2Bach AB | Matemáticas CCSS II | Exame 4 | 2026-02-24

NOME:

Tema 3 (10%)	Tema 3 (15%)

TEMA 3

1 *[5 puntos]* O prezo de alugueiro (PA) de pisos de dúas habitacións de unha gran cidade segue unha distribución normal.

a) Se para unha mostra de 400 pisos de dúas habitacións, con unha confianza do 99 %, obtívose [1174,25; 1225,75] como o intervalo para a media de PA, ¿cal é a desviación típica de PA?

b) Usando a media mostral e a desviación típica obtidas en a), ¿cal é a probabilidade de que, para unha mostra de 25 pisos de dúas habitacións da referida cidade, o prezo medio de alugueiro sexa maior ou igual que 1250 euros?

[2,5] a) X = "prezo do alugueiro"; $X \sim N(\mu, \sigma)$; $n = 400$ pisos; $1-\alpha = 0{,}99$

0,5 $I_{99\%} = [1174{,}25; 1225{,}75] \Rightarrow \boxed{\bar{X} = \frac{1174{,}25+1225{,}75}{2} = 1200\text{ €}}$ 0,25 e $\boxed{E = \frac{1225{,}75-1174{,}25}{2} = 25{,}75}$ 0,25

0,75 Como $P(Z \le z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 0{,}995 \Rightarrow \boxed{z_{\alpha/2} = \frac{2{,}57+2{,}58}{2} = 2{,}575}$ e 0,75

1,25 $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 25{,}75 = 2{,}575 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{400}}$ 0,75 $\Rightarrow \frac{25{,}75}{2{,}575} \cdot 20 = \sigma \Rightarrow \boxed{\sigma = 200\text{ €}}$ 0,5

[2,5] b) Supoñendo $\mu = \bar{X} = 1200$ €, $X \sim N(1200, 200) \Rightarrow$ Se $n = 25 \Rightarrow \bar{X} \sim N\left(1200; \frac{200}{\sqrt{25}}\right) \Rightarrow$ 0,25

$\Rightarrow \boxed{\bar{X} \sim N(1200; 40)}$ 0,25 polo que $P(\bar{X} \ge 1250)$ 0,5 $= P\left(Z \ge \frac{1250-1200}{40}\right) = P(Z \ge 5/4)$ 0,5 $= P(Z \ge 1{,}25) =$

$= 1 - P(Z \le 1{,}25)$ 0,5 $= 1 - 0{,}8944 = \boxed{0{,}1056}$ 0,5

2 *[5 puntos]* Nun estudo sobre o país de orixe dos cruceiristas que visitan as Illas Canarias seleccionouse unha mostra aleatoria de 196 cruceiristas, dos que 34 procedían de Alemaña.

a) Determinar un intervalo de confianza al 98% para a proporción de cruceiristas procedentes de Alemaña.

b) Se se desexara estimar dita proporción con unha marxe de erro do 2% e unha confianza do 95% ¿cal debería ser o tamaño da mostra?

[2,5] a) 0,5 P = "proporción de cruceiristas de Alemaña" 0,25; $\boxed{\hat{p} = \frac{34}{196} \simeq 0{,}1735}$ 0,25 e $n = 196$ cruceiristas

$1-\alpha = 0{,}98 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}99 \Rightarrow P(Z \le z_{\alpha/2}) = 0{,}99 \Rightarrow \boxed{z_{\alpha/2} = 2{,}33}$ (vale tamén 2,325) 0,75

1,25 Como $I = \left(\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}\right)$; $\boxed{E = 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{0{,}1735\cdot(1-0{,}1735)}{196}} = 2{,}33 \cdot 0{,}0270 \simeq 0{,}0630}$ 0,75

Logo $I = (0{,}1735 \pm 0{,}0630) = \boxed{(0{,}1105; 0{,}2364)}$ 0,5 $\approx (0{,}111; 0{,}236)$

[2,5] b) Hai dúas formas de respostar a este apartado: a "oficial" e a "correcta".

"OFICIAL": tomamos $\hat{p} = 0{,}1735$ (incorrecto) $\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1{,}96 \cdot 0{,}379}{0{,}02}$ 0,5 $= 37{,}11 \Rightarrow \boxed{n = 1377}$ 0,5 (exacto!!)

(pero esta $\hat{p}$ está calculada con $n = 196$, que xa non vale)

Entón: $E = 0{,}02 = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}$ 0,25 $\Rightarrow$

Sendo $1-\alpha = 0{,}95 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}975 = P(Z \le z_{\alpha/2})$

$\Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$ 0,75

$0{,}02 = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}1735\cdot(1-0{,}1735)}{n}}$ 0,5 $\Rightarrow$

"CORRECTA": Dado que descoñecemos n e $\hat{p}$, tomamos o caso máis desfavorable de $\hat{p} = 0{,}5$ [1]

$0{,}02 \overset{*}{=} 1{,}96 \cdot \frac{\sqrt{0{,}5\cdot 0{,}5}}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \cdot \frac{0{,}5}{\sqrt{n}} \Rightarrow$

$\sqrt{n} = 1{,}96 \cdot \frac{0{,}5}{0{,}02} = 49$ 0,5 $\Rightarrow \boxed{n = 2401}$ 0,5 exacto!!

* Sendo $z_{\alpha/2} = 1{,}96$ [0,5]

TEMA 4

3 Calcula a función derivada de cada unha destas funcións:

1,5 a) $f(x)=(x-4)^2-4$ $= x^2-8x+12 \Rightarrow f'(x)=2x-8$

2 b) $f(x)=\dfrac{-9+x^2}{x^2-4}$ $\Rightarrow f'(x)=\dfrac{2x\cdot(x^2-4)-(-9+x^2)\cdot 2x}{(x^2-4)^2}=\dfrac{\cancel{2x^3}-8x+18x-\cancel{2x^3}}{(x^2-4)^2}=$

$$=\frac{10x}{(x^2-4)^2}$$

1,5 c) $f(x)=e^{2x}+x$ $\Rightarrow f'(x)=\dfrac{d}{dx}(e^{2x})+\dfrac{d}{dx}(x)=e^{2x}\cdot 2+1=2e^{2x}+1$

4 Un empresario fixo un estudo para analizar a evolución do seu negocio durante 6 meses. Os ingresos, en miles de euros, veñen dados poa función $f(t)=t^3-3t+10$ con $0\leq t\leq 6$ (t meses transcurridos desde o inicio do estudo)

(3) a) Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento da función.

(2) b) Calcula cando os ingresos foron máximos e cando mínimos no intervalo de tempo considerado e canto é o valor de ditos ingresos.

1,5 {0,75} $f'(t)=3t^2-3=3\cdot(t^2-1)$;

{0,75} • Puntos críticos: $f'(t)=0 \Rightarrow t^2-1=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \text{ (non vale, está fora do Dom } f) \end{cases}$

• Monotonía: Estudamos o signo de f en $(0,1)$ e $(1,6)$

1,5 {0,75} − Se $t\in(0,1)$: $f'(0{,}5)=3\cdot(-0{,}75)<0 \Rightarrow f'(t)<0$ en $(0,1) \Rightarrow$ f decrece en $(0,1)$

{0,75} − Se $t\in(1,6)$: $f'(2)=3\cdot(4-1)>0 \Rightarrow f'(t)>0$ en $(1,6) \Rightarrow$ f crece en $(1,6)$

1,5 {0,75} Logo hai un mínimo relativo en $t=1$ que vale $f(1)=8$ mil €

{0,75} Como $f(0)=10$ k€ e $f(6)=208$ k€ temos un máximo absoluto en $t=6$.

0,5 {0,5} Os ingresos mínimos se producen no mes 1 e son de 8000 € e os máximos se obteñen no mes 6 e son de 208000 €.