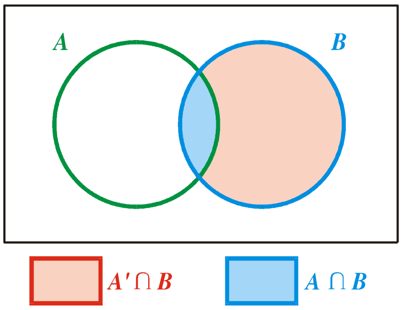
1. Sean *A* y *B* los sucesos tales que: $P[A] = 0{,}4$ $P[\bar{A} \cap B] = 0{,}4$ y $P[A \cap B] = 0{,}1$

Calcular $P[A \cup B]$ y $P[B]$.



Calculamos en primer lugar P[B]:

$P[B] = P[\bar{A} \cap B] + P[A \cap B] = 0{,}4 + 0{,}1 = 0{,}5$

$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}8$

2. Sabiendo que $P[A \cap B] = 0{,}2$ $P[\bar{B}] = 0{,}7$ y $P[A \cap \bar{B}] = 0{,}5$. Calcular $P[A \cup B]$ y $P[A]$.

[Sol: $P[A] = 0{,}7$ y $P[A \cup B] = 0{,}8$].

3. Sean *A* y *B* dos sucesos tales que: $P[\bar{A}] = 0{,}6$ $P[B] = 0{,}3$ y $P[\bar{A} \cup \bar{B}] = 0{,}9$

a) ¿Son independientes *A* y *B*?

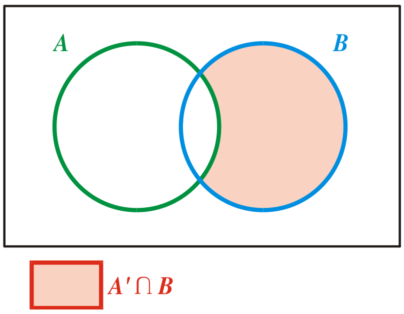
b) Calcular $P[\bar{A} / B]$.

a) $P[\bar{A} \cup \bar{B}] = P[\overline{A \cap B}] = 1 - P[A \cap B] = 0{,}9$ ➔ $P[A \cap B] = 0{,}1$

$P[\bar{A}] = 1 - P[A] = 0{,}6$ ➔ $P[A] = 0{,}4$

$$\left.\begin{array}{l} P[A]\cdot P[B] = 0{,}4\cdot 0{,}3 = 0{,}12 \\ P[A \cap B] = 0{,}1 \end{array}\right\} P[A \cap B] \neq P[A]\cdot P[B]$$

Por tanto, *A* y *B* no son independientes.



b) Como: $P[\bar{A} / B] = \frac{P[\bar{A} \cap B]}{P[B]}$

necesitamos calcular $P[\bar{A} \cap B]$:

$P[\bar{A} \cap B] = P[B] - P[A \cap B] = 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}2$

Por tanto, $P[\bar{A} / B] = \frac{P[\bar{A} \cap B]}{P[B]} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}67$

4. Setembro 2001

Sean A Y B sucesos independientes con P(A) = 0,6 y P(B) = 0,2. Calcúlese $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ y P(A/B).

A y B son sucesos independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ➔ $P(A \cap B) = 0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}12$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}2 - 0{,}12 = 0{,}68$

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0{,}6$

5. De dos sucesos *A* y *B* sabemos que $P[\bar{A}] = 0,48$ $P[A \cup B] = 0,82$ y $P[B] = 0,42$

a) ¿Son *A* y *B* independientes?

b) ¿Cuánto vale *P* [*A* / *B*]?

a) *Calculamos primero* *P[A] = 1- 0,48 = 0,52 y P [A∩ B] = 0,52+0,42 – 0,82 = 0,12*

$$\left.\begin{array}{l} P[A]\cdot P[B] = 0,52\cdot 0,42 = 0,2184 \\ P[A\cap B] = 0,12 \end{array}\right\} P[A\cap B] \neq P[A]\cdot P[B]$$

No son independientes.

$$\text{b) } P[A/B] = \frac{P[A\cap B]}{P[B]} = \frac{0,12}{0,42} = 0,29$$

6. Xuño 2010

Sean A y B sucesos tales que $P(A\cap B)$ = 0,1; $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = 0,6$ e $P(A/B) = 0,5$

(a) Calcular las probabilidades siguientes: $P(B)$ e $P(A\cup B)$. *[Sol:* $P(B) = 0,2$; $P(A\cup B) = 0,4$*]*

(b) ¿Son los sucesos A y B independientes? Justifica la respuesta.

[A y B son sucesos dependientes pues $P(A\cap B) \neq P(A)\cdot P(B)$*]*

7. Xuño 2014

Sean A y B dos sucesos tales que la probabilidad de que ambos sucedan simultáneamente es 1/10 y la probabilidad de que no suceda ningún de los dos es 1/5. Además se sabe que P(A / B) = 1/4.

(a) Calcula la probabilidad de que suceda algún de los dos sucesos.

(b) Calcula la probabilidad de que suceda el suceso A.

8. Setembro 2014

Se sabe que P(B/A) = 0,7, P(A/B) = 0,4 y P(A) = 0,2.

(a) Calcula P (A∩ B) y P(B). Justifica si son independientes o no los sucesos A y B.

(b) Calcula P ($A\cup\overline{B}$), donde $\overline{B}$ representa el suceso complementario o contrario de B.

9. Setembro 2016

Sean A y B sucesos tales que P(A) = 0,80, P(B) = 0,60 y P($\overline{A}\cup\overline{B}$) = 0,52.

(a) Calcula P(A∩B). Justifica si son independientes o no los sucesos A y B.

(b) Calcula las probabilidades de: “que suceda A y no suceda B” y “que no suceda ni A ni B”.

a) Por la propiedad de la probabilidad de la unión de complementarios ➔ $P(\bar{A}\cup\bar{B}) = P(\overline{A\cap B})$ = 1 - $P(A\cap B)$

$P(A\cap B) = 1 - 0,52 = 0,48$

A y B son sucesos independientes pues $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$ ➔ $P(A\cap B) = 0,8\cdot 0,6 = 0,48$

b) $P(A\cap\bar{B}) = P(A) - P(A\cap B) = 0,8 - 0,48 = 0,32$

$P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = 1 - [0,8 + 0,6 - 0,48] = 0,08$

10. En un grupo de 2º de ESO hay 27 estudiantes, 10 son chicas. Sabemos que 7 chicos tienen suspensas las Matemáticas y hay un total de 17 chicos y chicas que las han aprobado.

a) Calcula la probabilidad de que al elegir al azar un estudiante sea una chica que ha aprobado Matemáticas.

b) Calcula la probabilidad de que al elegir al azar un estudiante sea un chico con las Matemáticas suspensas.

c) Calcula la probabilidad de que al elegir al azar un estudiante con las Matemáticas suspensas sea una chica.

11. Extraemos dos cartas de una baraja española (de cuarenta cartas). Calcula la probabilidad de que sean:

a) Las dos de oros. b) Una de copas u otra de oros.

c) Al menos una de oros. d) La primera de copas y la segunda de oros.

a) $P=\frac{10}{40}\cdot\frac{9}{39}=\frac{3}{52}=0{,}058$ b) $P=2\cdot\frac{10}{40}\cdot\frac{10}{39}=\frac{5}{39}=0{,}128$

c) $P=1-P[\text{NINGUNA DE OROS}]=1-\frac{30}{40}\cdot\frac{29}{39}=1-\frac{29}{52}=\frac{23}{52}=0{,}442$ d) $P=\frac{10}{40}\cdot\frac{10}{39}=\frac{5}{78}=0{,}064$

12. De una baraja española (40 cartas) se extrae una carta. Si sale un Oro o una Copa se lanzan dos monedas, si sale una espada se lanza una moneda y si sale bastos no se lanza ninguna.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga alguna cara?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un Oro y además no salga ninguna cara?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos caras?

13. Se lanza un dado. Si sale un número par se lanzan dos monedas, si sale impar se lanza una moneda.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga alguna cara?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número impar y además no salga ninguna cara?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que salgan tres caras?

14. En una urna (A) hay tres bolas blancas y dos negras y en otra urna (C) hay tres bolas negras y dos blancas. Se saca una carta de una baraja española de cuarenta cartas y si sale una figura se extrae una bola de la urna A, si no sale figura se extrae una bola de la urna C.

a) Calcular la probabilidad de sacar una bola blanca.
b) ¿Son independientes los sucesos: B = {sacar una bola blanca} y A = {sacar una figura}?

15. Dos personas eligen al azar, cada una de ellas, un número del 0 al 9. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos personas no piensen el mismo número?

Para calcular la probabilidad, suponemos que el primero ya ha elegido número. La pregunta es: ¿cuál es la probabilidad de que el segundo elija el mismo número?

$$P = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

Por tanto, la probabilidad de que no piensen el mismo número será: $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = 0{,}9$

16. En un invernadero hay flores de dos especies (tulipanes y rosas) y de dos colores (rojos y blancos). Se sabe que hay un 60 % de tulipanes, de los cuales la mitad son rojos, y un 40 % de rosas, de las cuales una cuarta parte son blancas.

a) Calcular la probabilidad de que al escoger al azar una flor sea un tulipán blanco.
b) Calcular la probabilidad de que al escoger al azar un tulipán este sea blanco.
c) Calcular la probabilidad de que al escoger al azar una flor blanca sea un tulipán.
d) Calcular la probabilidad de que al escoger al azar una flor sea blanca.

17. Tenemos dos urnas A y B. La urna A contiene 2 bolas negras, 3 bolas rojas y 1 bola verde. La urna B contiene 3 bolas negras, 3 bolas rojas y 2 bolas verdes. Lanzamos un dado al aire y si sale un número menor que 3 sacamos una bola de la urna A y si sale 3,4,5 ó 6 sacamos una bola de la urna B.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea verde?
b) Sabiendo que ha salido la urna A ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea verde?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que salga la urna A y la bola sea verde?
d) Sabiendo que la bola obtenida es verde ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

18. Sabemos que en dos pueblos (A y B) hay la siguiente distribución de personas según sexo: En el pueblo A hay 180 mujeres y 120 hombres y en el pueblo B hay 90 mujeres y 110 hombres. Para hacer una estadística, se elige uno de los dos pueblos atendiendo a su población (se sabe que P(A) = 3/5 y que P(B) = 2/5) y se escoge una persona que resulta que es una mujer. Calcular la probabilidad de que sea del pueblo B.

19. Tenemos dos urnas A y B. La urna A contiene 2 bolas negras, 5 bolas rojas y 1 bola blanca. La urna B contiene 3 bolas negras, 3 bolas rojas y 2 bolas blancas. Lanzamos un dado al aire y si sale un número menor que 5 sacamos una bola de la urna A y si sale 5 ó 6 sacamos una bola de la urna B.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
b) Sabiendo que la bola obtenida es blanca ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

20. En unas oposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85. Si un opositor sabe 35 de los 85 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas?

Tenemos que hallar la probabilidad de que ocurra el siguiente suceso:

A = "el opositor conoce, al menos, uno de los tres temas"

Para calcularla, utilizaremos el complementario. Si sabe 35 temas, hay 85 - 35 = 50 temas que no sabe; entonces:

P [A] = 1 - P [A'] = 1 - P ["no sabe ninguno de los tres"] $= 1 - \frac{50}{85} \cdot \frac{49}{84} \cdot \frac{48}{83} = 1 - 0{,}198 = 0{,}802$

Por tanto, la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas es de 0,802.

21. En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar inglés, 36 saben hablar francés, y 12 de ellos hablan los dos idiomas.
Escogemos uno de los viajeros al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable francés, sabiendo que habla inglés?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable francés?

Organizamos los datos en una tabla, completando los que faltan:

	HABLAN FRANCÉS	NO HABLAN FRANCÉS	
HABLAN INGLÉS	12	36	48
NO HABLAN INGLES	24	48	72
	36	84	120

Llamamos I ≡ "Habla ingles", F ≡ "Habla francés".

a) Tenemos que hallar P [I ∪ F]: $P[I \cup F] = P[I] + P[F] - P[I \cap F] = \frac{48+36-12}{120} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

b) $P[F/I] = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

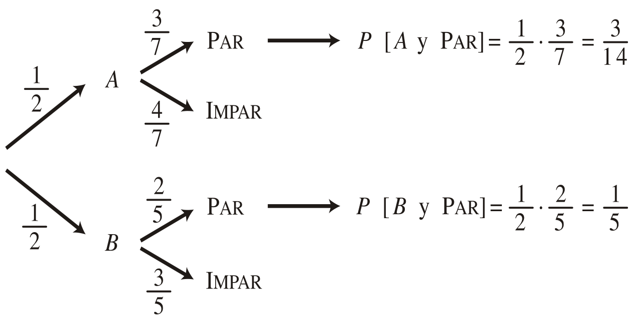
c) $P[F \cap \text{no}\, I] = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

22. Una urna, *A*, contiene 7 bolas numeradas del 1 al 7. En otra urna, *B*, hay 5 bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que, si sale cara, extraemos una bola de la urna *A* y, si sale cruz, la extraemos de *B*.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

b) Sabiendo que salió un número par, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la urna *A*?

Hacemos un diagrama en árbol:



$$\text{a) } P[\text{PAR}] = \frac{3}{14} + \frac{1}{5} = \frac{29}{70}$$

$$\text{b) } P[A/\text{PAR}] = \frac{P[A \text{ y PAR}]}{P[\text{PAR}]} = \frac{3/14}{29/70} = \frac{15}{29}$$

23. Se hace una encuesta en un grupo de 120 personas, preguntando si les gusta leer y ver la televisión. Los resultados son:

- A 32 personas les gusta leer y ver la tele.
- A 92 personas les gusta leer.
- A 47 personas les gusta ver la tele.

Si elegimos al azar una de esas personas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste ver la tele?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta ver la tele?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?

Organizamos la información en una tabla de doble entrada, completando los datos que faltan:

	VEN LA TELE	NO VEN LA TELE	
LEEN	32	60	92
NO LEEN	15	13	28
	47	73	120

Llamamos L = "Le gusta leer" y T = "Le gusta ver la tele".

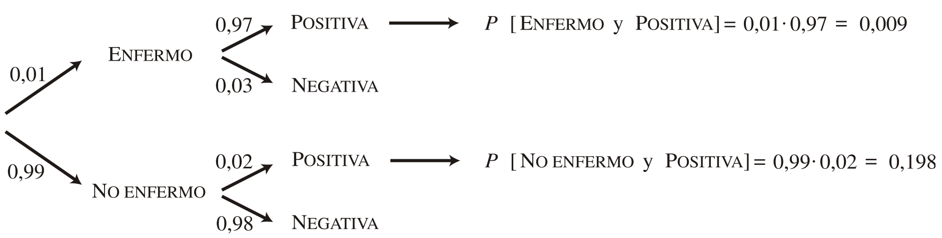
$$\text{a) } P[\text{no } l] = \frac{73}{120} = 0{,}61 \qquad \text{b) } P[L/T] = \frac{32}{47} = 0{,}68 \qquad \text{c) } P[L] = \frac{92}{120} = \frac{23}{30} = 0{,}77$$

24. El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad?

b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?

Hacemos un diagrama de árbol



a) P [Enfermo y Positiva] = 0,0097

b) $P\left[\text{ENFERMO} \;/\; \text{POSITIVA}\right] = \dfrac{P\left[\text{ENFERMO y POSITIVA}\right]}{P\left[\text{POSITIVA}\right]} = \dfrac{0{,}0097}{0{,}0097 + 0{,}0198} = \dfrac{0{,}0097}{0{,}0295} = 0{,}33$

25. En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado matemáticas, 16 que han aprobado inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos.

Elegimos al azar un alumno de esa clase:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés y matemáticas?

b) Sabiendo que ha aprobado matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés?

c) ¿Son independientes los sucesos "Aprobar matemáticas" y "Aprobar inglés"?

Organizamos los datos en una tabla de doble entrada, completando los que faltan:

	APRUEBAN MATEMÁTICAS	NO APRUEBAN MATEMÁTICAS	
APRUEBAN INGLÉS	10	6	16
NO APRUEBAN INGLES	8	6	14
	18	12	30

Llamamos $M \equiv$ "Aprueba matemáticas", $I \equiv$ Aprueba inglés".

a) $P\left[M \cap I\right] = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3} = 0{,}33$ b) $P\left[I \,/\, M\right] = \dfrac{10}{18} = \dfrac{5}{9} = 0{,}56$

c) $P\left[M\right] \cdot P\left[I\right] = \dfrac{18}{30} \cdot \dfrac{16}{30} = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{8}{15} = \dfrac{24}{75} = \dfrac{8}{25}$

$P\left[M \cap I\right] = \dfrac{1}{3} \neq \dfrac{8}{25}$ Como $P\left[M \cap I\right] \neq P\left[M\right] \cdot P\left[I\right]$, los dos sucesos no son independientes.

26. Tenemos dos bolsas, *A* y *B*. En la bolsa *A* hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa *B* hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de *A* y la pasamos a *B*. Después extraemos una bola de *B*.

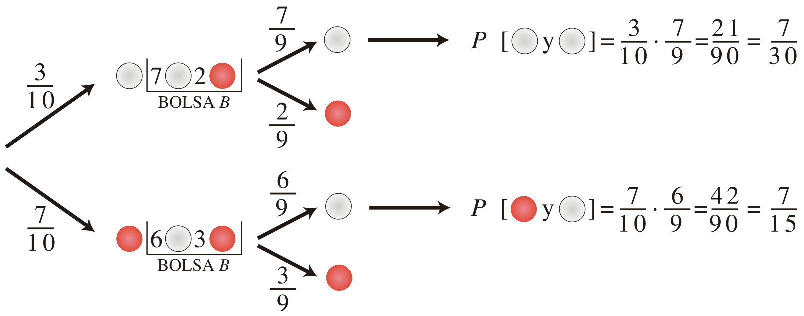
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de *B* sea blanca?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?

Hacemos un diagrama en árbol:

a) $P[2^a\ Bl] = \frac{7}{30} + \frac{7}{15} = \frac{7}{10}$

b) $P[Bl\ \text{ y }\ Bl] = \frac{7}{30}$



27. En un pueblo hay 100 jóvenes; 40 de los chicos y 35 de las chicas juegan al tenis. El total de chicas en el pueblo es de 45. Si elegimos un joven de esa localidad al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico?

b) Si sabemos que juega al tenis, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico que no juegue al tenis?

Hacemos una tabla de doble entrada, completando los datos que faltan:

	CHICOS	CHICAS	
JUEGAN AL TENIS	40	35	75
NO JUEGAN AL TENIS	15	10	25
	55	45	100

a) $P[Chico] = \frac{55}{10} = \frac{11}{20} = 0{,}55$

b) $P[Chica\ /\ Tenis] = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} = 0{,}47$

c) $P[Chica \cap\ No\ tenis] = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} = 0{,}15$

28. Una bolsa, *A*, contiene 3 bolas rojas y 5 verdes. Otra bolsa, *B*, contiene 6 bolas rojas y 4 verdes. Lanzamos un dado: si sale un uno, extraemos una bola de la bolsa *A*; y si no sale un uno, la extraemos de *B.*

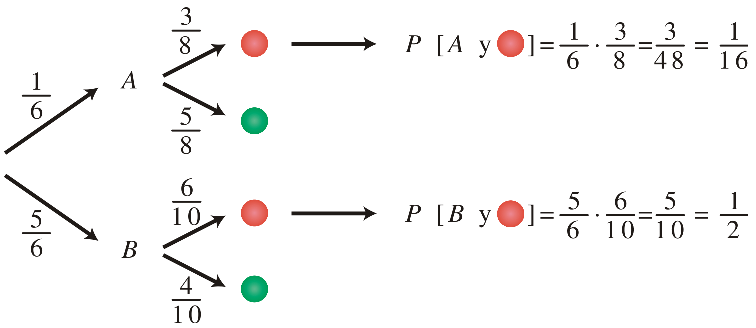
a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja?

b) Sabiendo que salió roja, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de *A*?

Hacemos un diagrama en árbol:

$$a)\ P[R] = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$b)\ P[A/R] = \frac{P[A \text{ y } R]}{P[R]} = \frac{1/16}{9/16} = \frac{1}{9}$$



29. En una cadena de televisión se hizo una encuesta a 2 500 personas para saber la audiencia de un debate y de una película que se emitieron en horas distintas: 2 100 vieron la película, 1 500 vieron el debate y 350 no vieron ninguno de los dos programas. Si elegimos al azar a uno de los encuestados:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película y el debate?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película, sabiendo que no vio el debate?

c) Sabiendo que vio la película, ¿cuál es la probabilidad de que viera el debate?

Organizamos la información en una tabla de doble entrada, completando los datos que faltan:

	DEBATE	NO DEBATE	
PELÍCULA	1 450	650	2 100
NO PELÍCULA	50	350	400
	1 500	1 000	2 500

Llamamos $D \equiv$ *"Vio el debate" y* $P \equiv$ *"Vio la película".*

$$a)\ P[D \cap P] = \frac{1\,450}{2\,500} = \frac{29}{50} = 0{,}58 \quad b)\ P[P/D] = \frac{1\,450}{1\,500} = \frac{29}{30} = 0{,}97 \quad c)\ P[D/P] = \frac{1\,450}{2\,100} = \frac{29}{42} = 0{,}69$$

30. Xuño 2001

Cuando los motores llegan al final de una cadena de producción, un inspector escoge los que deben pasar una inspección completa. Supóngase que se producen un10% de motores defectuosos, y que el 60% de todos los motores defectuosos y el 20% de los buenos pasan una inspección completa. Calcúlese:

a) Probabilidad de que un motor elegido al azar sea defectuoso y pase la inspección.

b) Probabilidad de que un motor elegido al azar sea bueno y pase la inspección.

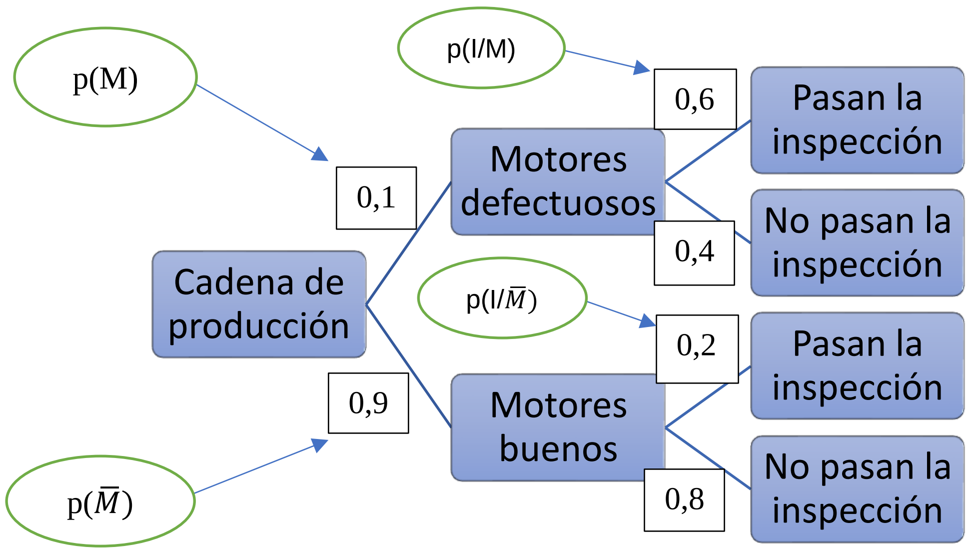
c) Si conocemos que el 24% de los motores pasan la inspección, ¿qué porcentaje de los mismos son defectuosos?

Primero debemos encontrar los sucesos que definen el problema:

Supongamos el espacio muestral "cadena de producción" que producen motores defectuosos y no defectuosos, de los cuáles deben pasar una inspección completa.

M ≡ "Motores defectuosos" ➔ p(M) = 0,1 I ≡ "Pasan la inspección completa" ➔ p(I/M) = 0,6 y p(I/$\overline{M}$) = 0,2

El diagrama en árbol correspondiente sería:



a) p(M∩I) = p(M)·p(I/M) = 0,1 · 0,6 = 0,06 b) p($\overline{M}$ ∩I) = p($\overline{M}$)·p(I/$\overline{M}$) = 0,9 · 0,2 = 0,18

c) Me preguntan que sabiendo que pasa la inspección, cuáles son defectuosos ➔ $p\left(\frac{M}{I}\right)$

$$p\left(\frac{M}{I}\right) = \frac{p(M \cap I)}{p(I)} = \frac{0{,}06}{0{,}06+0{,}18} = 0{,}25$$