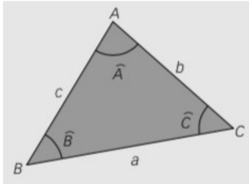
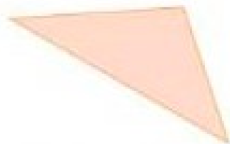
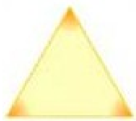
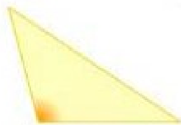
UNIDAD 6: TEOREMA DE PITÁGORAS Y SEMEJANZA

1.- TRIÁNGULOS



Un triángulo es un polígono de 3 lados: a, b y c
Tiene 3 vértices: A, B y C
Tiene 3 ángulos: $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$

Clasificación de triángulos según sus lados y sus ángulos:

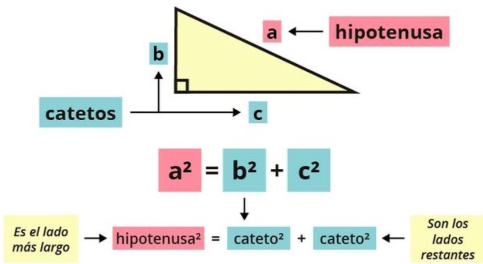
SEGÚN SUS LADOS		
Equilátero	Isósceles	Escaleno
		
3 lados iguales	2 lados iguales	3 lados desiguales
SEGÚN SUS ÁNGULOS		
Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
		
3 ángulos agudos	1 ángulo recto	1 ángulo obtuso

La suma de los ángulos de un triángulo es 180º

2.TEOREMA DE PITÁGORAS

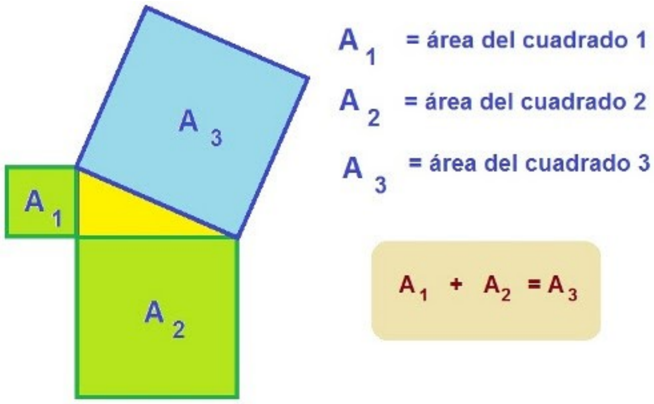
En un triángulo rectángulo, los lados menores son los que forman el ángulo recto, se llaman **catetos**, el lado mayor, opuesto al ángulo de 90º se llama **hipotenusa.**

En general, llamaremos **a** a la **hipotenusa** y **b y c** a los **catetos.**



El teorema de Pitágoras afirma lo siguiente $a^2 = b^2 + c^2$, es decir, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Esto quiere decir que el área de un cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos. Esta relación es cierta, solamente si el triángulo es rectángulo



Si conocemos los lados de un triángulo, podemos averiguar si es o no rectángulo, comparando el cuadrado del lado mayor con la suma de los cuadrados de los otros dos.

Si $a^2=b^2+c^2$ → el triángulo es rectángulo.
Si $a^2>b^2+c^2$ → el triángulo es obtusángulo.
Si $a^2<b^2+c^2$ → el triángulo es acutángulo.

Si sabemos que un triángulo es rectángulo y conocemos la longitud de dos lados, el teorema de Pitágoras nos permite calcular la longitud del tercero.

Ejemplo: E un triángulo rectángulo, sus catetos miden 88m y 105 m. Calcula la longitud de la hipotenusa.

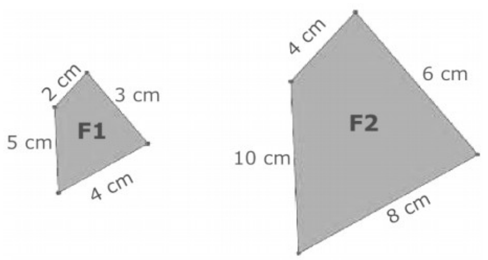
$$a^2=b^2+c^2 \rightarrow a^2=88^2+105^2 \rightarrow a^2=18769 \rightarrow a=\sqrt{18769} \rightarrow a=137\,m.$$

Ejemplo: E un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 130cm y uno de los catetos 32cm. Calcula la longitud del otro cateto

$$a^2=b^2+c^2 \rightarrow 130^2=b^2+32^2 \rightarrow b^2=130^2-32^2 \rightarrow b^2=15876 \rightarrow b=\sqrt{15876} \rightarrow b=126\,cm.$$

3. FIGURAS SEMEJANTES

Dos figuras son **semejantes** si sus longitudes correspondientes son proporcionales y sus ángulos son iguales. Es decir, si tienen la misma forma y solo se diferencian en su tamaño.

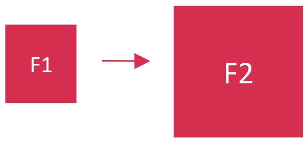


Ejemplo:
F1 y F2 son semejantes porque:
- Los ángulos de F1 son iguales a los ángulos de F2
- Las medidas de los lados son proporcionales:

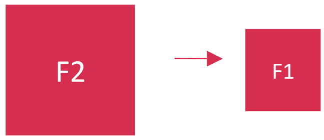
Si dos figuras F1 y F2 son semejantes, las medidas de F2 se obtienen multiplicando las correspondientes medidas de F1 por un número positivo k llamado **razón de semejanza**.
En el ejemplo anterior los lados de F2 se obtienen multiplicando los de F1 por dos.

La razón de semejanza se calcula dividiendo una medida de la figura F2 entre la correspondiente medida de F1.
En el ejemplo anterior 4:2 = 2 10:5 =2 8:4 =2 6:3=2

Si k>1 F2 es más grande que F1 (Ampliación) Si k<1 F2 es más pequeña que F1 (Reducción)
Ejemplo: k=2

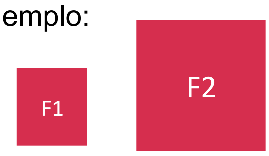


Ejemplo: k=0,5



Si la razón de semejanza entre dos figuras es k, entre sus perímetros es k, entre sus áreas es k^2 y entre sus volúmenes k^3.

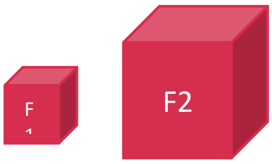
Ejemplo:



Relación entre perímetros: $\frac{P_1}{P_2}=\frac{8}{4}=2=k$

Relación entre áreas: $\frac{A_1}{A_2}=\frac{4}{1}=4=k^2$

1 cm 2 cm



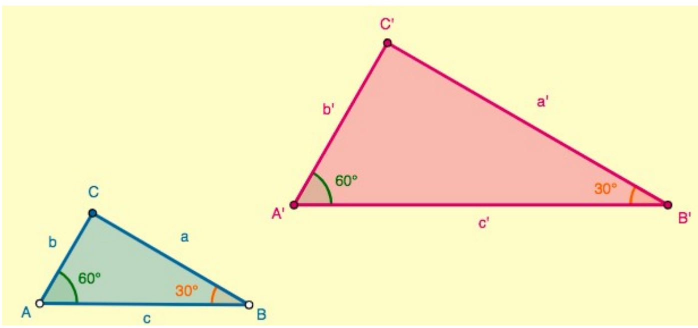
Relación entre volúmenes: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{8}{1}=8=k^3$

1 cm 2 cm

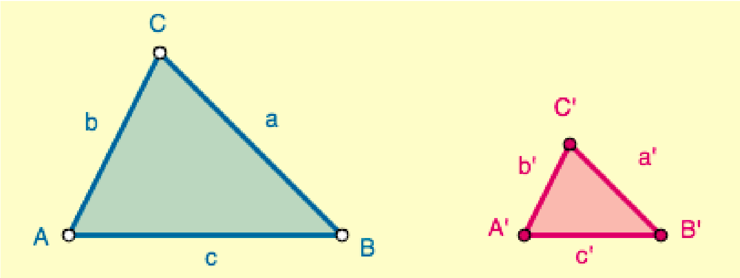
4. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Para saber si dos **triángulos son semejantes** basta comprobar que se cumple uno de los siguientes criterios:

1) Tienen los ángulos correspondientes iguales.

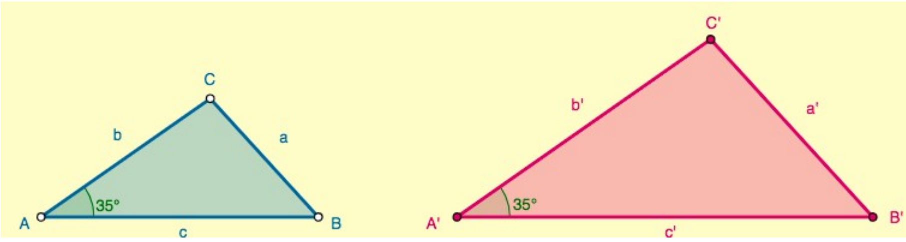


2) Tienen los lados correspondientes proporcionales



$a' = k \cdot a$
$b' = k \cdot b$
$c' = k \cdot c$

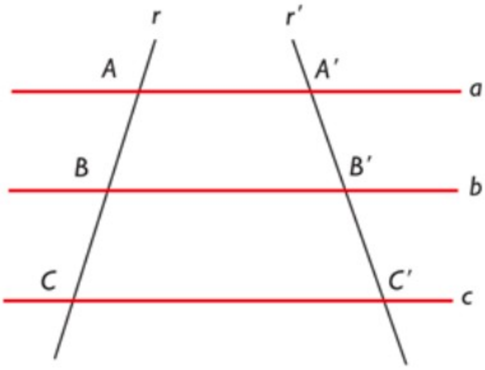
3) Tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.



$b' = k \cdot b$
$c' = k \cdot c$

5. TEOREMA DE TALES

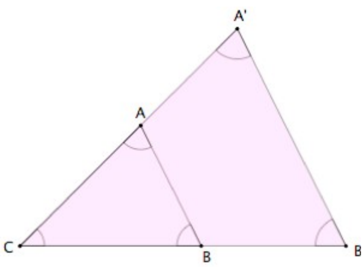
Si varias rectas paralelas cortan a dos secantes r y r' los segmentos que determinan sobre ellas son proporcionales.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

5.1- Triángulos en posición de Tales

Dos triángulos están en posición de Tales si tienen un vértice en común y los lados opuestos a él son paralelos.



Los triángulos ABC y A'B'C están en posición de Tales. Estos triángulos siempre son semejantes porque tienen los ángulos iguales.