

Unidade 6 - Matrices e sistemas lineais - Exercicios

1 - Exercicios

1 Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ calcula, se é posible, a expresión da matriz AB . ¿Pódese

calcular BA ?

2 Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -13 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ calcula $(2A+B)C^t$.

3 Calcula os determinantes das seguintes matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$

4 Calcula o rango das matrices: $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 6 & 10 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 7 & -3 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

5 Calcula a matriz inversa das matrices: $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

6 Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ obtén $\frac{1}{2} \cdot (A+B \cdot C)$

2 - Problemas de ABAU/PAU de Galicia [2025-2001]

7 (PAU Ordinaria 2025) — Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calcule a matriz inversa de A , A^{-1} .

b) Calcule a matriz inversa da matriz trasposta de A , $(A^t)^{-1}$, utilizando o apartado anterior.

c) Despexe e calcule o valor de X na seguinte ecuación matricial $AX - A^t = X$

8 (PAU Extraordinaria 2025) — Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

a) Calcule a inversa da matriz A .

b) Calcule a matriz BA^t e determine o seu rango (sendo A^t a matriz trasposta de A).

c) Despexe X na ecuación matricial $XA + B = BA^t$ e calcúlea.

9 (ABAU Ordinaria 2024) — Considere a ecuación matricial $X \cdot A + B = A \cdot B^t$ onde B^t denota a matriz trasposta de B ,

sendo A e B as matrices seguintes: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule, se é posible, a inversa da matriz A e o rango da matriz B .

b) Despexe a matriz X na ecuación matricial e, a continuación, calcule o seu valor.

10 (ABAU Extraordinaria 2024) — Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & 3 & k \end{pmatrix}$

- a) Calcule para que valor de k non existe a matriz inversa de A .
 b) Xustifique cal e o rango de A se $k = -5$.
 c) Calcule a matriz A^{-1} (inversa de A) para $k = -2$.

11 (ABAU Ordinaria 2023) — Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcule a matriz A^t (sendo A^t a matriz trasposta de A) e calcule a matriz $A \cdot B$
 b) Calcule a matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que cumpre $A \cdot B \cdot X = C + I$ onde $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e I a matriz identidade 2×2 .

a) $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ b) $(A \cdot B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 1/5 & -3/5 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} 2/5 & -2/5 \\ 2/5 & -2/5 \end{pmatrix}$

12 (ABAU Extraordinaria 2023) — Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcule os valores de a para os cales a matriz A ten inversa.
 b) Para $a = 1$ calcule, se é posible, a inversa da matriz A
 c) Exprese en forma matricial o sistema de ecuacións seguinte e resólvalo:
$$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

a) A matriz A ten inversa para tódolos valores de a distintos de $2/3$ b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

13 (ABAU Ordinaria 2022) — Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

- a) Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.
 b) Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.
 c) Despexe X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

a) $A^2 - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$; $A - I = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) $(A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ c) $X = (A^2 - B) \cdot (A - I)^{-1}$; $X = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

14 (ABAU Extraordinaria 2022) — Dadas as matrices $A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ e $2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

- a) Calcule as matrices A e B .
 b) Despexe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcule o seu valor.

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ b) $X = (A - I)^{-1} \cdot B$ $X = \begin{pmatrix} -2/3 & -1/3 \\ 5/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

15 (ABAU Xuño 2021) — Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} m & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe a matriz inversa de A .

b) Despeixe a matriz X tal que $X \cdot A + B = C$ e calcúlea para $m=1$.

$$a) \text{ Existe inversa da matriz } A \text{ para todo } m \neq 0 \quad b) X = (C-B) \cdot A^{-1}; \quad X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -9 \\ 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

16 (ABAU Setembro 2021) — Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} a & 2 & 3 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Determine os valores x, y, z para os que a matriz A non ten inversa.

b) Calcule A^{-1} para $x=3, y=1, z=0$. c) Resolva o sistema $B \cdot A = C$ para $a=1$.

$$a) \text{ Non existe inversa da matriz } A \text{ cando } y=0 \text{ ou } z=1. \quad b) A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad c) x=3 \text{ e } z=1/3$$

17 (ABAU Xuño 2020) — Consideramos as matrices $A = \begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule as matrices $A+B$ e $3C-B$

b) Expresse en forma matricial o sistema de ecuacións que se obtén ó formular $A+B = 3C-B$ e resólva.

$$a) A+B = \begin{pmatrix} a+b & a-b & 2 \\ a+3 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad 3C-B = \begin{pmatrix} 3c-b & b-9 & 2 \\ 3c-3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ -6 \end{pmatrix} \quad a=-3; b=3; c=1$$

18 (ABAU Setembro 2020) — Dispoñemos de tres granxas A, B e C para a cría ecolóxica de polos. A granxa A ten capacidade para criar un 20% máis de polos que a granxa B , e a granxa B ten capacidade para criar o dobre de polos que a granxa C . Sábese ademais que entre as tres granxas se poden criar un total de 405 polos.

a) Formule o sistema de ecuacións asociado a este problema.

b) Resolva o sistema de ecuacións anterior. Cantos polos se poden criar en cada unha das tres granxas?

$$a) \begin{cases} x+y+z=405 \\ 5x-6y=0 \\ y-2z=0 \end{cases}; \quad b) x=75; y=150; z=180$$

19 (ABAU xuño 2019) — Consideramos as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule a matriz $B^t \cdot A \cdot B$

b) Calcule a inversa da matriz $A - I$, onde I é a matriz identidade de orde 2

c) Despeixe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcúlea.

$$a) B^t \cdot A \cdot B = \begin{pmatrix} 13 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad b) (A-I)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad c) X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

20 (ABAU Setembro 2019) — Nunha caixa hai billetes de 5, 10 e 20 por un valor de 400 €. Sábese que o número de billetes de 20 € é a terceira parte do total e que o número de billetes de 5 € é inferior en 4 unidades ao do resto.

a) Escriba un sistema de ecuacións que represente o problema.

b) Escribo en forma matricial.

c) Calcula a matriz inversa da matriz de coeficientes e resolve o sistema.

$$a) \begin{cases} 5x+10y+20z=400 \\ x+y-2z=0 \\ x-y-z=-4 \end{cases}; \quad b) \begin{pmatrix} 5 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad c) x=16; y=8; z=12$$

21 (ABAU xuño 2018) — Consideramos as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix}$. Calcule as matrices $B - C$ e $A \cdot B$. Calcula os valores de a , b e c que verifican $B - C = A \cdot B$

$$B - C = \begin{pmatrix} b & 1-c \\ 0 & -1+c \end{pmatrix}; \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} b & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad a=2; \quad b \text{ calquera}; \quad c=2$$

22 (ABAU Setembro 2018) — As vendas de tres produtos P1, P2 e P3, relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais $x+y+z=6$; $x+y-z=0$; $2x-y+z=3$, sendo x , y , z as vendas dos produtos P1, P2 e P3 respectivamente

a) Expressa o sistema en forma matricial $AX = B$. b) Calcula a matriz inversa de A , sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes. c) Calcula as vendas x , y , z para eses tres produtos.

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad b) \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \quad c) \quad x=1; y=2; z=3$$

23 (ABAU xuño 2017) Consideremos as matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calcula os valores de x e y para os que se cumpre a igualdade $C \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) Determina o rango das matrices A e B .

c) Calcula X na ecuación matricial $X + A^t = 2I + B$, A^t matriz trasposta de A e I matriz identidade de orde 3.

$$a) \quad x=5/3; y=-4/3 \quad b) \quad \text{rango}(A) = 3 \text{ e } \text{rango}(B) = 2 \quad c) \quad X = 2I + B - A^t \quad x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

24 (ABAU setembro 2017) Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & c & c \end{pmatrix}$.

a) Calcula os valores de a , b e c para que se satisfaga a igualdade $A \cdot B + B \cdot C = 2I$, I matriz identidade de orde 3.

b) Para $a=4$, $b=-3$ e $c=1$ calcula o rango da matriz $A+B-2C$.

$$a) \quad a=4; b=-3; c=1 \quad b) \quad \text{rango}(A+B-2C) = 2$$

25 (xuño 2016) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calcula as matrices B^{-1} e C^{-1} inversas das matrices B e C respectivamente.

b) Despexa e calcula a matriz X que verifica $A^t + B \cdot X = 5C^{-1}$, A^t matriz trasposta de A .

$$a) \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad e \quad C^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \quad b) \quad X = B^{-1} (5C^{-1} - A^t) \quad x = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

26 (setembro 2016) Sexa a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Determina os valores de x e y para os que se verifica a seguinte ecuación $3A^2 - xA + yI = O$, onde I é a matriz identidade de orde 2 e O é a matriz nula da mesma orde.

b) Despexa e calcula a matriz X na ecuación matricial $2A + X = 3A^{-1}$ (A^{-1} é a matriz inversa de A).

$$a) \quad \begin{pmatrix} 6+x+y & 3-x \\ 3-x & 15-2x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x=3; y=-9 \quad b) \quad X = 3A^{-1} - 2A \quad x = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

27 (xuño 2015) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$.

a) Calcula as matrices $A \cdot B$ e $B - C$. Calcula os valores de a , b e c que cumpren $A \cdot B = B - C$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix}; \quad B - C = \begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix} \quad a=1; b=-1; c=-2$$

28 (setembro 2015) Tres socios reúnen 6000 euros para investir nun produto financeiro. Sábese que o primeiro achega o dobre que o segundo e que o terceiro achega tanto como o primeiro e o segundo xuntos.

a) Formula o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado e exprésao en forma matricial.

b) Resolve o sistema anterior. ¿Canto diñeiro achega cada un dos socios para realizar o investimento?

$$a) \begin{cases} x+y+z=6000 \\ x-2y=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b) \text{ O primeiro socio achega 2000 euros, o segundo 1000 euros e o terceiro 3000 euros, para investir nese produto financeiro}$$

29 (xuño 2014) A condición de equilibrio para o prezo, en unidades monetarias, de tres produtos P_1, P_2 e P_3 relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais: $x+y+z=6$; $x+y-z=0$ e $2x-y+z=3$, sendo x, y, z os prezos dos produtos P_1, P_2 e P_3 , respectivamente.

a) Expresa o sistema en forma matricial $AX = B$. Calcula a matriz inversa de A , sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes.

b) Calcula os prezos de equilibrio para eses tres produtos x, y, z .

30 (setembro 2014) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Calcula B^{-1} , matriz inversa de B .

b) Determina os valores que deben tomar a e b para que se verifique $A \cdot B^{-1} + 2I = C^t$, I é a matriz identidade de orde 2 e C^t é a matriz trasposta de C .

31 (xuño 2013) Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

a) Determina o valor de x para que se verifique $B^2 = A$.

b) Calcula o valor de x para que $B + C = A^{-1}$

c) Calcula o valor de x para que se verifique $A - B + \frac{1}{2}C = 3I_2$ sendo I_2 a matriz identidade de orde 2.

32 (setembro 2013)

a) Calcula as matrices X e Y que verifican o sistema $3X + 2Y = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$; $X - 5Y = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -12 & -4 \end{pmatrix}$

b) Calcula a matriz inversa de $X \cdot Y$

33 (xuño 2012) Decidimos investir unha cantidade de 15000 euros en bolsa, comprando accións de tres entidades A, B e C . Investimos en A o dobre que en B e en C xuntas. Transcorrido un ano, as accións da entidade A revalorizáronse un 3%, as de B un 4% e as de C perderon un 2% e, como consecuencia, obtivemos un beneficio de 380 euros. Determina canto investimos en cada unha das entidades.

34 (setembro 2012)

a) Determina a matriz X sabendo que $X^{-1} \cdot B^t = A + B$ sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

b) Dada $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, calcula, se o hai, algún valor de " a " para o que se verifique que A^2 sexa a matriz identidade.

35 (xuño 2011) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula a inversa da matriz $A^2 + I$, con I matriz identidade de orde 3.

36 (setembro 2011) Despexar a matriz X na ecuación $A^{-1}XB - 2CD = B^2$ e calculala, sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
e $D = (1 \ 3)$

37 (xuño 2010) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2x \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -y & 0 \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & z & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Calcula os valores de x , y , z para os que se verifica $2A - 4B + 3C = D^{-1}$

38 (setembro 2010) Dada a ecuación matricial $A \cdot X + A^t = X + B$ sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

a) Despexar a matriz X . Calcular a matriz inversa de $(A - I_2)$, sendo I_2 a matriz identidade de orde 2.

b) Resolver a ecuación matricial.

39 (xuño 2009) — Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ e $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

Calcula os valores dos números reais x , y , z , para que se verifique a seguinte igualdade entre matrices

$$x \cdot A^{-1} \cdot B = E + y \cdot C + z \cdot D$$

40 (setembro 2009) — Considera as matrices A , B , C e D seguintes: $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2x \\ 4 \\ y \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$

a) Calcula a inversa da matriz A .

b) Calcula a matriz $C \cdot D - B$. ¿Cal é a súa orde?

c) Determina os valores de x , y , z que satisfán a identidade $A^{-1} \cdot B = C \cdot D - B$

41 (xuño 2008) — Un autobús transporta en certa viaxe 60 viaxeiros de tres tipos: viaxeiros que pagan o billete enteiro que custa 1 €; estudantes que teñen un 25% de desconto e xubilados cun desconto do 50% do prezo do billete. A recadación do autobús nesta viaxe foi de 48 euros. Calcular o número de viaxeiros de cada clase sabendo que o número de estudantes era o dobre que o número do resto de viaxeiros.

42 (setembro 2008) — Considerar a ecuación matricial $X + X \cdot A + B^t = 2C$, onde as matrices A , B e C veñen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \text{onde } B^t \text{ denota a matriz trasposta de } B.$$

a) Despexar a matriz X na ecuación matricial, ¿que orde ten?

b) Calcular a matriz $2C - B^t$ e a inversa da matriz $I + A$, sendo I a matriz identidade de orde 3.

c) Resolver a ecuación matricial obtendo o valor da matriz X .

43 (xuño 2007) — Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & b & c \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

Calcular os valores de a , b e c para que se verifique a ecuación matricial $A \cdot B^t = C$

44 (setembro 2007) — Unha empresa de produtos informáticos ten tres tendas

O	I	C
---	---	---

(T1, T2 e T3) nas que vende un modelo de ordenador (O), un de impresora (I) e outro de cámara dixital (C), a un prezo de venda por unidade de 1200 €, 300 € e 650 €, respectivamente. En certo mes, o número de artigos vendidos (en cada tenda) é o indicado na táboa seguinte:

T1	z	y	4
T2	25	x	z
T3	20	y	z

Determinar o número de artigos vendidos en cada unha das tres tendas, sabendo que os ingresos obtidos no devandito mes foron 23600 € na T1, 39700 € na T2 e 32200 € na T3.

45 (xuño 2004) Tres traballadores A, B e C, ó rematar un determinado mes, presentan á súa empresa a seguinte plantilla de produción, correspondente ás horas de traballo, dietas de mantemento e km de desprazamento que fixeron cada un deles

	Horas de traballo	Dietas	km
A	40	10	150
B	60	15	250
C	30	6	100

Sabendo que a empresa paga ós tres traballadores a mesma retribución: x euros por hora traballada, y euros por cada dieta e z euros por km de desprazamento e que paga ese mes un total de 924 euros ó traballador A, 1390 euros ó B e 646 euros ó C, calcular x, y, z.

46 (xuño 2006) — Determinar a matriz X na seguinte ecuación matricial $A^2X = \frac{1}{2}(A + B \cdot C)$,

$$\text{sendo } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

47 (setembro 2006) — Dada a ecuación matricial $X \cdot A + B^t = 2X$, a) Despexar a matriz X

$$\text{sendo } B^t \text{ a matriz trasposta de B e } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ b) Achar a matriz inversa de } A - 2I, \text{ sendo I a matriz identidade de orde 3.}$$

c) Resolver a ecuación matricial.

48 (xuño 2005) — Un fabricante produce tres artigos diferentes (A, B e C), cada un dos cales precisa para a súa elaboración de tres materias primas (M_1 , M_2 e M_3). Na seguinte táboa represéntase o número de unidades de cada materia prima que se require para elaborar unha unidade de cada produto:

		Produtos		
		A	B	C
Materias primas	M_1	2	1	3
	M_2	3	2	2
	M_3	1	2	4

Dispón de 50 unidades de M_1 , 70 unidades de M_2 e 40 unidades de M_3 .

a) Determinar as cantidades de artigos A, B e C que produce dito fabricante.

b) Se os prezos de venda de cada artigo son, respectivamente, 500, 600 e 1000 euros e gasta en cada unidade de materia prima 50, 70 e 60 euros, respectivamente, determinar o beneficio total que consegue coa venda de toda a produción obtida (utilizando tódolos recursos dispoñibles).

49 (setembro 2005) — Unha empresa fabrica xoguetes de tres tipos diferentes T1, T2 e T3. Os prezos de custo de cada xoguete e os ingresos que obtén a empresa por cada xoguete vendido veñen dados na seguinte táboa:

	T1	T2	T3
Prezo de custo	4 €	6 €	9 €
Ingreso	10 €	16 €	24 €

O número de vendas anuais é de 4500 xoguetes T1, 3500 xoguetes T2 e 1500 xoguetes T3. Sabendo que a matriz de custos (C) e a matriz de ingresos (I) son matrices diagonais e que a matriz de vendas anuais (V) é unha matriz fila,

a) determinar as matrices C, I e V.

b) obter, utilizando as matrices anteriores, a matriz de custos anuais, a matriz de ingresos anuais, e a matriz de beneficios anuais, correspondentes ós tres tipos de xoguetes.

50 (setembro 2004) — Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 5x & 2 \\ 2x & 2 \\ x & -2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3z \\ z \\ 2z \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 2 \\ 3/2 \\ -3/2 \end{pmatrix}$

a) Calcular a matriz $(A \cdot B) + C$

b) Sabendo que $(A \cdot B) + C = 2D$, formular un sistema de ecuacións e encontrar os valores de x, y, z .

51 (xuño 2003) Resolver matricialmente a ecuación $A^t X - B = 0$ sendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

52 (setembro 2003) Na seguinte táboa indícase a audiencia prevista (en miles de espectadores) por tres cadeas de TV (A, B, C) nunha determinada semana e en cada un dos tres segmentos horarios (Mañá: M, Tarde: T e Noite: N)

	A	B	C
M	40	60	20
T	60	40	30
N	100	80	90

Sen embargo, como consecuencia da calidade dos programas emitidos, produciuse na audiencia prevista (e en tódolos segmentos horarios) unha redución do 10% na cadea A, unha redución do 5% na B e un aumento do 20% na C.

a) Obter a matriz que representa a nova audiencia das tres cadeas A, B e C, nos tres segmentos horarios M, N e T.

b) Sabendo que o beneficio que obtén cada cadea por espectador é de 3 euros pola mañá, 4 euros pola tarde e 6 euros pola noite, obter mediante cálculo matricial os beneficios para cada unha das tres cadeas.

53 (xuño 2002) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ pídese:

a) Calcular A^2

b) Resolver a ecuación matricial $A^2 X + AB = B$

54 (setembro 2002) Dado o sistema $2x - y = 2$, $x - y + z = 2$, $y - z = -1$, expresalo matricialmente $AX = B$, calcular a matriz inversa de A e resolvelo.

55 (setembro 2002) Resolver a ecuación matricial $AX + X = B$, sendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

56 (xuño 2001) Calcular a matriz X tal que $AX = A + B$ sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

57 (setembro 2001) Resolver a ecuación matricial $AX = BX + C$ sendo: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

3 - Problemas de ABAU/PAU de outras comunidades [2021-2001]

58 (Valencia xuño 2007) Los tres modelos existentes de una marca de automóviles cuestan 12.000, 15.000 y 22.000 euros, respectivamente. Un concesionario ha ingresado 1.265.000 euros por la venta de automóviles de esta marca. ¿Cuántos coches ha vendido de cada modelo si del más barato se vendieron tantos como de los otros dos juntos y del más caro la tercera parte de los coches que cuestan 15.000 euros?

59 (Valencia setembro 2007) Se están preparando dosis con dos tipos de complementos para los astronautas de la nave Enterprise. Cada gramo del complemento A contiene 2 unidades de riboflavina, 3 de hierro y 2 de carbohidratos. Cada

gramo del complemento B contiene 2 unidades de riboflavina, 1 de hierro y 4 de carbohidratos. ¿Cuántos gramos de cada complemento son necesarios para producir exactamente una dosis con 12 unidades de riboflavina, 16 de hierro y 14 de carbohidratos?

60 (Cataluña setembre 2007) Una persona va a la bodega y compra tres tipos de vino. En total compra 20 botellas y se gasta 100 €. Compra botellas de tres tipos, A, B y C, que cuestan 3 €, 7 € y 8 €, respectivamente. Halle el número de botellas que ha comprado de cada tipo, sabiendo que ha comprado al menos una de cada tipo.

61 (Madrid xuño 2007) Un alumno de 2º de Bachillerato emplea en la compra de tres lápices, un sacapuntas y dos gomas de borrar, tres euros. El doble del precio de un lápiz excede en cinco céntimos de euro a la suma de los precios de un sacapuntas y de una goma de borrar. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una goma de borrar. Determina el precio de un lápiz, de un sacapuntas y de una goma de borrar.

62 (Madrid setembre 2007) La suma de las edades actuales de los tres hijos de un matrimonio es 59 años. Hace cinco años, la edad del menor era un tercio de la suma de las edades que tenían los otros dos. Dentro de cinco años, el doble de la edad del hermano mediano excederá en una unidad a la suma de las edades que tendrán los otros dos. Halla las edades actuales de cada uno de los hijos.

63 (Canarias xuño 2007) Una aseguradora tiene tres tarifas: una para adulto, otra para niño y otra para anciano. Se sabe que una familia de tres adultos, 2 niños y 1 anciano paga 215 €, una segunda familia de 4 adultos, 1 niño y 2 ancianos paga 260 €, una tercera familia de 2 adultos, 2 niños y 1 anciano paga 190 €.

a) ¿Cuánto paga cada adulto, niño y anciano?

b) Cuánto pagará una familia de 5 adultos, 3 niños y 2 ancianos?

64 (Canarias setembre 2007) Un comercio tiene un total de 270 unidades de productos de tres tipos: A, B y C. Del tipo A tiene 30 unidades menos que de la totalidad de B más C y del tipo C tiene el 35% de la suma de A más B. ¿Cuántos productos de cada tipo hay en el comercio?

65 (Navarra 2024 Ord EJ1) - Una empresa dedicada a deportes de montaña vende sesiones individuales de senderismo, rápel y ciclismo de montaña. Un día concreto, la empresa vende en un total de 45 sesiones. Los precios por sesión y persona de cada una de estas tres actividades son 40 euros, 20 euros y 60 euros, respectivamente, recaudando la empresa un total de 1700 euros ese día. Si por cada persona que elige rápel hay tres que eligen senderismo, ¿cuántas personas han realizado cada actividad?

(i) Plantee el sistema de ecuaciones lineales. (3 puntos)

(ii) Resuelva el sistema e interprete la solución en el contexto del problema. (7 puntos)

66 [Madrid 2023 Ord EJ1] Considera a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Estudie si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.

b) Determine la matriz X tal que $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

67 Navarra 2024 Extra EJ1 Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} a & -4 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -10 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

(i) Determine los valores del parámetro a para los cuales A tiene inversa. (2 puntos)

(ii) Para a=2 calcule la matriz inversa A^{-1} (3 puntos)

(iii) Para $a=2$, despeje y calcule la matriz X que verifica la ecuación $XA+I=B^t \cdot C$ siendo I la matriz identidad. (5 puntos)

68 **Valencia 2024 Extra P2** Consideramos las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Analiza si la matriz $AB-2I$ es invertible, siendo I la matriz identidad de orden 3. (3 puntos)

b) Determina la matriz X que es solución de la ecuación $A+2XC=B^t$, siendo B^t la traspuesta de la matriz B . (4 puntos)

c) Calcula para qué valores de z la matriz $D = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & z \end{pmatrix}$ cumple la condición $CD=DC$. (3 puntos)

69 **Valencia 2024 Ord P2** Consideramos las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Hallar la matriz X que satisface la ecuación $X^{-1}A+A=B$. (4 puntos)

b) Hallar la matriz Y que satisface la ecuación $(A-B)Y-AY=I$, donde I representa a la matriz identidad de orden 3. (4 puntos)

c) Hallar la matriz Z que satisface la ecuación $AZA^{-1}=I$. (2 puntos)

70 **Asturias 2024 Extra P1** Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & m \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & m \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 0 & 2m \\ -2m & -1 \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $E = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) [1 punto] Si $((A \cdot B - C) \cdot D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m .

b) [1.5 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Resuelve el sistema para $m = -1$.

71 **(Madrid 2024 Ord - P3)** (2 puntos) Se considera la matriz A dada por $A = \begin{pmatrix} 1-a & -2 & -1 \\ 1 & a & 1 \\ 2 & -2 & a \end{pmatrix}$

a) Determine los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para los que exista la inversa de A .

b) Para $a = -2$, calcule A^{-1}

72 **(Madrid 2024 Extra - P1)** (2 puntos) Se consideran las matrices M , P y N dadas por:

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 1 \end{pmatrix}; \quad P = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}; \quad N = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) Determine los valores de los parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$ para los que se verifica: $M \cdot N = 2N$ y $N^t \cdot M^t + M \cdot P = N$

b) Para $a = 0$, $b = -1$ y $c = -2$ compruebe que $M^2 = M + 2I$, donde I denota la matriz identidad de tamaño 2×2 , y utilice dicha igualdad para calcular M^{-1} y M^3 .

73 **(Castilla y León 2024 Extra - P2)** Una sociedad invierte el capital de sus inversores en tres tipos de productos financieros (acciones, bonos y depósitos). Transcurrido un año, las acciones han tenido un beneficio del 4%, mientras que los bonos y los depósitos han tenido una pérdida del 5% y del 2% respectivamente, y como consecuencia, los 3 millones de euros invertidos se convierten en 2934300 euros. En bonos se ha invertido un 40% más que entre los otros dos productos juntos. Calcular el capital invertido en cada uno de los tres productos.

74 **(Castilla y León 2024 Extra - Cuestión 1)** Despejar la incógnita X en la ecuación matricial $AX+B=C-3X$.

75 (Castilla y León 2024 Ord - P2) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \end{pmatrix}$ y

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}.$$

a) Sea A^t la matriz traspuesta de A , indicar razonadamente cuáles de los productos de matrices $A \cdot B$, $B \cdot A^t$, $C \cdot D$ y $D \cdot A$ se pueden realizar. Determinar las dimensiones de las matrices resultantes en aquellos casos en los que sea posible realizar dichos productos.

b) Hallar la matriz X que es solución de la ecuación $X \cdot B = D$.

76 (Castilla y León 2022 Ord - Cuestión 1) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Hallar a y b para que la matriz A conmute con B .

77 (Castilla y León 2022 Extra - Cuestión 1) Dadas tres matrices A , B y C , se sabe que $A \cdot B \cdot C$ es una matriz de dimensión 2×3 y que $B \cdot C$ es una matriz de dimensión 4×3 , determinar la dimensión que debe tener A .

78 Determina las matrices X e Y que satisfacen las relaciones siguientes: $X + 2Y = A^t + B$ y $X - Y = AB$, donde A^t

representa la matriz traspuesta de A y las matrices A y B son $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

79 Navarra 2022 Ord EJ1 Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

(i) Calcule $A \cdot B^t$ y explique razonadamente si la matriz resultante tiene inversa (3 puntos)

(ii) Determine las matrices X e Y que verifican el sistema
$$\begin{cases} 2X - 3Y = A \\ 3X - 2Y = B \end{cases}$$

80 (Navarra 2021 Ord - E1) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$, responda a las siguientes cuestiones:

(i) Calcule A^{-1} y B^{-1} . (ii) Resuelva la ecuación matricial $C - A = 2X - 6I$ (iii) Resuelva la ecuación matricial $A X B = C$

81

4 - Soluciones problemas de ABAU/PAU 2024 e 2014 a 2001

1 2014: a) $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ b) $(A \cdot B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 1/5 & -3/5 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} 2/5 & -2/5 \\ 2/5 & -2/5 \end{pmatrix}$

2 2014: