

Unidad 1: "Números racionales"

1. Calcular: a) $\left(2^{-3} + \frac{15}{8}\right)^3 - \left[\frac{25}{3} - \frac{16}{27} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]$ b) $\left(5^{-2} + \frac{24}{25}\right)^3 - \frac{1}{4} - \frac{2}{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

2. Calcular:

a) $\frac{\left(3 - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{14}{5} - 2\right)}{\left(6 - \frac{1}{2}\right) : \left(4 - \frac{2}{5}\right)} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$ b) $4 - \frac{3}{2} \cdot \left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right]$

3. Efectúa las operaciones siguientes utilizando fracciones e indica el tipo de decimal correspondiente, anteperíodo y período incluidos.

a) $0,6666... + 0,23333...$

b) $(1,625 - 0,16666...) - 0,41666...$

c) $0,41666... - 0,23333...$

d) $(1,625 + 2 \cdot 0,16666...) - 0,6666...$

4. Del dinero de una cuenta bancaria, retiramos primero los $\frac{3}{8}$ y después los $\frac{7}{10}$ de lo que quedaba. Si el saldo actual es 1893 €. ¿Cuánto había al principio?

5. Una persona realiza $\frac{3}{5}$ partes de un viaje en ferrocarril; los $\frac{7}{8}$ del resto en coche y los 26 km restantes kilómetros restantes en motos. Calcular cuántos kilómetros recorre.

6. En la primera prueba de las Olimpiadas de Matemáticas han sido eliminados $\frac{13}{20}$ de los concursantes.

En la segunda prueba se elimina $\frac{4}{5}$ de los que han quedado.

Si el número total de personas eliminadas en ambas pruebas es de 465.

a) ¿cuántas personas se presentaron al concurso?

b) ¿Cuántas personas podrán participar en la tercera prueba?

7. Una amiga me pidió que le pasase un escrito a ordenador. El primer día pasé $\frac{1}{4}$ del trabajo total, el segundo $\frac{1}{3}$ de lo restante, el tercero $\frac{1}{6}$ de lo que faltaba y el cuarto lo concluí, pasando 30 folios. ¿Puedes averiguar cuántos folios tenía el escrito?

Unidad 2: "Potencias y raíces"

1. Calcula y simplifica, aplicando las propiedades correspondientes.

$$\text{a) } \frac{(3^{10} \cdot 27^{-3})^2}{(9^{-2})^{-3} \cdot 3^{-11}} \quad \text{b) } \frac{(-2)^4 \cdot 32 \cdot (2^{-4})^3}{8^{-4} \cdot (-2^4)^2} \quad \text{c) } \frac{(-3)^5 \cdot 27 \cdot (3^{-2})^3}{9^4 \cdot (3^2)^{-3}} \quad \text{d) } \frac{2^{-5} \cdot 4^4 \cdot (-8)^{-2}}{2^3 \cdot (\sqrt{16})^{-3}}$$

2. Simplifica operando con potencias:

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^2 \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^3}$$

3. Calcular el valor de la siguiente expresión:

$$\text{a) } \frac{\left(\sqrt{3^5 - 2^8} \cdot \frac{27}{8}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^5\right]^2 \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^3} \quad \text{b) } \sqrt{\left(3^{-2} + \frac{8}{9}\right)^4} + \left[\frac{9}{16} : \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right]^3$$

4. Aplica las propiedades de los radicales y simplifica:

$$\text{a) } \frac{6 \cdot \sqrt{45}}{2 \cdot \sqrt{5}} - 9$$

$$\text{b) } \sqrt[4]{16 \cdot (\sqrt[3]{27})^8}$$

5. Opera utilizando las propiedades de los radicales extrayendo los factores que sea posible.

$$\text{a) } \sqrt{15} - 2\sqrt{375} + 3\sqrt{60} - 5\sqrt{135} + \sqrt{240}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{\sqrt{64}} \cdot \sqrt[3]{64}}{\sqrt{5 + \sqrt{4 + \sqrt{17 + \sqrt{64}}}}}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\frac{5\sqrt{18} + \sqrt{50} + 7\sqrt{2}}{8\sqrt{2}}}$$

Unidad 3: “Proporcionalidad y porcentajes”

1. Si seis amigos terminan un trabajo en 24 horas, ¿en cuánto tiempo lo terminarían si se uniesen dos amigos más al trabajo? ¿Es directa o inversamente proporcional?
2. a) Un coche lleva una velocidad de 120 Km/h. ¿Qué distancia recorrerá en 45 minutos?
b) Un tren circulando a 120 km/h ha tardado 6 horas en hacer el recorrido de Madrid-Vigo. ¿Cuánto tiempo tardará el tren en hacer el mismo recorrido si circula a una velocidad de 90 km/h? Justificar si es directa o inversamente proporcional.
3. Al comprar en periodos de rebajas se realiza un descuento del 25%.
a) Si un artículo costaba inicialmente 42€, ¿cuánto vale ahora?
b) Si un artículo cuesta rebajado 69 €, ¿cuál era su precio inicial?
4. Una moto está etiquetada, sin IVA (16%), en 800 euros. El vendedor le dice que puede hacerle una rebaja del 20%. Calcula su coste final.
5. En la primera prueba de las Olimpiadas de Matemáticas han sido eliminados el 65% de los concursantes. En la segunda prueba se elimina el 80% de los que han quedado. Si el número total de personas eliminadas en ambas pruebas es de 465.
a) ¿cuántas personas se presentaron al concurso?
b) ¿Cuántas personas podrán participar en la tercera prueba?
6. El precio de la vivienda subió un 12% hace dos años; un 8%, el año pasado; pero este último año ha bajado un 15%. Si hace un año valía 302400 euros, se pide:
a) Calcular cuánto dinero costaba el año pasado y cuánto cuesta ahora.
b) Hallar el índice de variación total, y a partir del mismo, determinar la variación porcentual.

Unidad 4: “Sucesiones y progresiones”

1. El cuarto término de una progresión aritmética es 10 y el sexto es 16.
 - a) Hallar su término general.
 - b) Hallar la suma de los nueve primeros términos.
2. Un esquiador comienza la pretemporada de esquí haciendo pesas en un gimnasio durante una hora. Decide incrementar el entrenamiento 10 minutos cada día. ¿Cuánto tiempo deberá entrenar al cabo de 15 días?
3. Se quiere construir un pozo para abastecer de agua potable a una población en Etiopía. Su coste ha sido de 2190 €. ¿Qué profundidad tendrá el pozo si se sabe que el primer metro costó 15 euros y cada metro restante costo 4€ más que el anterior?
4. Un coronel manda a formar a sus soldados en triángulo, de manera que la primera fila tenga un soldado, la segunda 3, la tercera 5, la cuarta 7 y así sucesivamente. ¿Cuántos soldados habrá hasta la fila 45?
5. ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética 3, 8, 13,... para obtener como resultado 1113?
6. El precio del videojuego “dragón ball sparkin zero” que acaba de ser lanzado al mercado es de 80 €. Cada cuatro meses el precio disminuye un 5%. ¿Cuánto costará el videojuego un año y ocho meses después de su lanzamiento?
7. La razón de una progresión geométrica es $\frac{3}{4}$, y el segundo término vale 2. Halla la suma de los infinitos términos de la sucesión.
8. Los tres primeros términos de una progresión geométrica infinita son $k-3, k+1, 2k+8$, donde $k \in \mathbb{Z}$.
 - a) Hallar los dos posibles valores de k y las razones correspondientes.
 - b) Si $k \in \mathbb{Z}^+$, calcular la suma de los 8 primeros términos de la progresión.