

Examen **UD4 Ecuaciones, Inecuaciones y sistemas**
UD5 Trigonometría
MATEMÁTICAS 1º Bach A- 03/03/2026

UD4	UD5

Nombre _____

- No se valorarán ejercicios que sólo presenten el resultado final sin realizar el desarrollo.

1. **UD4** (3 puntos) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x - \sqrt{x+3} = x + 1$

- Aislamos la raíz en un miembro: $-\sqrt{x+3} = x + 1$.
- Elevamos al cuadrado ambos miembros para que desaparezca la raíz: $(-\sqrt{x+3})^2 = (x+1)^2$.
- Operamos y resolvemos la ecuación polinómica obtenida: $x+3 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$.
- Las soluciones de esta ecuación de segundo grado son $x = -2$ y $x = 1$.
- Comprobamos las soluciones en la ecuación original:
 - Para $x = -2$: $-2 - \sqrt{-2+3} = 2(-2) + 1 \Rightarrow -3 = -3$. Por tanto, $x = -2$ sí es solución.
 - Para $x = 1$: $1 - \sqrt{1+3} = 2(1) + 1 \Rightarrow -1 \neq 3$. Por tanto, $x = 1$ no es solución.
- **Solución:** La única solución válida es $x = -2$.

b) $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$

- Para resolverla se hace el cambio de variable $t = x^2$. ⓘ+1
- Sustituyendo nos queda una ecuación de segundo grado: $9t^2 + 5t - 4 = 0$. ⓘ+1
- Resolvemos la ecuación obteniendo: $t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{18} = \frac{-5 \pm 13}{18}$. ⓘ
- De aquí obtenemos dos valores para t : $t = \frac{4}{9}$ y $t = -1$. ⓘ
- Deshacemos el cambio de variable calculando x usando que $t = x^2$: ⓘ+1
 - Si $x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$. ⓘ
 - Si $x^2 = -1 \Rightarrow$ No tiene solución real. ⓘ
- **Solución:** La ecuación tiene dos soluciones reales: $x = \frac{2}{3}$ y $x = -\frac{2}{3}$. ⓘ

c) $2\log x - \log(x+4) = \log 2$

- Aplicamos propiedades de los logaritmos: $\log x^2 - \log(x+4) = \log 2$. $\varnothing+1$
- Agrupamos en un solo logaritmo: $\log \frac{x^2}{x+4} = \log 2$. $\varnothing$
- Igualamos los argumentos: $\frac{x^2}{x+4} = 2$. $\varnothing$
- Operamos y resolvemos la ecuación polinómica: $x^2 = 2x + 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$. $\varnothing$
- Las posibles soluciones son $x = 4$ y $x = -2$. $\varnothing$
- Se comprueba si las soluciones son válidas: $\varnothing$
 - $x = 4$ es solución válida. $\varnothing$
 - $x = -2$ no es válida, ya que $\log(-2)$ no está definido (no existe el logaritmo de un número negativo). $\varnothing+1$
- **Solución:** La única solución es $x = 4$. $\varnothing$

2. **UD4** (2,5 puntos) Resuelve el siguiente sistema utilizando el método de Gauss y clasifícalo según su número de soluciones:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ -2x + 3y - z = -6 \\ 2x - y + z = 4 \end{cases}$$

- El objetivo es transformar el sistema en un sistema reducido de forma triangular mediante operaciones elementales. $\varnothing$
- Aplicando las reducciones por filas necesarias, llegamos a la solución del sistema. $\varnothing$
- **Solución:** El sistema es un **Sistema compatible determinado** (tiene una única solución) y los valores son $x = 1$, $y = -1$ y $z = 1$. $\varnothing+1$

3. **UD4** (2 puntos) Resuelve la siguiente inecuación y expresa la solución en forma de intervalo:

$$\frac{x-3}{x+5} \geq 0$$

- El numerador cambia de signo en $x = 3$, y el denominador en $x = -5$. $\varnothing$
- Dividimos la recta real en esos tramos y estudiamos el signo de la fracción en cada intervalo: $\varnothing$
 - En $(-\infty, -5)$ la fracción es positiva. $\varnothing$
 - En $(-5, 3)$ la fracción es negativa. $\varnothing$
 - En $(3, +\infty)$ la fracción es positiva. $\varnothing$
- Buscamos donde la fracción es ≥ 0 (positiva). $\varnothing+1$
- Los números que anulan el denominador no son nunca soluciones, por lo que el -5 queda abierto. El 3 sí verifica la desigualdad al incluir el signo igual. $\varnothing+1$
- **Solución:** $x \in (-\infty, -5) \cup [3, +\infty)$. $\varnothing$

4. **UD4** (2,5 puntos) Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando un total de 7500 euros. Plantea y resuelve un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad comprada de cada artículo sabiendo que:

- El precio de una almohada es de 16 euros.
- El precio de una manta es de 50 euros.
- El precio de un edredón es de 80 euros.

El número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. (Nota: Debes resolverlo usando el método de Gauss) .

- Planteamiento de las incógnitas:
 - x = número de almohadas.
 - y = número de mantas.
 - z = número de edredones.
- Sistema de ecuaciones:
 1. $x + y + z = 200$ (Total de unidades) 
 2. $16x + 50y + 80z = 7500$ (Coste total en euros) 
 3. $x = y + z \Rightarrow x - y - z = 0$ (Relación entre artículos) 
- Aplicando el método de Gauss, llegamos a la solución. 
- **Solución:** El hotel ha comprado 100 almohadas, 70 mantas y 30 edredones. 

5. UD5 (1 punto) a) Cambio de unidades.

a) Pasa a radianes del ángulo $\alpha = 240^\circ$.

b) Pasa a radianes del ángulo $\beta = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$.

a) Usamos la relación $180^\circ = \pi \text{ rad}$:

$$240^\circ \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{24\pi}{18} = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\text{b) } \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{3 \cdot 180}{4} = 135^\circ$$

UD5 (1 punto) b) Sabiendo que $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ y el ángulo α se encuentra en el tercer cuadrante ($180^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$), calcula el valor exacto (sin decimales) del $\sin \alpha$ y de la $\tan \alpha$.

Usamos la identidad fundamental: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\sin^2 \alpha + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{9}{25} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}. \text{ Como está en el 3er cuadrante, el seno es negativo: } \sin \alpha = -\frac{4}{5}.$$

$$\text{Para la tangente: } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-4/5}{-3/5} = \frac{4}{3}$$

6.UD5 (1 punto) a) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica en el siguiente intervalo $[0^\circ, 360^\circ]$

$$\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

El seno es positivo en el 1er y 2º cuadrante:

$$1. \quad x_1 = 60^\circ$$

$$2. \quad x_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Soluciones: } x = \{60^\circ, 120^\circ\}$$

UD5 (1 puntos) b) Demuestra la siguiente identidad utilizando las relaciones fundamentales.

$$\frac{\sec^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

Sustituimos las definiciones de secante y cosecante:

$$\sec^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \text{ y } \operatorname{cosec}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{1/\cos^2 \alpha}{1/\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha \text{ (Queda demostrado).}$$

7. UD5 (2 puntos) Desde un punto en el suelo, se ve la parte más alta de una torre bajo un ángulo de elevación de 35° . Si nos acercamos 20 metros hacia la base de la torre, el ángulo de elevación pasa a ser de 50° . Calcula la altura de la torre.

Llamamos h a la altura y x a la distancia a la torre en la segunda medición:

$$1. \quad \operatorname{tg} 50^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cdot \operatorname{tg} 50^\circ$$

$$2. \quad \operatorname{tg} 35^\circ = \frac{h}{x+20} \Rightarrow h = (x+20) \cdot \operatorname{tg} 35^\circ$$

$$\text{Igualamos: } x \cdot 1.19 = (x+20) \cdot 0.70 \Rightarrow 1.19x = 0.70x + 14 \Rightarrow 0.49x = 14 \Rightarrow$$

$$x \approx 28.57 \text{ m.}$$

$$\text{Altura } h = 28.57 \cdot \operatorname{tg} 50^\circ \approx \mathbf{34.05} \text{ metros.}$$

8. UD5 (2 puntos) En un triángulo cualquiera conocemos los lados $b = 8 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$ y el ángulo comprendido $\alpha = 60^\circ$.

a) Calcula el valor del lado a mediante el teorema del coseno.

b) Calcula el ángulo β mediante el teorema del seno.

$$a) \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$a^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 64 + 144 - 192 \cdot 0.5 = 208 - 96 = 112 \Rightarrow a = \sqrt{112} \approx \mathbf{10.58 \text{ cm}}$$

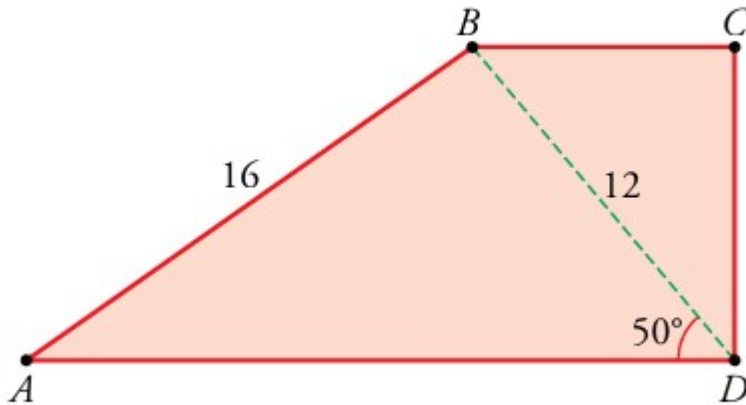
$$b) \quad \frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} \Rightarrow \frac{10.58}{\operatorname{sen} 60^\circ} = \frac{8}{\operatorname{sen} \hat{B}}$$

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{8 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ}{10.58} = 0.654 \Rightarrow \hat{B} = \operatorname{arcsen}(0.654) \approx \mathbf{40.84^\circ}$$

9. UD5 (2 puntos) De un trapecio rectángulo conocemos el lado oblicuo, que mide 16 cm, la diagonal menor, 12 cm, y el ángulo que esta forma con la base mayor,

50°. Calcula el área y el perímetro del trapecio.

$$(\text{Área}_{\text{trapecio}} = \frac{(\text{Base mayor} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2})$$



Utilizando el ángulo complementario de 50° tenemos:

$$\text{sen } 40^\circ = \frac{\overline{BC}}{12} \rightarrow \overline{BC} = 12 \cdot \text{sen } 40^\circ = 7,71 \text{ cm}$$

$$\text{cos } 40^\circ = \frac{\overline{CD}}{12} \rightarrow \overline{CD} = 12 \cdot \text{cos } 40^\circ = 9,19 \text{ cm}$$

Por otro lado, por el teorema de los senos:

$$\frac{12}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{16}{\text{sen } 50^\circ} \rightarrow \text{sen } \hat{A} = \frac{12 \cdot \text{sen } 50^\circ}{16} = 0,5745 \rightarrow \hat{A} = 35^\circ 3' 53''$$

$$\widehat{ABD} = 180^\circ - (50^\circ + 35^\circ 3' 53'') = 94^\circ 56' 7''$$

$$\frac{\overline{AD}}{\text{sen } \widehat{ABD}} = \frac{16}{\text{sen } 50^\circ} \rightarrow \overline{AD} = \frac{16 \cdot \text{sen } \widehat{ABD}}{\text{sen } 50^\circ} = 20,81 \text{ cm}$$

Para terminar:

$$S_{ABCD} = \frac{20,81 + 7,71}{2} \cdot 9,19 = 131,05 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro} = 20,81 + 9,19 + 7,71 + 16 = 43,71 \text{ cm}$$