

FICHA REPASO: APROXIMACIÓN DE RAÍCES

1.- Dada la función $f(x) = x^4 - 3x^2 - 3$:

a) Estudia si función cumple el Teorema de Bolzano en el intervalo $[1,2]$.

$f(x)$ continua en $[1,2]$ por ser una función polinómica

$$f(1) = 1 - 3 - 3 = -5 < 0$$

$$f(2) = 16 - 12 - 3 = 1 > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{T. Bolzano } \exists c \in (1,2) / \\ f(c) = 0 \end{array} \right.$$

b) Estudia si función cumple el Teorema de Rolle en el intervalo $[1,2]$.

$f(x)$ continua en $[1,2]$ > por ser una función polinómica

$f(x)$ derivable en $(1,2)$

$$f(1) = -5$$

$$f(2) = 1$$

$$f(1) \neq f(2)$$

No cumple las hipótesis del T. Rolle

c) Encuentra una solución aproximada de la ecuación $x^4 - 3x^2 - 3 = 0$ utilizando el Método de Bisección (realiza 5 iteraciones) en el intervalo $[1,2]$.

Iteración 1

$$\bullet x_1 = \frac{1+2}{2} = 1,5$$

$$\bullet f(1,5) = -5,9 < 0$$

$$\bullet \text{Intervalo: } [1,5; 2]$$

Iteración 2

$$\bullet x_2 = \frac{1,5+2}{2} = 1,75$$

$$\bullet f(1,75) = -2,8 < 0$$

$$\bullet \text{Intervalo: } [1,75; 2]$$

Iteración 3

$$\bullet x_3 = 1,875$$

$$\bullet f(1,875) = -1,18 < 0$$

$$\bullet \text{Intervalo } [1,875; 2]$$

Iteración 4

$$\bullet x_4 = 1,9375$$

$$\bullet f(1,9375) = -0,17 < 0$$

$$\bullet \text{Intervalo: } [1,9375; 2]$$

Iteración 5

$$\bullet x_5 = 1,96875$$

$$\bullet f(1,96875) = 0,39 > 0$$

$$\bullet \text{Intervalo: } [1,9375; 1,96875]$$

Solución

Una solución aproximada de la ecuación se encuentra en el

$$\text{Intervalo: } (1,9375; 1,96875)$$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x$$

d) Encuentra una solución aproximada de la ecuación $x^4 - 3x^2 - 3 = 0$ utilizando el Método de Newton (realiza 5 iteraciones, $x_0 = 1,5$) en el intervalo $[1,2]$.

Iteración 1

$$f(1,5) = -4,6875$$

$$f'(1,5) = 4,5$$

$$x_1 = 1,5 - \frac{f(1,5)}{f'(1,5)} = 2,5417$$

Iteración 2

$$f(x_1) = 19,3540$$

$$f'(x_1) = 50,4298$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 2,1579$$

Iteración 3

$$f(2,1579) = 4,7137$$

$$f'(2,1579) = 27,2459$$

$$x_3 = 2,1579 - \frac{4,7137}{27,2459} = 1,9849$$

Iteración 4

$$f(x_3) = 0,7028$$

$$f'(x_3) = 19,3713$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1,9486$$

Iteración 5

$$f(x_4) = 0,0264$$

$$f'(x_4) = 17,904$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = 1,94712$$

Solución: Una solución aproximada de la ecuación es 1,94712

e) (1p) Si la raíz de esa ecuación es aproximadamente 1.947222, calcula el error relativo que se comete con cada método (para calcular el error con el Método de Bisección, calcula el error en cada extremo del intervalo y así tener un intervalo de error).

Newton

$$\text{raíz: } 1,94712$$

$$E_A = |1,947222 - 1,94712| = 0,000102$$

$$E_R = \frac{0,000102}{1,947222} = 0,000052$$

$$\text{Error de un } 0,0052\%$$

Bisección

$$\text{raíz entre } 1,9375 \text{ y } 1,96875$$

$$E_R = \frac{|1,947222 - 1,9375|}{1,947222} = 0,00499$$

$$E_R = \frac{|1,947222 - 1,96875|}{1,947222} = 0,011$$

$$\text{Error oscila entre un } 0,499\% \text{ y un } 1,1\%$$