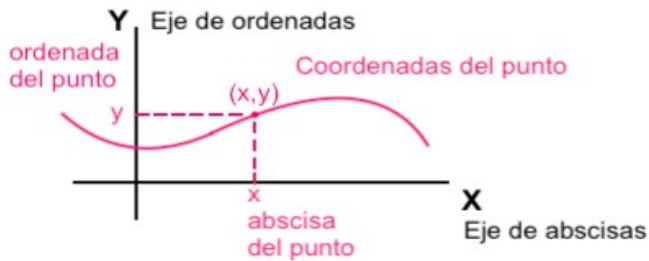


TEMA 7: FUNCIONES Y GRÁFICAS. FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

Una función liga dos variables numéricas a las que habitualmente se les llama x e y .

- x es la variable independiente.
- y es la variable dependiente.

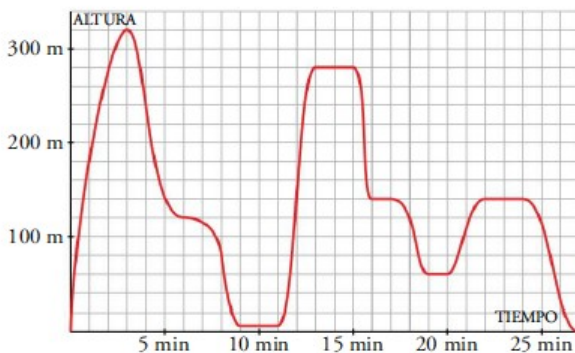


Las variables x e y , se asocian mediante **la función f** . De tal forma que **f asocia a cada valor de x , un único valor de y** . Se expresa de la siguiente forma **$y = f(x)$** .

1.- FUNCIONES

Las funciones vienen dadas de diferentes formas:

Mediante su **gráfica**.



Mediante un **enunciado**

Una cisterna contiene 5 litros de agua para pulverizarla en una terraza. Tarda 10 minutos en vaciarse. En cuanto se vacía, hay un mecanismo que la llena en 2 mins

Mediante una **expresión analítica**

$$y = F(X) = \frac{x-3}{6}$$

Mediante una **tabla de valores**

la tabla de valores será:

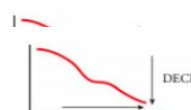
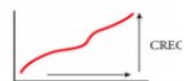
x	y
-2	8
0	6
6	0

2.- DOMINIO Y RECORRIDO

- Se llama **dominio de definición** de una función f al conjunto de valores de x para los cuales existe la función.
- Se llama **recorrido** de f al conjunto de valores que toma la función. Es decir, es el conjunto de valores de y , para los cuales existe un x tal que $f(x) = y$

3.- CRECIMIENTO. MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- Una función f es **creciente** cuando al aumentar la variable independiente x , aumenta la variable dependiente y .
- La función f es **decreciente** cuando al aumentar x disminuye y .



Una función puede ser creciente en unos tramos y decreciente en otros

- Una función tiene un **máximo** relativo en un punto si la función es creciente antes del punto y decreciente después.
- Una función tiene un **mínimo** relativo en un punto si la función es decreciente antes del punto y creciente después.



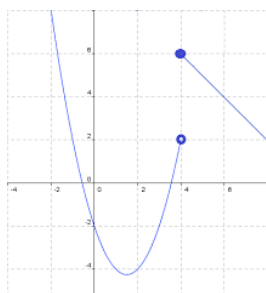
4.- FUNCIONES CONTINUAS. DISCONTINUIDADES

Una función es **continua** si no presenta ninguna discontinuidad. Esto puede resumirse diciendo que una función es continua si su gráfica puede trazarse sin levantar el lápiz del papel.

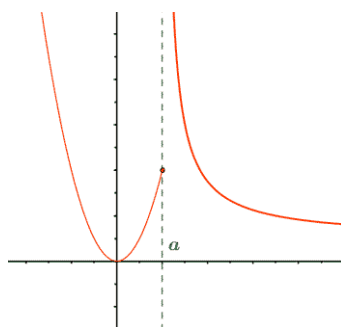
También se puede decir que una función es **continua en un tramo**, aunque tenga discontinuidades en otros lugares.

Las discontinuidades se clasifican en:

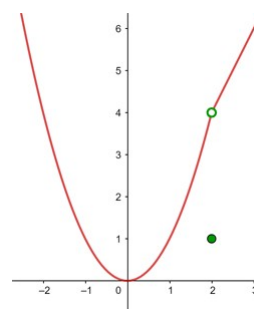
a) Inevitable de salto finito:



b) Inevitable de salto infinito:

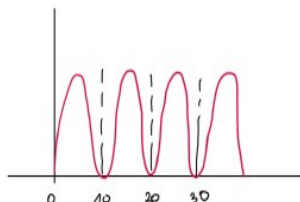


c) Evitable:

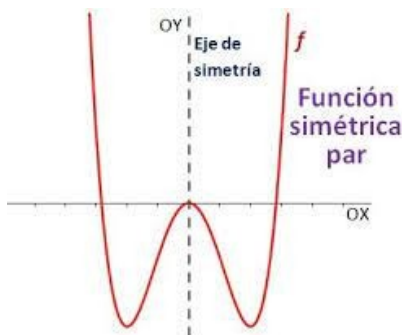


5.- PERIODICIDAD Y SIMETRÍA

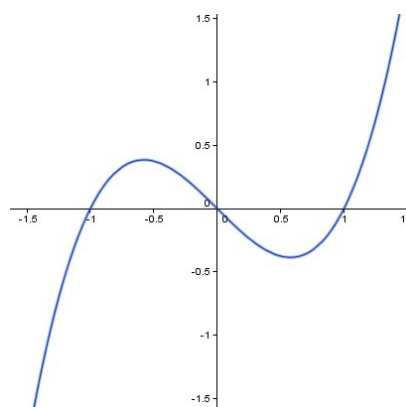
- Una **función periódica** es aquella cuyo comportamiento se repite cada vez que la variable independiente recorre un cierto intervalo. La longitud de ese intervalo se llama **periodo**.



- Una función f es **simétrica par** si al doblar su gráfica por un eje de ordenadas, las ramas de la función se superponen.



- Una función f es **simétrica impar** si al doblar su gráfica por el eje de ordenadas y luego por el de abscisas (o al revés), las ramas de la función se superponen.



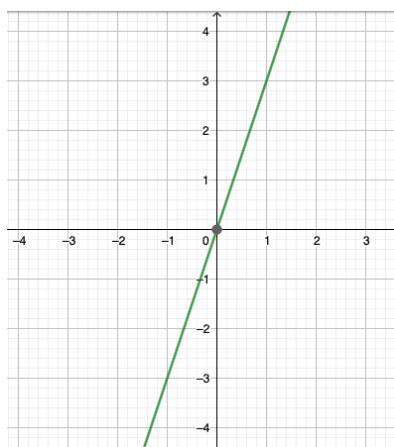
6. FUNCIONES LINEALES

Una **función lineal** no es más que una recta, y se representa haciendo una tabla de valores, tenemos diferentes tipos de funciones lineales. Su expresión algebraica es un polinomio de primer grado. Ejemplo: $f(x) = 3x - 2$

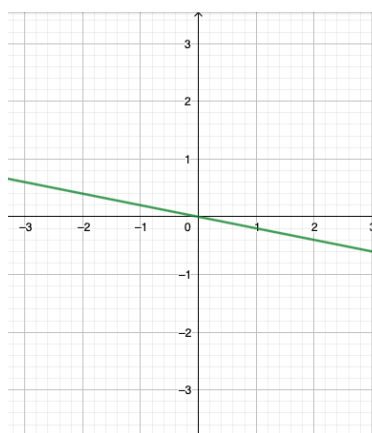
6.1. Función de proporcionalidad

La **función de proporcionalidad** tiene por ecuación $y = mx$ y se representan mediante rectas que pasan por el $(0,0)$. La pendiente de la recta es la constante de proporcionalidad, m . Si $m < 0$ la recta es decreciente y si $m > 0$ la recta es creciente.

Por ejemplo: $y = 3x$



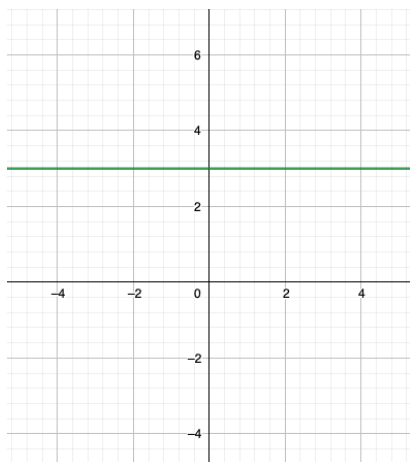
$$y = \frac{-1}{5}x$$



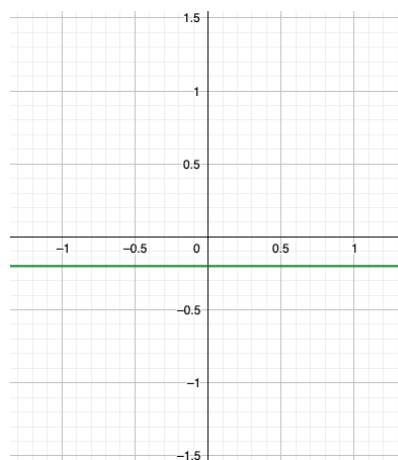
6.2. Función constante

Las **funciones constantes** son de la forma $y = n$ y se representan mediante una recta paralela al eje X. Su pendiente es 0. La recta $y = 0$ coincide con el eje X.

Por ejemplo: $y = 3$



$$y = \frac{-1}{5}$$

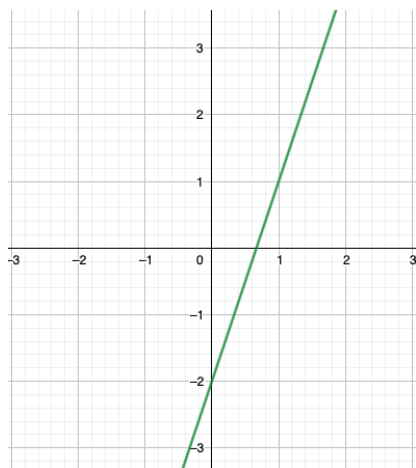


6.3. Expresión general

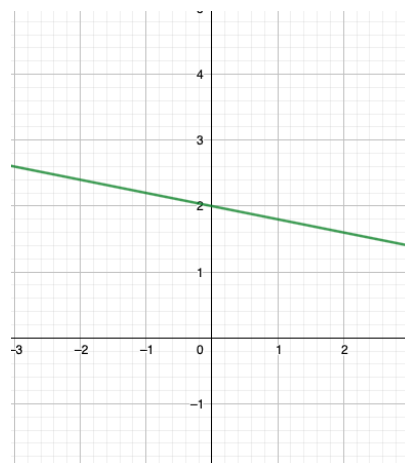
La expresión general de una **función lineal** es $y=mx+n$, se representa mediante una recta con las siguientes características:

- Su pendiente es m
- Su ordenada en el origen es n . Es decir, si $x=0$, entonces $y= n$. Por tanto corta al eje Y en el punto $(0, n)$

Por ejemplo: $y=3x-2$



$$y=\frac{-1}{5}x+2$$



La **pendiente (m)** es la variación que experimenta la y cuando la x aumenta una unidad. Para hallarse se divide la variación de la y por la variación de la x entre dos de sus puntos.

6.4. Recta de la que se conocen un punto y la pendiente

Suponemos que de una recta **conocemos un punto (x_0, y_0) y su pendiente m** . Entonces su ecuación puede escribirse de la siguiente forma: $y=y_0+m(x-x_0)$

6.5. Recta que pasa por dos puntos

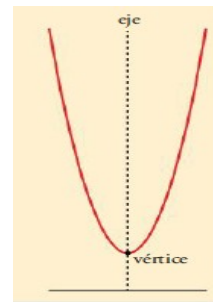
Si ahora **conocemos dos puntos de la recta (x_1, y_1) y (x_2, y_2)** , podemos obtener su pendiente $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$. Al tener un punto, y la pendiente estamos en el caso anterior, y ya podemos calcular la ecuación.

7. FUNCIONES CUADRÁTICAS

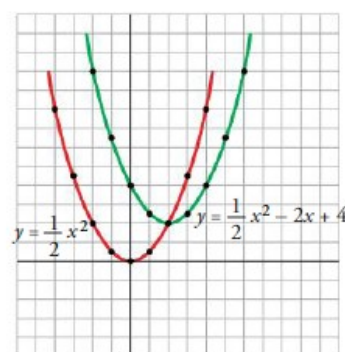
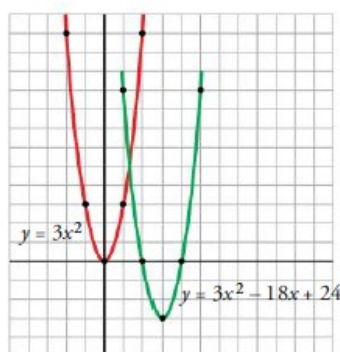
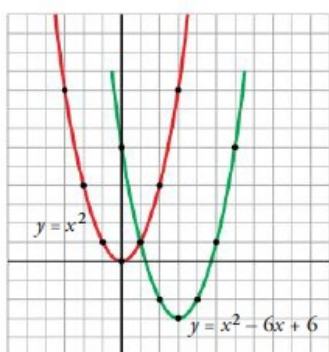
Las funciones $y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, llamadas **cuadráticas**, se representan todas ellas mediante parábolas.

Cada una de estas parábolas tiene un eje paralelo al eje Y.

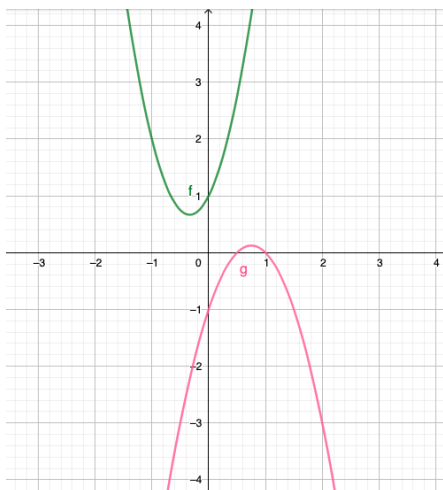
Su forma depende de a , coeficiente de x^2 , del siguiente modo:



- Si dos funciones cuadráticas tienen **el mismo coeficiente** de x^2 , sus parábolas correspondientes son idénticas, aunque pueden estar situadas en posiciones distintas.



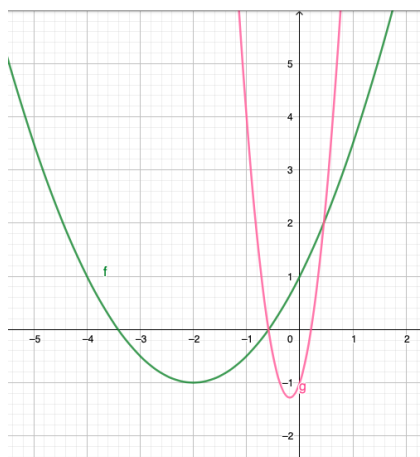
- Si **$a > 0$** , tienen las ramas hacia arriba, y si **$a < 0$** , hacia abajo.



f: $y = 3x^2 + 2x + 1, a = 3 > 0$ ramas hacia arriba

g: $y = -2x^2 + 3x - 1, a = -2 < 0$ ramas hacia abajo

- Cuanto **mayor sea $|a|$** , más estilizada es la parábola.



f: $y=0.5x^2+2x+1, |a|=0.5$ El coeficiente de x^2 , a , es pequeño, entonces la función es más ancha

g: $y=8x^2+3x-1, |a|=8$ El coeficiente de x^2 , a , es más grande, entonces la función es más estrecha

Para **representar** una función cuadrática dada por su ecuación, solo hace falta obtener varios de sus puntos. Empezaremos calculando el vértice de la parábola, para hallar, después, algunos puntos que lo rodean.

- Hallamos la abscisa del vértice de la parábola $y=ax^2+bx+c \Rightarrow p=\frac{-b}{2a}$
- Calculamos el valor de la función en algunas abscisas próximas al vértice.
- Los cortes con los ejes pueden venirnos bien para la representación:
 - Con el eje X, se resuelve la ecuación $ax^2+bx+c=0$
 - Con el eje Y, es el $(0, c)$.