2Bach AB | Matemáticas CCSS II | Exame 6 | 2026-04-28 NOME:	Tema 5 (10%)	Tema 6 (10%)

TEMA 5

1 *[2 puntos]* Responde á cuestión plantexada en cada caso:

a) *[1 p]* Calcula **a** para que a función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & \text{se } x\leq 4 \\ a-x & \text{se } 4<x \end{cases}$ sexa continua en todo $\mathbb{R}$

b) *[1 p]* Calcula $\int \left(1+\frac{1}{x+1}\right) dx$

2 *[6 puntos]* (Asturias 2024 Extraord – P4) Dada a función $f(x)=-x^2-2x+3$, pídese:

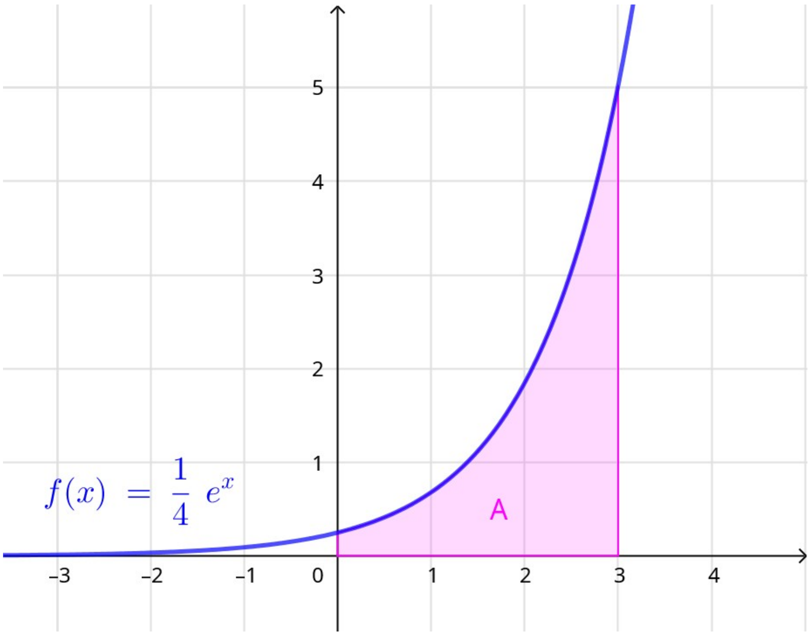
a) *[2,5 p]* Estudar e representar graficamente a función f en todo o seu dominio (obtén puntos de corte, monotonía e extremos).

b) *[3,5 p]* Representa e calcula a área limitada pola curva f e o eixe X entre $x=0$ e $x=2$.

3 *[2 puntos]* [Murcia 2025 Ordinaria Ap3 Cu2b] Dada a función $f(x)=\frac{1}{4}e^x$

a) *[0,5 p]* Escribe a integral que describe a área A da rexión sombreada.

b) *[1,5 p]* Calcula a área.



4 *[2 puntos]* [Euskadi - 2023 Ordinaria A1] Sexan as matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 3 & -1 & -1\end{pmatrix}$. Razoa a dimensión **n x m** que debe ter a matriz **P** para que o produto $(A\cdot P\cdot B^t)$ dea como resultado unha matriz cadrada.

5 *[4 puntos]* [Euskadi - 2023 Extraordinaria A1] Sexan as matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$.

a) *[1 p]* Comproba que $A\cdot B=I$, onde I é a matriz identidade de orde 2.

b) *[0,5 p]* Sen facer a operación, dí cal é o resultado de $A\cdot I$ e xustifícao.

c) *[2,5 p]* Calcula a matriz $(A-2I)^2$

6 *[4 puntos]* [Navarra 2022 Ord EJ1] Considera as matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & -5\\ -5 & 0 & 3\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}5 & 0 & 5\\ -4 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

a) *[2 p]* Calcula $A\cdot B^t$.

b) *[2 p]* Determina as matrices X e Y que verifican o sistema $\begin{cases}2X-Y=A\\ X+Y=B\end{cases}$

[2p] 1 a) [1p] $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & , x\le 4 \\ a-x & , x>4 \end{cases}$ é continua en $\mathbb{R}-\{4\}$ por ser composición de funcións elementais

Se $x=4$, debe ser $\lim_{x\to 4} f(x) = f(4)$

Como $\boxed{\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} x^2-4x+3 = 4^2-4\cdot 4+3 = 3} = f(4)$ 0,25

$\boxed{\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} a-x = a-4}$ 0,25 deben

coincidir logo $\boxed{a-4=3}$ 0,25 $\Rightarrow \boxed{a=7}$ 0,25

b) [1p] $\int 1+\frac{1}{x+1}\,dx = \boxed{x+\ln|x+1|+C}$ 1

2 [6p] a) [2,5p] $f(x) = -x^2-2x+3$

- Puntos de corte [0,5]

$f(0)=3 \Rightarrow \boxed{P_1(0,3)}$ 0,25

$f(x)=0 \Rightarrow -x^2-2x+3=0 \Rightarrow x^2+2x-3=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2} = \frac{-2\pm 4}{2} = \begin{cases} x=-3 \to \boxed{P_2(-3,0)} \\ x=1 \to \boxed{P_3(1,0)} \end{cases}$ 0,25

[0,25] • Puntos críticos:

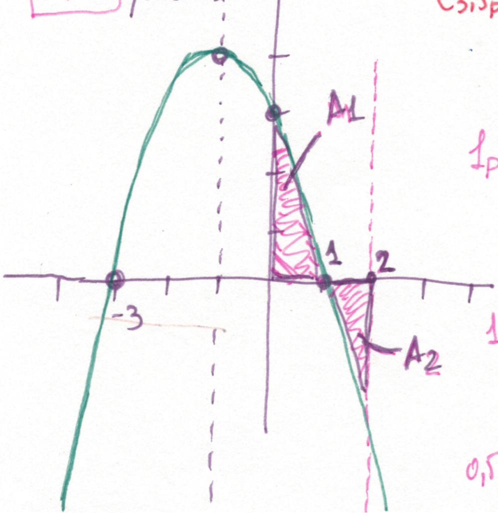
$f'(x) = -2x-2$ que se anula en $\boxed{x=-1}$ 0,25, que é punto crítico

[1p] • Extremos e monotonía

$f''(x) = -2 < 0 \Rightarrow$ en $x=-1$ hai un máximo que vale $f(-1) = -1+2+3 = 4$ 0,5

Ademais f crece en $(-\infty,-1)$ e decrece en $(-1,+\infty)$ 0,5

0,75 {• puntos • curva • eixes



b) [3,5p] Representar áreas → [0,5]

$F(x) = \int f(x)\,dx = \frac{-x^3}{3} - x^2 + 3x$ [0,5]

1p $A_1 \overset{0,25}{=} \int_0^1 f(x)\,dx \overset{0,25}{=} F(1)-F(0) \overset{0,25}{=} 5/3$ [0,75]

$F(1) = \frac{-1}{3} - 1 + 3 = \frac{-1}{3} + 2 = 5/3$; $F(0) = 0$ [0,25]

1p $A_2 \overset{*}{=} \left|\int_1^2 f(x)\,dx\right| = |F(2)-F(1)| = \left|\frac{-2}{3} - \frac{5}{3}\right| = \frac{7}{3}$ [0,75]

$F(2) = \frac{-8}{3} - 4 + 6 = \frac{-8}{3} + 2 = \frac{-2}{3}$ [0,25]

0,5 $A \overset{0,25}{=} A_1 + A_2 = \frac{5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{12}{3} = \boxed{4u^2}$ 0,25

Mat CCSS 2 - Exame 6

(3) [2p]

$$A = \overbrace{\int_0^3 \frac{1}{4} e^x\,dx}^{0,5} = \frac{1}{4}\cdot\int_0^3 e^x = \overbrace{\frac{1}{4}\left(e^x\right]_0^3}^{0,5} = \overbrace{\frac{1}{4}\left(e^3 - e^0\right)}^{0,5}$$

$$= \underbrace{\frac{e^3-1}{4}}_{0,5} \approx 4,771 \qquad \text{sendo } F(x) = \frac{1}{4}e^x$$

(4) [2p]

$\boxed{\begin{matrix} A \text{ é } 2\times 2 \\ B^t \text{ é } 3\times 2 \end{matrix}}$ 0,5 ; Para facer $A\cdot P$ a $\boxed{\text{matriz } P \text{ debe ser } 2\times n}$ 0,5

; $A\cdot P$ é de dimensión $2\times n$

Para poder multiplicar $(A\cdot P)\cdot(B^t)$ debe ser $\boxed{n=3}$ 0,5

Logo $\boxed{P \text{ debe ser de dimensión } 2\times 3}$ 0,5

(5) [4p]

a) $$A\cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}^{0,5} = \overbrace{I}^{0,5} \quad \text{É certo}$$

b) $\underbrace{A\cdot I = I}_{0,25}$ por ser $\underbrace{I \text{ a matriz identidade (elemento neutro)}}_{0,25}$

c) $$-2I = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^{0,5} ; \quad A-2I = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}_{0,75} \Bigg\} 1,25$$

$$(A-2I)^2 = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}}_{0,5} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}_{0,75} \Bigg\} 1,25$$

(6) [4p]

a) $$A\cdot B^t = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ -5 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}}_{0,5} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5-25 & -4-9 \\ -25+15 & 20 \end{pmatrix}}_{1} = \begin{pmatrix} -20 & -13 \\ -10 & 20 \end{pmatrix}_{0,5}$$

b) $$\left\{\begin{aligned} 2X - Y &= A \\ X + Y &= B \end{aligned}\right. \downarrow +$$

$$\underbrace{3X = A+B}_{0,25} \Rightarrow 3X = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -9 & 3 & 3 \end{pmatrix}_{0,25} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{0,5} \Bigg\} 1p$$

$$\underbrace{Y = B - X}_{0,25} = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}}_{0,25} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}_{0,5} \Bigg\} 1p$$