

TEMA 8: GEOMETRÍA

1. FIGURAS SEMEJANTES

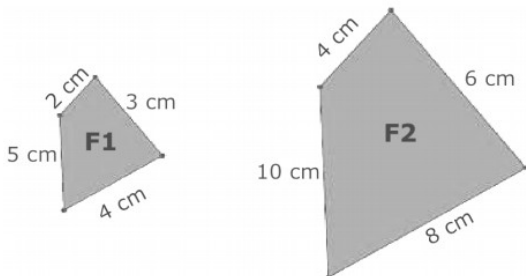
Dos figuras son **semejantes** si sus longitudes correspondientes son proporcionales y sus ángulos son iguales. Es decir, si tienen la misma forma y solo se diferencian en su tamaño.

Ejemplo:

F1 y F2 son semejantes porque:

- Los ángulos de F1 son iguales a los ángulos de F2
- Las medidas de los lados son proporcionales:

$$\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \frac{8}{4} = K = 2$$



Si dos figuras F1 y F2 son semejantes, las medidas de F2 se obtienen multiplicando las correspondientes medidas de F1 por un número positivo k llamado **razón de semejanza**.

En el ejemplo anterior los lados de F2 se obtienen multiplicando los de F1 por dos.

La razón de semejanza se calcula dividiendo una medida de la figura F2 entre la correspondiente medida de F1.

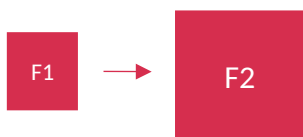
En el ejemplo anterior $4:2 = 2$

Si $k > 1$ F2 es más grande que F1 (Ampliación)

Ejemplo: $k=2$

Si $K < 1$ F2 es más pequeña que F1 (Reducción)

Ejemplo: $k=0,5$



Si la razón de semejanza entre dos figuras es k, entre sus perímetros es k, entre sus áreas es k^2 y entre sus volúmenes k^3 .

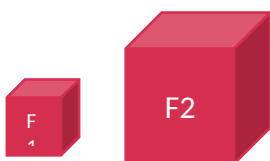
Ejemplo:



Relación entre perímetros: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{8}{4} = 2 = k$

Relación entre áreas: $\frac{A_2}{A_1} = \frac{4}{1} = 4 = 2^2 = k^2$

1 cm 2 cm



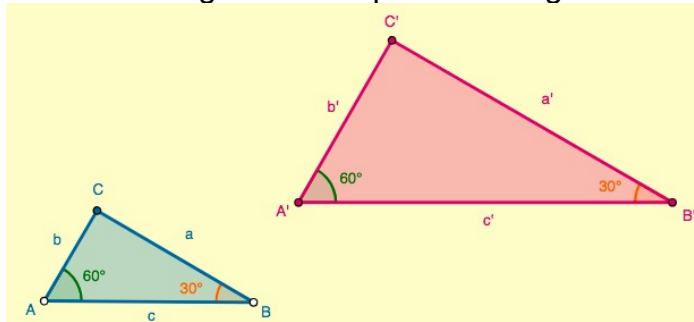
Relación entre volúmenes: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{8}{1} = 8 = 2^3 = k^3$

1 cm 2 cm

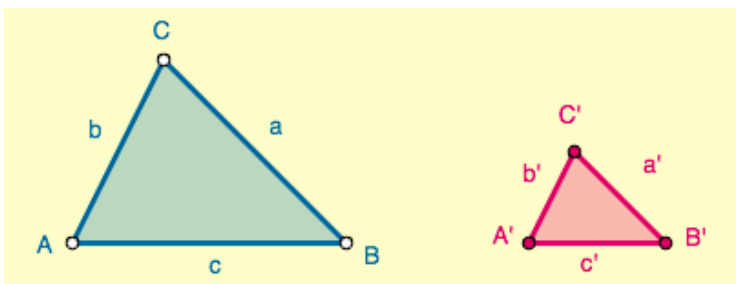
2. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Para saber si dos **triángulos son semejantes** basta comprobar que se cumple uno de los siguientes criterios:

- 1) Tienen los ángulos correspondientes iguales.

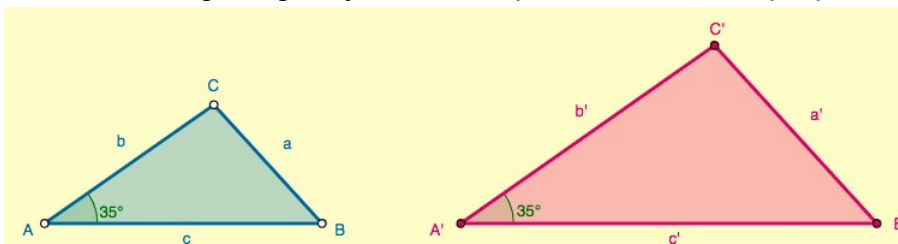


- 2) Tienen los lados correspondientes proporcionales



$$\begin{aligned}a &= k \cdot a' \\ b &= k \cdot b' \\ c &= k \cdot c'\end{aligned}$$

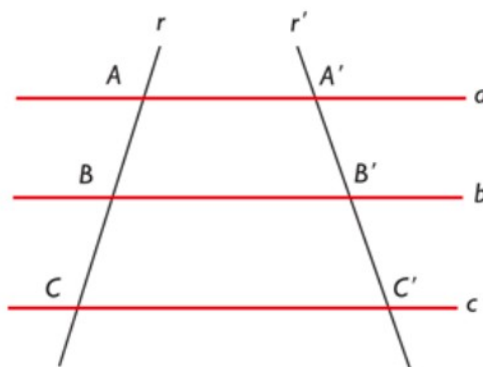
- 3) Tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.



$$\begin{aligned}b' &= k \cdot b \\ c' &= k \cdot c\end{aligned}$$

3. TEOREMA DE TALES

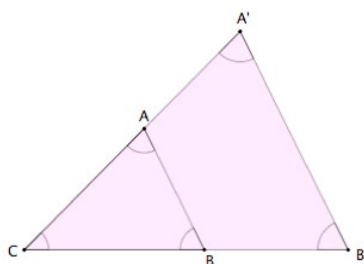
Si varias rectas paralelas cortan a dos secantes r y r' los segmentos que determinan sobre ellas son proporcionales.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

3.1- Triángulos en posición de Tales

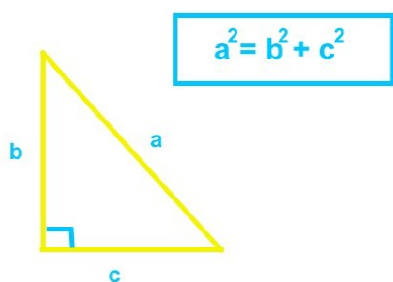
Dos triángulos están en posición de Tales si tienen un vértice en común y los lados opuestos a él son paralelos.



Los triángulos ABC y A'B'C están en posición de Tales. Estos triángulos siempre son semejantes porque tienen los ángulos iguales.

4. TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



b y c: catetos
a : hipotenusa (lado opuesto al ángulo recto)

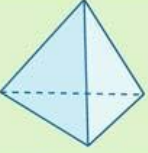
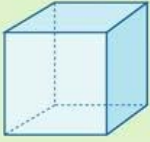
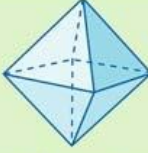
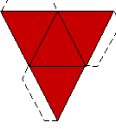
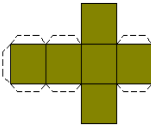
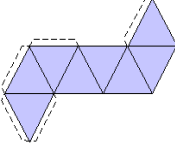
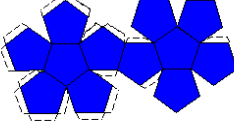
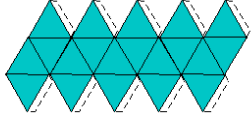
5. ÁREAS

RECTÁNGULO $A = a \cdot b$	CUADRADO $A = l^2$	PARALELOGRAMO $A = a \cdot b$	ROMBO $A = \frac{d \cdot D}{2}$
TRIÁNGULO $A = \frac{a \cdot b}{2}$	TRAPECIO $A = \frac{b + b'}{2} \cdot a$	POLÍGONO REGULAR $A = \frac{\text{Perímetro} \cdot a}{2}$	CÍRCULO $A = \pi r^2$

6. CUERPOS GEOMÉTRICOS

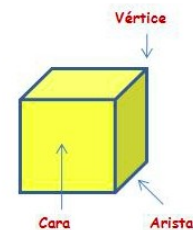
6.1- Poliedros

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico tridimensional cuyas caras son polígonos. Ahora vemos una serie de poliedros regulares y su desarrollo en el plano:

Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
				
Las 4 caras son triángulos equiláteros.	Las 6 caras son cuadrados.	Las 8 caras son triángulos equiláteros.	Las 12 caras son pentágonos regulares.	Las 20 caras son triángulos equiláteros.
				

En un poliedro podemos distinguir los siguientes elementos:

- **Caras:** son los polígonos que forman el poliedro.
- **Aristas:** son los segmentos en los que se cortan las caras.
- **Vértices:** son los puntos donde se cortan las aristas.

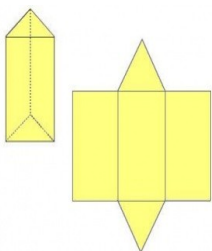


6.2- Prismas

Un **prisma** es un poliedro determinado por:

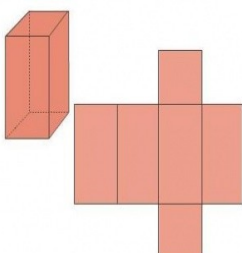
- Dos caras paralelas que son polígonos iguales (bases).
- Tantas caras laterales, que son paralelogramos, como lados tienen las bases

Prisma de base triangular:



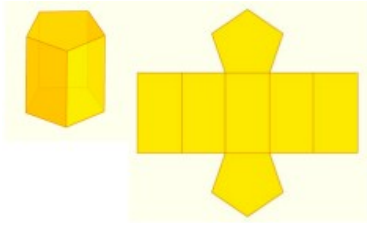
- Tiene por bases dos triángulos.
- Tiene tres caras laterales que son rectángulos.

Prisma de base cuadrangular:



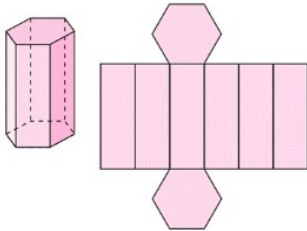
- Tiene por bases dos cuadriláteros.
- Tiene cuatro caras laterales que son rectángulos.

Prisma de base pentagonal:



- Tiene por bases dos pentágonos.
- Tiene cinco caras laterales que son rectángulos.

Prisma de base hexagonal:



- Tiene por bases dos hexágonos.
- Tiene seis caras laterales que son rectángulos.

$\text{Área prisma} = \text{Área lateral} + \text{Área bases}$

$\text{Volumen prisma} = \text{Área base} \cdot \text{altura}$

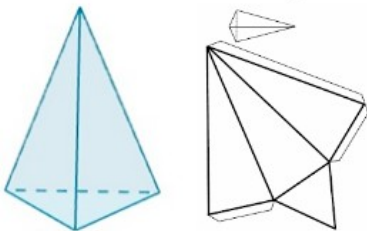
6.3- Pirámides

Una **pirámide** es un poliedro determinado por:

- Una cara poligonal denominada base.
- Tantas caras triangulares como lados tiene la base.

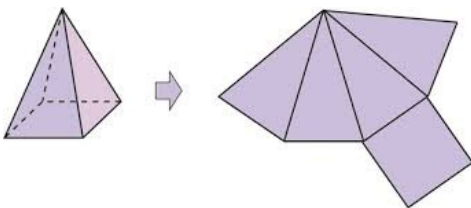
El punto donde convergen todos los triángulos se denomina **vértice**. La altura de una pirámide es la distancia del vértice a la base.

Pirámide de base triangular:



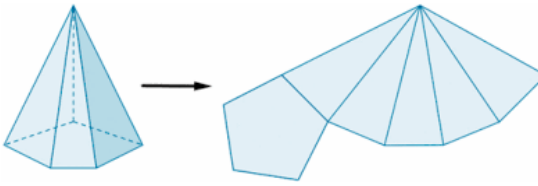
- Tiene por base un triángulo.
- Tiene tres caras laterales que son triángulos.

Pirámide de base cuadrangular:



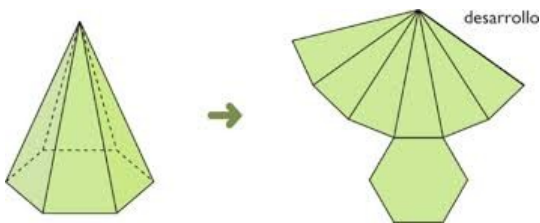
- Tiene por base un cuadrado.
- Tiene cuatro caras laterales que son triángulos..

Pirámide de base pentagonal:



- Tiene por base un pentágono.
- Tiene cinco caras laterales que son triángulos..

Pirámide de base hexagonal:



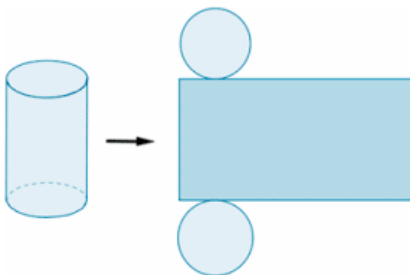
- Tiene por base un hexágono.
- Tiene seis caras laterales que son triángulos..

Área pirámide = Área lateral + Área bases

Volumen pirámide = (Área base · altura)/3

6.4- Cilindro

Un cilindro recto es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. La recta en la que se sitúa el lado sobre el que gira se denomina eje de rotación y el lado paralelo a él es la generatriz. En un cilindro distinguimos la superficie lateral y dos bases que son dos círculos iguales.



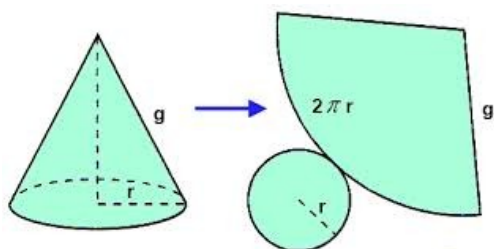
- Tiene por bases dos círculos.
- Tiene una cara lateral que es un rectángulo.

Área cilindro = Área lateral + Área bases = $2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2$

Volumen cilindro = Área base · altura = $\pi \cdot r^2 \cdot h$

6.5- Cono

Un cono recto es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de los catetos. La recta en la que se sitúa el lado sobre el que gira se denomina eje de rotación y la hipotenusa es la generatriz.

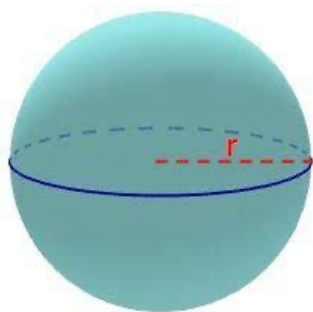


- Tiene por base un círculo.
- Tiene una cara lateral que es un sector circular.

$$\text{Área cono} = \text{Área lateral} + \text{Área base} = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

$$\text{Volumen cono} = (\text{Área base} \cdot \text{altura})/3 = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

6.6- Esfera



$$\text{Área esfera} = 4 \pi \cdot r^2$$

$$\text{Volumen esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$