

U8 - Interpolación Polinómica – BOLETÍN 1 de EJERCICIOS

Interpolación lineal	$f(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0)$
Polinomio de interpolación de Newton	Grado 1: $P_1(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0)$
	Grado 2: $P_2(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}(x - x_0) + \frac{y_2 - P_1(x_2)}{(x_2 - x_0) \cdot (x_2 - x_1)} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1)$
Polinomio de interpolación de Lagrange	Grado 1: $P_1(x) = \frac{y_0}{x_0 - x_1} \cdot (x - x_1) + \frac{y_1}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0)$
	Grado 2: $P_2(x) = b_0 \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) + b_1 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_2) + b_2 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) =$ $= \frac{y_0}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) + \frac{y_1}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_2) +$ $+ \frac{y_2}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1)$ con
	$b_0 = \frac{y_0}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} ; \quad b_1 = \frac{y_1}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} ; \quad b_2 = \frac{y_2}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}$
Polinomio de Taylor de grado n para f en el punto a:	$T_{n,a} = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} \cdot (x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!} \cdot (x-a)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \cdot (x-a)^n$ Llamaremos: $a_0 = f(a) \quad a_1 = f'(a) \quad a_2 = \frac{f''(a)}{2!} \quad a_3 = \frac{f'''(a)}{3!} \quad a_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$

1 - Interpolación Lineal

- 1 Dados los puntos (1,2) y (3,8), obtén el polinomio de interpolación lineal de grado uno, y empléalo para estimar el valor de y en $x=2$.
- 2 Dados los puntos (-1,-3) y (2,5), obtén el polinomio interpolación lineal de grado uno, y empléalo para estimar el valor de y en $x=\frac{1}{3}$.
- 3 Dados los puntos (-2,3) y (1,7), obtén el polinomio interpolación lineal de grado uno, y empléalo para estimar el valor de y en $x=0$.
- 4 Dados los puntos (1,5) y (-3,-7), obtén el polinomio interpolación lineal de grado uno, y empléalo para estimar el valor de y en $x=-2$.
- 5 Sabiendo que $\sin(0)=0$ y $\sin(30)=0,5$, queremos calcular el valor de $\sin(15)$, para ello obtén el polinomio de interpolación de grado 1 y empléalo para calcular el valor aproximado. Suponiendo que el valor real es 0,258819, halla el error relativo de la aproximación.

2 - Interpolación mediante o polinomio de Newton

- 6 Calcula el polinomio de interpolación de Newton de grado 2 que pasa por los puntos (1,2), (3,6) y (5,10).

- 7 Usa el polinomio de interpolación de Newton de grado 2 para estimar el valor de $f(4)$ sabiendo que pasa por los puntos $(2,3)$, $(4,8)$ y $(6,15)$.
- 8 Dados los puntos $(0,1)$, $(1,3)$, y $(2,7)$, calcula el polinomio de interpolación de Newton de grado 2 que pasa por esos puntos.
- 9 Calcula el polinomio interpolador de Newton de grado 3 que pasa por los puntos $(0,1)$, $(1,2)$, $(3,3)$ y $(5,4)$.

3 - Interpolación mediante o polinomio de Lagrange

- 10 Encuentra el polinomio de interpolación de Lagrange de grado 2 para los puntos $(1,2)$, $(3,6)$, y $(5,10)$.
- 11 Usa el polinomio de interpolación de Lagrange de grado 2 para estimar $f(4)$ con los puntos $(2,3)$, $(4,8)$, y $(6,15)$.
- 12 Dados los puntos $(0,1)$, $(1,3)$, y $(2,7)$, calcula el polinomio de interpolación de Lagrange de grado 2 que pasa por esos puntos.
- 13 Calcula el polinomio interpolador de Lagrange de grado 3 que pasa por los puntos $(0,1)$, $(1,2)$, $(3,3)$ y $(5,4)$.

4 - Interpolación mediante o polinomio de Taylor

- 14 Utiliza el polinomio de Taylor de grado 6 de la función $f(x)=e^x$ en el punto $a=0$ para aproximar el valor de $f(0.5)$.
- 15 Calcula el polinomio de Taylor de grado 4 para la función $f(x)=\sin(x)$ en el punto $a=0$ y usa este polinomio para aproximar el valor de $\frac{\pi}{6}$.
- 16 Calcula el polinomio de Taylor de grado 5 para la función $f(x)=\cos(x)$ en el punto $a=\pi$ y usa este polinomio para aproximar el valor de $\frac{\pi}{3}$.

5 - Ejercicios de repaso

- 17 Sabiendo que $\cos(0)=1$ y $\cos(45^\circ)=\frac{1}{\sqrt{2}}$, queremos calcular el valor de $\cos(22.5^\circ)$. Para ello, obtén el polinomio de interpolación lineal de grado 1 y empléalo para calcular el valor aproximado. Suponiendo que el valor real es 0.92388, halla el error relativo de la aproximación.
- 18 Dados los puntos $(0,5)$ y $(4,9)$, obtén el polinomio de interpolación lineal de grado uno y empléalo para estimar el valor de y cuando $x=2$.
- 19 Encuentra el polinomio de interpolación de Newton de grado 2 para los puntos $(-1,2)$, $(0,3)$, y $(2,6)$.
- 20 Calcula el polinomio de interpolación de Lagrange de grado 2 para los puntos $(1,2)$, $(2,4)$, y $(3,6)$.
- 21 Estima el valor de $f(1.5)$ usando el polinomio de Taylor de grado 3 para $f(x)=\ln x$ en el punto $a=1$.