En que momentos se produciron? Razoe as respostas.

- a) $P(0) = 9$ $P(12) = 11$ logo o prezo inicial foi de 9 euros e o prezo ao final do ano foi de 11 euros.
b) En $(0,7)$: P é crecente en $(0,4)$ e decrecente en $(4,7)$ e hai un máximo relativo en $t=4$ con $P(4)=25$.
En $(7,12)$: P é decrecente en $(7,10)$ e crecente en $(10,12)$ e hai un mínimo relativo en $t=10$ con $P(10)=7$.
O prezo aumentou dende que comezou o ano 2024 ata transcorridos 4 meses, logo diminuíu dende transcorridos 4 meses ata transcorridos 10 meses, e por último, aumentou dende transcorridos 10 meses ata finalizar o ano.
c) O prezo máximo alcanzouse despois de transcorridos 4 meses e foi de 25 euros. O prezo mínimo acadouse despois de transcorridos 10 meses e foi de 7 euros.

8 [2023 Ordinaria P3] O volume de auga (en millóns de litros) almacenado nun embalse ao longo dun período de 11 anos en función do tempo t (en anos) vén dado pola función $V(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000$, $0 \leq t \leq 11$

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento da auga almacenada.

b) Calcule a cantidade de auga almacenada no último ano ($t=11$).

c) Calcule o ano do período no que o volume almacenado foi máximo e o volume máximo que tivo o embalse ao longo dese período.

- a) A auga almacenada crece desde o momento inicial ata transcorridos 6 anos e desde transcorridos 10 anos ata transcorridos 11 anos. A auga almacenada decrece desde transcorridos 6 anos ata transcorridos 10 anos.
b) A cantidade auga almacenada no último ano e de 8407 millóns de litros.
c) O máximo almacenamento de auga prodúcese no sexto ano e ascende a 8432 millóns de litros.

9 [2022 Extraordinaria P3] Os custos dunha empresa, en centos de miles de euros, veñen dados pola función:

$$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, \quad t \text{ é o tempo en anos e } 1 \leq t \leq 6$$

a) Calcule os custos máximos alcanzados. En que momento se producen?

b) Estude o crecemento e decrecemento dos custos. Determine o custo mínimo e en que momento se alcanza.

c) Cales son os custos ao comezo e ao final do período en estudo? Razoe as respostas.

a) O custo máximo alcanzado foi de 1.400.000 € e alcanzouse no segundo ano. b) Os custos aumentan desde o primeiro o segundo ano e desde o quinto o sexto. Decrecen desde o segundo o quinto ano. O custo mínimo foi de 50.000 euros no quinto ano. c) O custo ao principio do período foi de 85.000 euros ($C(1)=8,5$) e o custo ao final do período foi de 600.000 euros ($C(6)=6$)

2.2.- Análise de funcións mediante a derivada segunda

10 [2025 Ordinaria P3.1] Dada a seguinte función $B(t)=(4-t)(t-1)^2$; $0 \leq t \leq 4$

- a) 3.1.1. Estude o crecemento e decrecemento da función, e os seus máximos e mínimos, se existen.
 b) 3.1.2. Estude os seus intervalos de concavidade e convexidade e os seus puntos de inflexión, se existen.
 c) 3.1.3. Represente a gráfica da función $B(t)$.

a) $B'(t)=-3t^2+12t-9$; PC en $t=1$ (min r con $B(1)=0$) e $t=3$ (max rel con $B(3)=4$); B é decrecente en $(0,1) \cup (3,4)$ e decrecente en $(1,3)$. Como $B(0)=4$ e $B(4)=0$, B presenta mínimos absolutos en $t=1$ e $0=4$ e máximos absolutos en $t=0$ e $t=3$. b) $B(t)=-6t+12$ e $t=2$ posible punto de inflexión. B é convexa en $(0,2)$ e cóncava en $(2,4)$. En $t=2$ hai un punto de inflexión. <https://www.geogebra.org/classic/b49xavz6>

2.3.- Obtención de parámetros descoñecidos.

11 [2025 Ordinaria P3.2] Dada a función $f(x)=ax^2+bx-3$ sendo a, b números reais

- a) 3.2.1. Calcule a e b sabendo que dita función pasa polo punto $(4,5)$ e ten un mínimo en $x=1$.
 b) 3.2.2. Para $a=1$ e $b=-2$, calcule a área limitada por $f(x)$ e a recta $y=x-3$.

a) $f'(x)=2ax+b$; $a=1$ e $b=-2$. b) Puntos de corte: $x=0$ e $x=3$; $A=9/2$ u² <https://www.geogebra.org/classic/vakjk5ev>

12 [2024 Ordinaria P4] Considérese a seguinte función: $f(x)=ax^3-2x^2+bx+c$ onde a, b, c son números reais.

- a) Calcular a, b, c sabendo que a función $f(x)$ pasa por $(2,8)$ e que ten un extremo relativo en $(0,16)$.
 b) Para $a=b=0$ e $c=16$ calcule a área a rexión limitada pola función e a recta $y=8$.

a) $a=b=0$ e $c=16$ b) $A=64/3$ u²

13 [2024 Extraordinaria P3] A función $f(x)=ax^2+bx+c$, onde a, b, c son números reais pasa pola orixe de coordenadas e ten un máximo no punto $P(4, 16)$.

- a) Calcule os valores de a, b, c .
 b) Realice a representación gráfica da función $f(x)$ e determine a área comprendida entre a dita función e o eixe OX .

a) $a=-1$; $b=8$; $c=0$; $f(x)=-x^2+8x$ b) $A=256/3$ u² $\approx 85,33$ u².

14 [2023 Ordinaria P4] Os beneficios obtidos durante o primeiro ano (en centos de euros) por un establecemento adicado ó reparto de comida a domicilio veñen dados pola función $B(t)=t(t-a)^2$, $0 \leq t \leq 12$ onde t é o tempo transcorrido en meses desde a apertura do establecemento.

- a) Calcule o valor do parámetro a tendo en conta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t=6$
 b) Para $a=9$, cal foi o maior beneficio obtido? En que momento ou momentos se produciu? Xustifique as respostas
 c) Para $a=9$, represente a gráfica da función $B(t)$ tendo en conta a información anterior e o estudo dos intervalos de crecemento e decrecemento.

$A=a=9$ b) O maior beneficio obtido foi de 10800€ e prodúcese transcorridos 3 meses e transcorridos 12 meses desde a apertura do establecemento. c) <https://www.geogebra.org/classic/usyjwvda>

15 [2024 Ordinaria P4] Dada a función $f(x)=x^3-ax^2+8x$

a) Calcule o valor do parámetro “a” tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x=2$.

b) Para $a=6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

a) $a=6$. b) $A=8 \text{ u}^2$ <https://geogebra.org/classic/zkakzavg>

16 [2022 Extraordinaria P4] Dada a función $f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x-a & \text{se } x > 1 \end{cases}$

a) Calcule o valor do parámetro a para que a función $f(x)$ sexa continua en todo $\mathbb{R}$.

b) Para $a=2$ calcule os extremos relativos da función $f(x)$ e represéntea.

c) Calcule a área da rexión delimitada pola función $f(x)$, para $a=2$, e as rectas $Y=0$, $X=0$ e $X=2$.

a) f é continua para todos os números reais se $a=2$. b) Crecente en $(-\infty, 0)$ e $(1, +\infty)$. Decrecente en $(0, 1)$. Máximo relativo en $x=0$ e mínimo relativo en $x=1$. c) $A=5/3 \text{ u}^2$ <https://geogebra.org/classic/ugfara5k>

17 [2017 Ordinaria B2] Os beneficios dunha compañía en millóns de euros, nos seus primeiros sete anos, foron estimados pola función $B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx$, $0 \leq x \leq 7$, onde x indica o tempo transcorrido en anos, desde a súa fundación.

(a) Calcula os valores de a e b sabendo que a compañía tivo uns beneficios máximos de 8 millóns de euros no segundo ano. (b) Supoñamos que $a = 1/4$ e $b = 9$. Determina cando a empresa non tivo beneficios. (c) Calcula $\int_0^6 B(x) dx$.

a) $a = 1/4$ e $b = 9$ b) Non tivo beneficios no sexto ano c) $I=27$

2.4.- Estudo completo da función e representación gráfica

18 [2026 Ordinaria P3.2] No ano 2025 as reservas de auga de varios encoros galegos víronse comprometidas a causa da falta de precipitacións e do aumento da evaporación da auga debida ás altas temperaturas. Esta situación provocou que a finais do verán se activara a prealerta por escaseza moderada de auga en moitos concellos galegos, véndose afectada cerca do 30 % da poboación de Galicia. En concreto, nun determinado encoro, estímase que as reservas acumuladas de auga (medidas en porcentaxe da súa capacidade) veñen dadas pola función

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t-3)^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t-9)^2 + 33 & \text{se } 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

onde a variable t representa o tempo transcorrido en meses contados a partir do 1 de xaneiro de 2025. Responda a estes tres apartados:

3.2.1. Determine os períodos do ano nos que as reservas de auga aumentaron e diminuíron. Contextualice as respostas.

3.2.2. Cales foron as reservas mínimas? En que momento ou momentos se produciron? Contextualice as respostas.

3.2.3. Utilizando a información dos apartados anteriores represente graficamente a evolución das reservas de auga do encoro ó longo do ano 2025.

19 [2025 Extraord P3.2] Dada a función $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$.

a) 3.2.1. Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) 3.2.2. Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función f e as rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$.

a) $P_1=(0,-10)$; $P_2=(1/2,0)$; $P_3=(5/2,0)$; f crece en $(-\infty, 3/2)$ e decrece en $(3/2, \infty)$. Ten un máximo relativo en $(3/2, 8)$. <https://www.geogebra.org/m/bqszyrh3r> b) $A=10/3 \text{ u}^2$

20 [2024 Ordinaria P3] O número de vehículos vendidos por un concesionario ao longo do último ano estímase que vén dado pola función $N(t) = \begin{cases} 28 - (t-4)^2 & \text{se } 0 \leq t < 6 \\ (t-10)^2 + 8 & \text{se } 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$ onde t é o tempo transcorrido en meses.

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de vehículos vendidos. Cal foi o maior número de vehículos vendidos? E o menor? En que momentos se produciron? Xustifique as súas respostas. b) Coa información do apartado anterior, represente a gráfica da función. c) Houbo algún período do ano no que o número de vehículos vendidos fora inferior a 12 unidades? Xustifique a súa resposta.

a) $t=4$ é P.C.N crece en $(0,4)$ e $(6,10)$ Decrece en $(4,6)$ e $(10,12)$. Hai max. rel. en $(4,28)$ e min. rel en $(10,8)$. b) <https://www.geogebra.org/classic/zsjsybfz> c) O número de vehículos vendidos foi inferior a 12 unidades no período que vai dende transcorridos 8 meses ata rematar o ano.

21 [2023 Extraordinaria P3] O número de exemplares vendidos dunha revista (en miles de unidades) nos primeiros cinco meses del ano ven dado pola función $N(t)=\begin{cases} 8-t(t-2) & \text{se } 0 \leq t \leq 3 \\ 2t-1 & \text{se } 3 < t < 5 \end{cases}$

a) Estude o crecemento e decrecemento do número de exemplares vendidos. Calcule en que momentos se produciron o máximo e o mínimo número de ventas e a canto ascenderon. b) Represente graficamente a función $N(t)$.

Calcule a area da rexión delimitada pola gráfica da función $N(t)$, o eixe de abscisas e as rectas $t=0$ e $t=5$.

a) O número de exemplares vendidos crece desde o momento inicial ata transcorrido 1 mes e desde transcorridos 3 meses ata transcorridos 5 meses. O máximo número de ventas prodúcese transcorrido 1 mes e tamén transcorridos 5 meses e ascende a 9000 exemplares. O número mínimo de ventas prodúcese transcorridos 3 meses e é de 5 000 exemplares. b) Área= 38 u² <https://www.geogebra.org/classic/wnp2auzh>

22 [2023 Extraordinaria P4] Dada a función $f(x)=\frac{x}{a}+\frac{a}{x}$, $x \neq 0$, $a \neq 0$

a) Calcule os valores do parámetro “a” para que $f(x)$ teña un punto crítico en $x_0=3$.

b) Para $a=3$, estude o crecemento e decrecemento da función e os seus máximos e mínimos, se existen. Estude tamén os seus intervalos de concavidade e convexidade e os puntos de inflexión, se existen.

a) Os valores do parámetro “a” para os que $f(x)$ ten un punto crítico en $x_0=3$ son $a=3$ e $a=-3$.
b) Crecente en $(-\infty,-3)$ e $(3,+\infty)$. Decrecente en $(-3,0)$ e $(0,3)$. Máximo relativo en $x_0=-3$ e mínimo relativo en $x_0=3$.
En $(-\infty,0)$ f é cóncava; en $(0,+\infty)$ f é convexa. Non existen puntos de inflexión

23 [2021 Ordinaria P3] A cantidade de CO₂ (en millóns de toneladas) emitidas á atmosfera por unha determinada

rexión ao longo do ano 2020, vén dada pola función $C(t)=\begin{cases} 5-\frac{t}{3} & \text{se } 0 \leq t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2-4t+18 & \text{se } 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$ sendo t é o tempo transcorrido en

meses desde comezo do ano.

a) Estude en que períodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO₂ emitida á atmosfera.

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO₂ emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron? c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.

a) A cantidade de CO₂ emitida a atmosfera diminúe desde o momento inicial ata transcorridos 8 meses e diminúe desde ese instante ata finalizar o ano(mes 12). b) A cantidade máxima de CO₂ emitida é de 6 millóns de T que se producen o finalizar o ano (mes 12). A cantidade mínima de CO₂ emitida é de 2 millóns de tT que se producen transcorridos 8 meses.

24 [2015 Extraordinaria A2] Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da

acción da empresa segundo tempo, $V(x)=\begin{cases} 8x-x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ 8+\frac{20}{x-1} & \text{se } x > 6 \end{cases}$, onde $V(x)$ é o valor da acción en euros e x é o tempo

transcorrido en meses.

- a) Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.
- b) De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función $V(x)$.

a) A función $V(x)$ é crecente no intervalo $(0, 4)$, é decrecente en $(4, 6)$ e tamén é decrecente no intervalo $(6, +\infty)$. Espérase que o prezo da acción suba nos primeiros catro meses e que a partir do cuarto mes baixe. O valor máximo esperado da acción é de 16 euros, e produciríase no cuarto mes da saída a Bolsa da acción.

b) A longo prazo a acción tende a alcanzar o valor de 8 euros. <https://geogebra.org/classic/cf7qjkfp>

2.5.- Análise de tendencias e resolución de desigualdades.

25 [2026 Extraordinaria P3.1] Para axudar aos investidores, utilízanse diversos modelos matemáticos que estiman o valor das accións das empresas que cotizan en bolsa segundo o tempo transcorrido. Aínda que non poden predicir exactamente o futuro, constitúen unha ferramenta para tomar decisións e para interpretar datos reais. O valor dunha acción (en euros) dunha empresa tecnolóxica que cotiza en bolsa estímase que vén dado pola función

$$V(t) = \frac{80-40t}{t^2-4t+5} + 30 \quad t \geq 0 \text{ onde } t \text{ é o tempo transcorrido en meses desde o momento no que a acción saíu á venda.}$$

Responda estes tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. e 3.2.3.

3.2.1. Determine os períodos nos que o valor da acción creceu e nos que decreceu. Contextualice as repostas.

3.2.2. Cal é o valor máximo que alcanzou a acción? E cal é o valor mínimo? En que momentos se producen? Contextualice as repostas.

3.2.3. Tendo en conta a función utilizada, que ocorrerá co valor da acción co paso do tempo? Xustifique a súa resposta.

26 [2022 Ordinaria P3] Nunha zona protexida dun parque natural o número de aves $N(t)$, en centos, en función do

tempo t (anos transcorridos desde que se contabilizan as aves) vén dado pola función
$$N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece? b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?

c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

a) En $(0,4)$ N é decrecente. En $(4,10)$ e $(10, +\infty)$ N é crecente. O número de aves crece desde o inicio ata transcorridos 4 anos e a partir de ese momento crece. b) O número mínimo de aves alcánzase transcorridos 4 anos, sendo 3.400 aves. c) O intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves vai desde transcorridos 8 anos ata transcorridos 12 e medio. Co paso do tempo o número de aves tende a 9.500

27 [2021 Extraordinaria P3] Despois de t horas de funcionamento o rendemento dunha máquina (nunha escala de 0 a 100) vén dado pola función $r(t) = \frac{kt}{t^2+4}$ con $t > 0$

a) Calcule K sabendo que o rendemento ás 4 horas é de 76.

b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante as 7 primeiras horas de funcionamento.

c) En que momento se consegue o rendemento máximo?, cal e o seu valor?

a) $k=380$. b) Crecente en $(0, 2)$. Decreciente en $(2,7)$. c) O rendemento máximo acádase as 2 horas, e vale $r(2)=95$

28 [2020 Ordinaria P3] O número de persoas (en miles) que visitan cada ano un parque temático vén dado pola

función $P(t) = \frac{180t}{t^2+9}$, $t \geq 0$ onde t é o tempo transcorrido en anos desde a súa apertura no ano 2010 ($t=0$).

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de visitantes.

b) En que ano recibiu o maior número de visitantes? A canto ascenden? Razo e as respostas.

c) A partir de que ano o número de visitantes será inferior a 18000 persoas? Que ocorrerá co número de visitantes co paso do tempo? Razoe as respostas.

a) O número de visitantes crece ata transcorridos tres anos (2013) desde a súa apertura (2010). A partir de 2013 o número de visitantes vai decrecendo. b) O maior número de visitantes rexistrouse no ano 2013 con 30000 persoas. c) A partir do ano 2019 o número de visitantes será inferior a 18000 persoas. Co paso do tempo o número de visitantes irá diminuindo, tendendo a 0 persoas.

29 [2020 Extraordinaria P3] Os gastos financeiros dunha organización, en centos de miles de euros, seguen a función

$$G(t) = \begin{cases} 4 - \left(\frac{t}{3}\right) & \text{se } 0 \leq t \leq 3 \\ (5t-3)/(t+1) & \text{se } t > 3 \end{cases} \text{ sendo } t \text{ o tempo en anos transcorridos.}$$

a) En que momento os gastos son iguais a 400.000 euros? Razoe a resposta.

b) Cando crece $G(t)$? Cando decrece $G(t)$? Cando os gastos alcanzan o seu valor mínimo e canto valen?

c) Que ocorre cos gastos cando o número de anos crece indefinidamente?

a) Os gastos son iguais a 400000 euros ao inicio ($t=0$) e transcorridos 7 anos. b) G decrece ata transcorridos 3 anos e a partir de ese momento e crecente. O gasto mínimo alcanzase transcorridos 3 anos e vale 300000 euros. c) Co paso do tempo os gastos irán crecendo, tendendo o seu valor a 500000 euros.

30 [2020 Modelo] O prezo en euros dun articulo para a pesca deportiva ven dado pola función

$$P(t) = 12 + \frac{36t}{(t+3)^2}, \quad t \geq 0, \text{ onde } t \text{ é o tempo transcorrido en meses desde que foi posto á venda ao público.}$$

a) Calcular o prezo inicial do produto e o prezo máximo que alcanza. En que momento se produce ese prezo máximo?

b) Calcula en que mes ou meses o prezo do artigo acadou os 14,25 euros.

c) Cal é a tendencia do prezo do artigo co paso do tempo? Xustifica a resposta.

31 [2019 Extraordinaria A] O prezo de venda dun electrodoméstico nun centro comercial (en centos de euros), vén

dado pola función: $P(t) = \frac{24}{t^2 - 4t + 16} + 2$ sendo $t \geq 0$ o tempo transcorrido, en anos, desde o momento en que se puxo a venda

a) Calcula o prezo de lanzamento do produto. En que momento o prezo do electrodoméstico volve ser o mesmo que o prezo de lanzamento?

b) Determina os períodos nos que o prezo do electrodoméstico aumentou e diminuíu. Cal foi o prezo de venda máximo? En que momento se produciu?

c) Estuda a tendencia do prezo de venda do electrodoméstico co paso do tempo.

a) O prezo de lanzamento é 350 €. O prezo coincide co de lanzamento no 4º ano. b) En $(0, 2)$ P é crecente e en $(2, \infty)$ P é decrecente. O prezo crece desde o momento que se puxo a venda ata o 2º ano en despois decrece, habendo un máximo en $t=2$. O prezo máximo foi de 400€ no 2º ano. Co paso do tempo o prezo tende a 200€

32 [2019 Extraordinaria B2] Considera a función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{se } 0 \leq x \leq 4 \\ 7 - x & \text{se } 4 < x \leq 7 \end{cases}$ (a) Representa a función estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremos relativos. ¿Para que valores de x é $f(x) \geq 0$?

(b) Calcula a área do recinto limitado polos eixes e a parte da función tal que $f(x) \geq 0$

a) Dominio de f : $(0,4] \cup (4,7]$. Punto de corte con OY en $(0,3)$ e corta a OX en $(7,0)$. En $(0,2)$ f é decrecente e en $(2,4)$ f é crecente. En $(4,7)$ f é decrecente. En $x=2$ hai un mínimo e $f(2) = -1 \rightarrow (2, -1)$ mínimo. b) $A = 43/6 \text{ u}^2$

33 [2016 Ordinaria B2] Sexa a función de poboación $P(t) = 8 + \frac{12t}{t^2 + 9}$, $t \geq 0$, onde t é o tempo transcorrido en anos e $P(t)$ a poboación en millóns de individuos.

a) Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.

b) Calcula cando a poboación é de 9,6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.

a) A poboación crece nos tres primeiros anos e decrece a partir do terceiro ano. A poboación máxima é de 10 millóns de individuos b) A poboación alcanza os 9'6 millóns de individuos ao ano e medio e aos seis anos. A poboación tende a estabilizarse ao redor dos oito millóns de individuos.

34 [2009 Extraordinaria] Unha organización humanitaria planea unha campaña para recadar fondos nunha cidade. Sábese, por experiencias anteriores, que a porcentaxe P de habitantes da cidade que fará un donativo é unha función do número de días t que dure a campaña, estimada por $P(t) = 40(1 - e^{-0,05t})$, $t > 0$.

a) ¿Que porcentaxe de habitantes da cidade fará un donativo despois de 10 días de iniciada a campaña? ¿E despois de 20 días?

b) Calcula o ritmo de cambio, $P'(t)$, da porcentaxe de doantes con respecto aos días de campaña transcorridos. ¿É a función $P(t)$ crecente ou decrecente?

c) Calcula o $\lim_{x \rightarrow \infty} P(t)$. ¿Supérase nalgún día o 40% de doantes?

d) Se a cidade ten 100000 habitantes e se cada doante contribúe con 2 euros, calcula o total que se terá recadado ao cabo de 20 días.

2.6.- Modelización de funcións a partir de enunciados para maximizar ou minimizar una variable

35 [2024 Extraordinaria P4] Unha fábrica produce un artigo de pesca deportiva e vende cada unidade a un prezo $P(x)$ (en euros) que depende do número total de unidades producidas x : $P(x) = \frac{-x^2}{20} + x + 55$, $0 \leq x \leq 30$.

Sábese que a produción de x unidades supón un custo fixo de 80 € máis un custo variable de 11,25 € por unidade.

a) Calcule as expresións das funcións de custo, ingreso e beneficio.

b) Como debe planificarse a produción para que o beneficio sexa máximo? A canto ascende o dito beneficio? Cal sería o prezo de venda por unidade nese caso?

a) Coste: $f(x) = 80 + 11,25x$; Ingresos: $g(x) = -x^3/20 + x^2 + 55x$; Beneficios $B(x) = g(x) - f(x) = -x^3/20 + x^2 + 43,75x - 80$.
b) O beneficio máximo obtense cando $x=25$. $B(25)=857,5$. O prezo por unidade de produto sería $P(25)=48,75$;

36 [2021 Extraordinaria P4] Unha empresa pode vender x unidades ao mes dun determinado produto ao prezo de $518 - x^2$ euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: uns fixos de 225 euros e outros de $275 \cdot x$ euros que dependen do número x de unidades.

a) Determine as funcións $I(x)$ e $B(x)$ que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?

b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. A canto ascenderían os ditos beneficios?, cal sería o prezo de venda dunha unidade nese caso?

a) $I(x) = (518 - x^2) \cdot x = 518x - x^3$, $x > 0$; $B(x) = I(x) - G(x) = -x^3 + 243x - 225$, $x > 0$. Se se producen e venden 10 unidades os beneficios obtidos serán $B(10) = 1105$ €. b) A función Beneficio, $B(x)$, presenta un máximo para un número de unidades $x = 9$. Os beneficios máximos serían 1233 € e o prezo de venda $P(9) = 437$ € por unidade.

37 [2020 Extraordinaria P4] Unha pequena empresa comercializa paraugas a 60 euros a unidade. O custo de produción diario de " x " paraugas vén dado pola función $C(x) = x^2 - 10x$, estando limitada a súa capacidade de produción a un máximo de 70 paraugas ó día ($0 \leq x \leq 70$)

a) Obteña as expresións das funcións que determinan os ingresos e os beneficios diarios obtidos pola empresa en función do número de paraugas producidos " x ".

b) Determine o número de paraugas que debe producir diariamente para obter o máximo beneficio. A canto ascenden os ingresos, os custos e os beneficios diarios neste caso? Razoe a resposta.

a) Ingresos: $I(x) = 60x$, $0 \leq x \leq 70$; Beneficios: $B(x) = I(x) - C(x) = 70x - x^2$, $0 \leq x \leq 70$ b) Para obter os máximos beneficios debe producir 35 paraugas diarios. Neste caso os ingresos diarios ascenden a 2100 euros, os costes a 875 euros e os beneficios a 1225.

38 [2012 Extraordinaria] Nunha empresa a relación entre a produción x (expresada en miles de toneladas) e o custo medio de fabricación $C(x)$ (expresado en miles de euros) é do tipo $C(x) = 2 + x + \frac{9}{x}$, $1 \leq x \leq 10$

a) Calcula a cantidade de produción que minimiza o custo medio de fabricación e o custo medio mínimo.

b) Calcula a cantidade de produción que maximiza o custo medio de fabricación e o custo medio máximo.

c) Se non desexan superar os 12 mil euros de custo medio de fabricación ¿entre que valores deberá estar comprendida a produción?

39 [2011 Ordinaria] Unha empresa merca diversos artigos de adorno e empaquétaos en caixas para a súa distribución. O custo promedio por caixa (en euros) está dado por $C(x) = 3x - 18 \ln x + \frac{120}{x} + 50$, $x > 0$, sendo x o número de caixas que empaqueta. Determina o número de caixas que deben empaquetar para minimizar o custo promedio por caixa $C(x)$.

40 [2011 Extraordinaria] O dono dun centro de xardinaría cultiva un certo tipo de plantas cun custo fixo de 4,50 euros e un custo variable de 1,20 euros por planta, vendendo cada unidade a 3 euros. Decide ofertalas en lotes de " x " plantas de maneira que por cada planta que conteña o lote reduce o seu prezo por unidade en 0,10 euros.

a) Expresa as funcións ingreso, custo e beneficio.

b) ¿Cantas plantas debe conter cada lote para que o beneficio sexa positivo?

c) ¿Cantas plantas debe conter cada lote para obter o máximo beneficio? Nese caso, ¿canto custa cada planta do lote? ¿Canto custa o lote de plantas?

41 [2010 Ordinaria] Unha empresa fabrica bicicletas e vende cada unidade dun determinado modelo a un prezo $P(x)$ (en euros) que depende do número x de bicicletas dese modelo que teña fabricado. Tal función é $P(x) = 384 - \frac{2x^2}{75}$, $0 < x \leq 60$ Na fabricación das x bicicletas prodúcese un gasto fixo de 100 euros máis un gasto variable de 256 euros por cada bicicleta fabricada.

a) Calcula a función que expresa o beneficio obtido pola empresa na fabricación de x bicicletas.

b) ¿Cantas bicicletas deberá fabricar a empresa para obter o máximo beneficio?

c) Para o número de bicicletas anterior, calcula o gasto, o ingreso e o beneficio máximo.

2.7.- Problemas sen clasificar

42 [2021 Ord. P4] Un fabricante de automóviles fai un estudo sobre os beneficios, en miles de euros, ao longo dos dez últimos anos, e comproba que estes se axustan á función $B(t) = t^3 - 18t^2 + 81t - 3$ se $0 \leq t \leq 10$, (t en anos).

- a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?
- b) Determine os períodos de crecemento e decrecemento dos beneficios. En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden?
- c) Calcule $\int_1^2 B(t) dt$

a) O último ano obtivo 7000 € de beneficios. b) Os beneficios aumentan entre o inicio e o terceiro ano e entre os anos 9 e 10. Diminúen entre o terceiro e noveno ano. c) $I = 80,25$

43 [Ord. 2020 P4] Dada a función $f(x) = -4x^2 + 12x - 5$

- a) Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.
- b) Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$, o eixe OX e as rectas $x=1$, $x=2$.

a) Corta a OY en $(0, -5)$ e corta a OX en $(1/2, 0)$, e $(5/2, 0)$. É crecente en $(-\infty, 3/2)$ e decrecente en $(3/2, +\infty)$. Ten un máximo en $x_0 = 3/2$ que vale $y = f(3/2) = 4$. b) $A = 11/3 u^2$

44 (xuño 2019 A) O número de espectadores dunha serie (N), en millóns, en función do tempo (t), en anos, segue un modelo dado pola función $N(t) = K + \frac{8t}{1+t^2}$

- a) Calcula o valor de K se se sabe que ao final do segundo ano o número de espectadores era de 4.2 millóns.
- b) Estuda o crecemento, decrecemento e o momento e valor máximo da audiencia.

a) $K=1$ b) A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece. A máxima audiencia alcanzase en $N(1)$ con 5 millóns de espectadores

45 (xuño 2018 B) O salario diario dun mozo durante os cinco primeiros anos en determinada empresa axústase á

seguinte función, onde t representa o tempo, en anos, que leva contratado: $S(t) = \begin{cases} 35 & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ 25 + 10t & \text{se } 1 \leq t \leq 2 \\ -0.5t^2 + 4t + 39 & \text{se } 2 < t \leq 5 \end{cases}$

- a) Estuda o crecemento e decrecemento da función salario e represéntaa.
- b) En que momento tivo un salario máximo? E mínimo? Calcula ditos salarios.

a) $S(t)$ é constante en $(0, 1)$, crecente en $(1, 2)$ e $(2, 4)$ e decrecente en $(4, 5)$. <https://geogebra.org/classic/hzfdbm7t>
b) O salario máximo alcanzouse despois de 4 anos ascendendo a 47 “unidades monetarias” (u.m.) diarias. O salario mínimo tívoo desde o comezo ata transcorrido 1 ano (todo o primeiro ano) e o seu valor 35 u.m.

46 (setembro 2018 A) Un novo produto ten unha demanda en miles de unidades que responde aproximadamente á función $N(t) = 5 + 20t/(1+t^2)$, $t \geq 0$ en meses.

- a) Estuda o crecemento e decrecemento da demanda. Calcula a demanda máxima e o momento no que se alcanza.
- b) Avalía a tendencia a longo prazo e representa a función.
- c) Despois do máximo, baixaría a demanda de 11.000 unidades? Cando?

a) En $(0, 1)$ N é crecente e en $(1, \infty)$ N é decrecente. Son 15.000 unidades de demanda máxima no mes 1. b) As vendas tenden a 5.000 unidades a longoprazo. c) Baixaría de 11.000 no mes 3

47 (setembro 2018 B) Un ximnasio abre ao público a principios de 2008, a función $G(t) = \begin{cases} 10(5t - t^2) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80 - 10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$

indica como evolucionaron as súas ganancias (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido desde a súa apertura, correspondendo $t = 0$ a principios de 2008.

- Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución das súas ganancias
- A canto ascenderon as ganancias máximas? En que ano se obtiveron?
- Representa a gráfica da función $G(t)$. Nalgún ano logo da súa apertura non se obtiveron ganancias? A partir dalgún ano deixou de ser rendible o ximnasio? Cando?

a) Desde a súa apertura, a principios de 2008, ata a metade de 2010 produciuse un aumento de ganancias. Desde mediados de 2010 ata principios de 2018 hai diminución de ganancias. b) As ganancias máximas son de 62.500 € a mediados de 2010. c) <https://www.geogebra.org/classic/djvgk3yz>

48 (xúño 2017 A2) O número de unidades en miles vendidas por unha empresa do sector editorial durante o seu primeiro ano de existencia, estimouse pola función $V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & \text{se } 7 < t \leq 12 \end{cases}$, t é o tempo transcorrido en meses desde a creación da empresa.

- Nos primeiros sete meses, calcula as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron. Xustifica se estas foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano. Representa a gráfica de $V(t)$.
- A partir do sétimo mes, ¿en que período o número de vendas foi menor ou igual a 32000 unidades?

a) Nos primeiros sete meses, as vendas foron máximas no sexto mes. Non foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano, xa que as vendas máximas nese ano alcanzáronse no último mes e foron 40000 unidades. <https://www.geogebra.org/classic/hc5xmrd7>. b) Entre o oitavo e o décimo mes as vendas foron inferiores ou iguais a 32000 unidades

49 (setembro 2017 A2) O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola función $P(t) = \begin{cases} 15 + 2t - t^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{1}{3}t + 11 & \text{se } 3 < t \leq 12 \end{cases}$ sendo t o tempo transcorrido en meses. a) Determina os períodos nos que

aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo. b) Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función $P(t)$.

a) As accións aumentaron de prezo desde o inicio do ano ata o primeiro mes e desde o terceiro mes ao último mes. As accións diminuíron de prezo desde o primeiro mes ata o terceiro mes. O prezo máximo das accións, nese ano, foi de 16 euros. O prezo mínimo das accións, nese ano, foi de 12 euros. b) O prezo foi inferior ou igual a 13,75 euros no intervalo $[2,5; 8,25]$, é dicir, desde o segundo mes e medio ata o oitavo e un cuarto de mes. <https://www.geogebra.org/classic/u4pfgrcm>

50 (xúño 2016 A2) (a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = ax^2 + bx^3$ teña un punto de inflexión en $(2, 16)$. (b) Consideremos a función $f(x) = -x^3 + 6x^2$. Calcula e clasifica os seus extremos relativos. Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

a) $a=6$, $b=-1$ b) $f(x)$ presenta un mínimo relativo no punto $(0, 0)$ e un máximo relativo no punto $(4, 32)$. $f'(x)=9 \Rightarrow x=1$; $x=3$. No punto $(1, 5)$ e no punto $(3, 27)$ a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9

51 (setembro 2016 A2) O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t) = -t^3 + at^2 + bt$, $0 \leq t \leq 3$, onde t é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

- Calcula os valores de a e b , se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.

b) Para $a = 3$ e $b = 0$, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.

a) $a = 3$ e $b = 0$ b) Desde a súa apertura ao segundo mes rexistrouse un aumento do número de visitantes. Do segundo ao terceiro mes rexistrouse unha diminución do número de visitantes. No intervalo $(0, 1)$ a función é CONVEXA (CÓNCAVA HACIA ARRIBA). No intervalo $(1, 3)$ a función é CÓNCAVA (CÓNCAVA HACIA ABAIXO).

52 (setembro 2016 A2) Os gastos de mantemento $G(t)$, en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímase en

función do tempo t , en meses, que dita maquinaria leva en funcionamento por: $G(t) = \begin{cases} -\frac{1}{9}t + \frac{7}{2} & \text{se } 0 \leq t \leq 18 \\ 6 - \frac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}$

a) Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?

b) Determina cando o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.

a) No intervalo $(0, 18)$ $G(t)$ é decrecente. No $(18, +\infty)$ $G(t)$ é crecente. O gasto foi mínimo no mes 18 e ascendeu a 1500 euros. b) No cuarto mes e medio e no mes 34, o gasto ascendeu a 3000 euros. Co paso do tempo, o gasto de mantemento da maquinaria tende a alcanzar o valor de 6000 euros.

53 (xuño 2015 B2) Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función $B(t) = \begin{cases} 10(4t - t^2) & , 0 \leq t \leq 3 \\ 60 - 10t & , 3 < t \leq 7 \end{cases}$

indica como evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo $t = 0$ a principios de 2006.

a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?

b) Representa a gráfica da función $B(t)$. ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?

a) Dende a súa apertura, a principios do 2006 ata o 2008 produciuse un aumento dos seus beneficios. Dende principios do 2008 ata principios do 2013 prodúcese unha diminución dos seus beneficios. Os beneficios máximos ascenderon a 40.000 euros 0'25 puntos, e obtivéronos a principios do 2008.
b) <https://geogebra.org/classic/pz2ahst3> No ano 2012 non obtiveron beneficios. Deixou de ser rendible a partir do ano 2012 ata principios do 2013.

54 (xuño 2015 B2) Consideremos a función $f(x) = 1 + \frac{a}{x} + bx$, $x \neq 0$.

a) Calcula o valor de “ a ” e de “ b ” sabendo que a función $f(x)$ ten un extremo relativo no punto $(3, -1)$.

b) Supoñendo que $a = -3$ e $b = -1/3$, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función $f(x)$.

a) $a = -3$ e $b = -1/3$ b) O punto $(3, -1)$ é un máximo relativo e o punto $(-3, 3)$ é un mínimo relativo

55 (setembro 2015) Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, o prezo por cada unha delas debe ser $p(x) = 150 - \frac{1}{2}x$ euros, e que o custo total de producir x pezas está dado por $C(x) = 4000 + \frac{1}{4}x^2$ euros.

a) Calcula os ingresos totais e o beneficio total. b) ¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo? c) ¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?

a) $I(x) = 150x - \frac{1}{2}x^2$ euros; $B(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 150x - 4000$ euros b) Debe producir e vender 100 pezas para maximizar os seus beneficios totais. O beneficio máximo ascende a 3500 euros, producindo e vendendo 100 pezas. c) Debe cobrar 100 euros por peza.