

1 - Proporcionalidad

1.1) Magnitud, razón y proporción

Una **magnitud** es una propiedad que se puede medir numéricamente. En general el resultado de esa medición se representará con un número y una unidad.

Ejemplos de magnitudes son:

- La longitud de una prueba de atletismo. Ej: 2,5 km
- La capacidad de una botella de agua. Ej: 33 cl.
- El peso de la fruta que compramos en el mercado. Ej: 1,75 kg
- La superficie de una vivienda. Ej: 86,7 m²
- El tiempo que dura una canción. Ej: 3,19 min

La **razón** de dos magnitudes A y B (del mismo tipo) es el cociente $A : B = \frac{A}{B} = r$. La razón permite comparar A y B. La razón se expresa como división A:B, como fracción $\frac{A}{B}$ o como número decimal **r**. Diremos “razón de A y B”; “razón de A respecto de B” o “razón de A sobre B”

- La razón no tiene unidades de medida: se dice que es **adimensional**.

Significado: Suponiendo que $A=18$ y $B=4$ y $r=A/B=$ ____

- La razón de A y B indica cuantas veces cabe la cantidad B en la cantidad A.
- La razón de A y B indica cuantas veces es más grande (ó pequeño) A que B.
- La razón de A y B indica el número por el que multiplicamos B para obtener A.

Proporción: Dos razones iguales forman una proporción (el cociente, **r** es el mismo). Al igual que con las fracciones, dos razones forman una proporción *si y solo si* el producto en cruz de sus elementos es el mismo entonces podemos obtener **valores desconocidos en una proporción** igualando las razones correspondientes

1.2) Proporcionalidad directa

- Dos magnitudes ó variables **A y B están relacionadas entre sí** si para cada valor de la magnitud A le corresponde un valor de la magnitud B. A esos valores relacionados les llamamos **valores correspondientes**.

Ejemplo: La longitud del lado de un cuadrado (a) y su área (a²)

Longitud del lado (a)	1	2	4	8	16
Área (a ²)			16		

- Dos magnitudes A y B son **directamente proporcionales** si la razón entre valores correspondientes de A y B son iguales, es decir, si forman proporción. Al valor de la razón $\frac{A}{B} = k$ se le llama **constante de proporcionalidad**. Podemos relacionar fácilmente la relación de proporcionalidad directa entre 2 magnitudes con el concepto de función.

Tomando $A=y$, $B=x$, obtenemos $\frac{y}{x} = k$. Por tanto, despejando: $y=k \cdot x$ que es una función de proporcionalidad

- Dos magnitudes A y B son **directamente proporcionales** si al multiplicar (ó dividir) cantidades correspondientes por el mismo número, obtenemos nuevas cantidades correspondientes:

Ejemplo: la Estación Espacial Internacional (ISS) se mueve a 7,6 km/s

Tiempo	1 s	10 s	60 s	1 hora		
Distancia	7,6 km				1 km	1 vuelta a la Tierra = 42743 km

Si dos razones son iguales, diremos que forman una proporción, y que las cantidades o magnitudes implicadas son proporcionales. Podemos obtener **valores desconocidos entre magnitudes** directamente proporcionales igualando las razones correspondientes: $\frac{5}{60} = \frac{X}{40} \Rightarrow 5 \cdot 40 = X \cdot 60 \Rightarrow X = \frac{5 \cdot 40}{60}$

1.3) Proporcionalidad inversa

- Dos magnitudes A y B son **inversamente proporcionales** si el **producto** entre valores correspondientes de A y B son iguales. Al producto $A \cdot B = k$ se le llama **constante de proporcionalidad inversa**.

Ejemplo: La velocidad de un vehículo y el tiempo (minutos) que tarda en recorrer cierta distancia son magnitudes inversamente proporcionales:

Velocidad (km/ h)	25	50	100	200	500	1000
Tiempo (min)	160	80	40	20	8	4

Podemos comprobar que el producto de una magnitud por su correspondiente en la otra magnitud da siempre el mismo valor, la constante de proporcionalidad, k

$$k = 25 \cdot 160 = 50 \cdot 80 = 100 \cdot 40 = 200 \cdot 20 = 500 \cdot 8 = 1000 \cdot 4 = 4000$$

- Dos magnitudes A y B son **inversamente proporcionales** si al multiplicar un valor de una magnitud por un número, el valor correspondiente se divide por el mismo número, ó lo que es lo mismo, se multiplica por el inverso.

2 - Porcentajes

Un porcentaje permite comparar dos cantidades entre sí, siendo una de ellas la **cantidad base ó referencia**

Obtener porcentajes conociendo las cantidades

Ejemplo: Tenemos 256 manzanas en el árbol, de las cuales 48 han sido atacadas por los gusanos: Diremos que 48 manzanas de 256 han sido atacadas por gusanos. Podemos expresar esta información como fracción ó nº decimal. Y

convirtiendo el decimal a fracción con DEN=100 obtenemos el porcentaje: $\frac{24}{254} = 0,1875 = \frac{18,75}{100} = 18,75 \%$

- Un porcentaje se indica con el símbolo %, que significa "de cada 100" ó 1/100.
 - Un porcentaje es una fracción con denominador 100. El 100% equivale a la unidad de referencia: $100\% = \frac{100}{100} = 1$.
 - Los porcentajes mayores que 100% representan cantidades mayores que la unidad de referencia.
 - Un número decimal se puede expresar como porcentaje multiplicándolo por 100%. Le llamaremos tanto por uno
- $0,68 = 0,68 \cdot 100\% = 68\%$; $1,2 = 1,2 \cdot 100\% = 120\%$ [PISTA: sólo tienes que desplazar la coma decimal!]
- Una fracción se puede expresar como porcentaje convirtiéndola previamente a número decimal

El porcentaje de una cantidad

Se puede calcular como la fracción de una cantidad, aunque es mucho más rápido usar el decimal correspondiente al porcentaje: **Ejemplo:** "El 95% de las 180 setas que conozco no son mortales".

$$95\% \text{ de } 180 = \frac{95}{100} \text{ de } 180 = \frac{95}{100} \cdot 180 = 0,95 \cdot 180 = 171 \text{ setas no son mortales}$$

El porcentaje de una cantidad se obtiene multiplicando la cantidad por el tanto por uno

Expresar una cantidad como el porcentaje de otra cantidad de referencia

Ejemplo: Tenemos 125 dragones, de los cuáles 65 son crías que aún no saben volar. Podemos expresar el número de crías como un porcentaje del número total de dragones que poseemos. Para esto, antes expresamos el número de crías

como una fracción del total de dragones que luego multiplicamos por el 100%: $\frac{65}{125} = \frac{65}{125} \cdot 100\% = 0,52 \cdot 100\% = 52\%$

Para expresar una cantidad X como porcentaje de otra cantidad B, escribimos X como fracción de B y multiplicamos por 100%. Es decir, si X es el P% de B entonces $P\% = \frac{X}{B} \cdot 100\%$. Si cambiamos la cantidad base, el porcentaje cambia

Aumentar o disminuir una cantidad con un porcentaje conocido

Cuando una cantidad aumenta ó disminuye, podemos expresar ese aumento como un porcentaje de la cantidad original. De modo similar, podemos incrementar o disminuir una cantidad mediante un porcentaje conocido de antemano.

- Si aumentamos una cantidad un 15%, la nueva cantidad será el 100% más el 15% de la cantidad original: un 115% de la cantidad base.
- Al disminuir una cantidad un 15% obtendremos el 100% menos el 15%, es decir, un 85% de la cantidad base.