

Boletín T 6: Ecuaciones y sistemas.

Sistemas.

Ejercicio (5).

$$a) \begin{cases} 3 \cdot (x-1) + y = 0 \\ 3 \cdot (x+1) + y = -9 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3x - 3 + y = 0 \\ 3x + 3 + y = -9 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 3x + y = 3 \\ 3x + y = -8 \end{array} \right.$$

Reducción:

$$\begin{array}{r} 3x + y = 3 \\ - 3x - y = 8 \\ \hline \end{array}$$

$0 = 11$ No es posible. No tiene solución

Si lo represento gráficamente:

$$\begin{array}{l} y = -3x + 3 \\ y = -3x - 8 \end{array}$$

misma pendiente = rectas paralelas.

$$b) \begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x + y + y = 4 \\ 3x + 6y = 7 + 5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ 3x + 6y = 12 \end{array} \right.$$

Si nos fijamos $3x + 6y = 12$ es $(x + 2y = 4) \cdot 3$
 $3x + 6y = 12$

Estamos en el caso de antes. Rectas paralelas y por tanto no tiene solución.

$$c) \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 2x + y = 0 \\ 5x - 9y = 0 \end{array} \right. \text{Substitución} \rightarrow y = -2x$$

$$5x - 9(-2x) = 0 \quad / \quad 5x + 18x = 0 \quad / \quad 23x = 0$$

$$x = \frac{0}{23} = 0$$

$$y = -2x = -2 \cdot 0 = 0$$

Solución:

$$x = 0, y = 0$$

Como punto (0,0).

$$d) \begin{cases} 2 \cdot (3x - 2) = y - 1 \\ 3 \cdot (x + y) + 2 \cdot (x - y) = 8 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 6x - 4 = y - 1 \\ 3x + 3y + 2x - 2y = 8 \end{array} \right.$$

$$6x - y = 3$$

$$5x + y = 8$$

Reducción.

$$11x = 11 \quad / \quad x = \frac{11}{11} = 1$$

$$5x + y = 8 \Rightarrow 5 \cdot 1 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 5 = 3$$

Solución: $x = 1, y = 3$. Punto (1,3).

Comprobación: $6 \cdot 1 - 4 = \underline{2} \stackrel{?}{=} 3 - 1 = \underline{2}$. (Si)

$$e) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x - 3y}{6} = \frac{24}{6} \\ \frac{2x + y}{4} = \frac{4}{4} \end{array} \right. \begin{array}{l} 2x - 3y = 24 \\ 2x + y = 4 \end{array}$$

Reducción:

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 24 \\ -2x - y = -4 \\ \hline -4y = 20 \end{array}$$

$$\Rightarrow y = \frac{20}{-4} = -5$$

Penicam $y = \frac{20}{-4} = -5$

$$2x - 5 = 4 \quad | \quad 2x = 9 \quad | \quad x = \frac{9}{2}$$

Solución: $x = \frac{9}{2}, y = -5$.

Comprobación:

$$2x - 3y \stackrel{?}{=} 24 \quad \cancel{x} \cdot \frac{9}{\cancel{2}} - 3(-5) = 9 + 15 = 24 \quad (\text{SI})$$

$$\begin{cases} f) \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{2 \cdot (x+1) + y+1}{4} = \frac{4}{4} \\ \frac{3 \cdot (2x-1) - (2y-1)}{6} = \frac{6}{6} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 2x - 2 + y + 1 = 4 \\ 6x - 3 - 2y + 1 = 6 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x + y = 5 \quad (1) \\ 6x - 2y = 8 \end{array} \right. \quad \text{Reducción}$$

$$\begin{array}{r} (1) \cdot 2 \quad 4x + 2y = 10 \\ \quad \quad 6x - 2y = 8 \\ \hline \end{array}$$

$$10x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$$

$$y = 5 - 2x \quad y = 5 - 2 \cdot \frac{9}{5} = 5 - \frac{18}{5} = \frac{25-18}{5} = \frac{7}{5}$$

Solución: $x = \frac{9}{5}, y = \frac{7}{5}$

Comprobación: $2x + y = 2 \cdot \frac{9}{5} + \frac{7}{5} = \frac{18}{5} + \frac{7}{5} = \frac{25}{5} = 5 \quad (\text{SI})$.

Problemas ecuaciones 2º grado.

②. n°: x

$$x \cdot (x+1) = 90$$

su consecutivo: $x+1$

$$x^2 + x = 90$$

$$x^2 + x - 90 = 0$$

$$a=1, b=1, c=-90$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 360}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2}$$

$$x = \begin{cases} x_1 = \frac{-1+19}{2} = \frac{18}{2} = 9. \\ x_2 = \frac{-1-19}{2} = \frac{-20}{2} = -10. \end{cases}$$

Dos soluciones: $x = \underline{9}$, $x+1 = \underline{10}$

$$x = \underline{-10}, \quad x+1 = -10+1 = \underline{-9}$$

③ Edad: x

$$15x + 100 = x^2 \quad / \quad x^2 - 15x - 100 = 0$$

$$a=1, b=-15, c=-100$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 400}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{15 \pm 25}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{15+25}{2} = 20 \\ x_2 = \frac{15-25}{2} = -5 \end{cases}$$

Solución: 20 años.

$$15 \cdot 20 + 100 = 400 = 20^2$$

no vale edad siempre +

④

$n^{\circ} : x$

consecutivos : $x+1, x+2$

$$x^2 + \underbrace{(x+1)^2}_{\text{blue}} + \underbrace{(x+2)^2}_{\text{orange}} = 365.$$

$$x^2 + \underbrace{x^2 + 2x + 1}_{\text{blue}} + \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{orange}} = 365$$

$$3x^2 + 6x + 5 = 365 \quad / \quad \underline{3x^2 + 6x - 360 = 0}$$

Simplifico ecuación entre 3

$$x^2 + 2x - 120 = 0$$

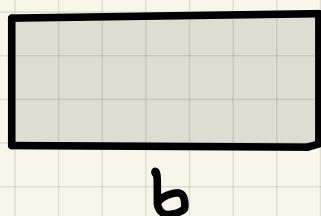
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 480}}{2} = \frac{-2 \pm 22}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-2 + 22}{2} = 10 \\ x_2 = \frac{-2 - 22}{2} = -12 \end{array} \right.$$

Las soluciones:

$$x = \underline{10}, \quad x+1 = \underline{11}, \quad x+2 = \underline{12}$$

$$x = \underline{-12}, \quad x+1 = -12+1 = \underline{-11}, \quad x+2 = -12+2 = \underline{-10}$$

⑤



$$P = 2a + 2b$$

$$A = a \cdot b$$

Planteamos sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 2a + 2b = 16 \\ a \cdot b = 15 \end{array} \right\} \text{Sustitución.}$$

$$a = \frac{15}{b}$$

$$2\left(\frac{15}{b}\right) + 2b = 16 \quad / \quad \frac{30}{b} + 2b = 16$$

$$\frac{30 + 2b^2}{\cancel{b}} = \frac{16b}{\cancel{b}}$$

$$30 + 2b^2 = 16b$$

Tenemos $2b^2 - 16b + 30 = 0$.

Divido ecuación entre 2

$$b^2 - 8b + 15 = 0$$

$$a = 1, b = -8, c = 15.$$

$$b = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{8+2}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{8-2}{2} = 3 \end{cases}$$

Soluciones:

$$b = \underline{5 \text{ cm}}, \quad a = \frac{15}{5} = \underline{3 \text{ cm}}$$

$$b = \underline{3 \text{ cm}}, \quad a = \frac{15}{3} = \underline{5 \text{ cm}}$$

Problemas de sistemas.

$$\begin{array}{lcl} \textcircled{6} \quad \begin{array}{l} \text{n}^\circ : x \\ \text{otro n}^\circ : y \end{array} & \begin{array}{l} * \quad x + y = 45 \\ x - y = 21 \end{array} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} * \quad x + y = 45 \\ x - y = 21 \end{array}} \right\} \text{Planteamiento} \\ & \hline & \begin{array}{l} 2x = 66 \\ x = \frac{66}{2} = 33 \end{array} & \text{Reducción} \end{array}$$

$$* \quad y = 45 - 33 = 22$$

Solución: $\text{n}^\circ : 33$, otro $\text{n}^\circ = 22$.

⑦ Cuadro

	Edad ACTUAL	Edad dentro 15 años
Alberto	x	$x+15$
Pache	y	$y+15$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Se llevan 25 años} \\ \text{Dentro de 15 años} \end{array} \right\} \begin{array}{l} y - x = 25 \\ \underbrace{y + 15}_{\text{edad pache}} = \underbrace{2 \cdot (x + 15)}_{\text{doble Alberto}} \end{array}$$

$$\begin{cases} y - x = 25 \\ y + 15 = 2x + 30 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} -x + y = 25 \\ -2x + y = 30 - 15 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -x + y = 25 \\ -2x + y = 15 \end{array} \right.$$

Sustitución $y = 25 + x$

$$-2x + 25 + x = 15 \quad / \quad -x = 15 - 25 \quad / \quad -x = -10 \quad / \quad x = 10$$

Solución Edad Alberto: 10 años
Edad Pache: 35 años.

Comprobación: $35 + 15 = \underline{\underline{50}} \stackrel{?}{=} 2 \cdot (10 + 15) = 2 \cdot 25 = \underline{\underline{50}}$
(Sí).

⑧ Tasa fija: x precio minuto: y

$$x + 80y = 39$$

$$x + 55y = 31'5$$

Reducción

$$\cancel{x} + 80y = 39$$

$$-\cancel{x} - 55y = -31'5$$

$$\underline{\underline{25y = 7'5}}$$

$$\underline{y = \frac{7'5}{25} = 0'3 \text{ \$ / min.}}$$

$$\underline{x = 39 - 80y = 39 - 80 \cdot 0'3 = 15 \text{ \$ tasa fija}}$$

9) Kg berenjenas : x
Kg patatas : y

$$\begin{cases} 2'7 \cdot x + 0'7 \cdot y = 15'1 \\ 2x + 1'2y = 18 \end{cases} \quad \text{Sustitución}$$
$$2x = 18 - 1'2y$$

$$x = \frac{18 - 1'2y}{2}$$

$$2'7 \cdot \left(\frac{18 - 1'2y}{2} \right) + 0'7y = 15'1 \Rightarrow$$

$$\frac{48'6 - 3'24y}{2} + 0'7y = 15'1$$

$$\frac{48'6 - 3'24y + 1'4y}{2} = \frac{30'2}{2}$$

$$48'6 - 1'84y = 30'2 \quad / \quad 48'6 - 30'2 = 1'84y$$

$$18'4 = 1'84y \quad / \quad y = \frac{18'4}{1'84} = 10.$$

$$y = 10 \text{ Kg patatas}$$

$$x = \frac{18 - 1'2 \cdot 10}{2} = \frac{18 - 12}{2} = 3 \text{ Kg berenjenas}$$

Solución : 3 Kg berenjenas y 10 Kg patatas

10) Problemas de MEZCLAS.

	1ª clase	2ª clase	mezcla
Cantidad (l)	x	y	60
Precio (€)	6	7'2	7

$$\begin{cases} x + y = 60 & \text{(entre las dos clases hay 60 l)} \\ 6x + 7'2y = 60 \cdot 7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 60 \\ 6x + 7'2y &= 420 \end{aligned}$$

Reducción

$$\begin{array}{r} x + y = 60 \quad \cdot (-6) \\ -6x - 6y = -360 \\ \hline 6x + 7'2y = 420 \\ \hline 1'2y = 60 \\ y = \frac{60}{1'2} = 50 \text{ l.} \end{array}$$

$$x = 60 - y = 60 - 50 = 10.$$

Solución: 10 litros 1ª clase y 50 l. 2ª clase.

11)

	1ª café	2ª café	mezcla
Cantidad (Kg)	x	80	y
Precio (€)	34	50	44

Sustitución.

$$x + 80 = y$$

$$34x + 4000 = 44y$$

$$\begin{aligned} 34x + 4000 &= 44y \\ 34x + 4000 &= 44(x + 80) \\ 34x + 4000 &= 44x + 3520 \\ 480 &= 10x \quad / \quad x = \frac{480}{10} = 48 \text{ Kg } 1^\text{a} \text{ clase café} \end{aligned}$$

$$y = x + 80 \quad / \quad y = 48 + 80 = 128 \text{ Kg MEZCLA.}$$

$$\text{Comprob: } 34 \cdot 48 + 4000 = 5632 = 44 \cdot 128 = 5632$$

31

(12)	Nueces Castilla	Nueces India	Mezcla
Cantidad (Kg)	x	8	y
Precio (€)	0'80	1'25 €	1

$$\begin{aligned}
 x + 8 &= y \\
 (*) \quad 0'8x + 8 \cdot 1'25 &= 1 \cdot y
 \end{aligned}
 \left\{
 \begin{aligned}
 x + 8 &= y \quad * \\
 0'8x + 10 &= y
 \end{aligned}
 \right.$$

Sustitución: $0'8x + 10 = x + 8 \quad / \quad 10 - 8 = x - 0'8x$
 $2 = 0'2x \quad / \quad x = \frac{2}{0'2} = \underline{10 \text{ Kg nueces Castilla}}$

$$10 + 8 = y \quad / \quad y = \underline{18 \text{ Kg mezcla.}}$$

Comprobación: (*)

$$0'8 \cdot 10 + 8 \cdot 1'25 = 8 + 10 = 18 = 18 \cdot 1.$$

(13)	Oro 80%	Oro 95%	Mezcla 86%
Peso (Kg)	x	y	5
Pureza	80	95	86

$$\begin{aligned}
 x + y &= 5. \\
 80x + 95y &= 5 \cdot 86
 \end{aligned}
 \left\{
 \begin{aligned}
 y &= 5 - x \quad \text{Sustitución} \\
 80x + 95y &= 430
 \end{aligned}
 \right.$$

$$80x + 95(5 - x) = 430 \quad /$$

$$80x + 475 - 95x = 430 \quad /$$

$$475 - 430 = 15x \quad / \quad 45 = 15x \quad /$$

$$x = \frac{45}{15} = \underline{3 \text{ Kg de 80\% pureza}}$$

$$y = 5 - 3 = \underline{2 \text{ Kg de 95\% pureza}}$$