

UD6: BOLETÍN

1.- Dados los vectores $\vec{u}=(4,-3)$ y $\vec{v}=(4,2)$. Representa:

- a) Ambos vectores.
- b) La suma de ambos vectores usando la regla del paralelogramo.
- c) La suma de ambos vectores usando la regla del triángulo.
- d) La suma de ambos vectores.

2.- Dados los vectores $\vec{u}=(4,-3)$ y $\vec{v}=(4,2)$. Representa:

- a) $\vec{w}_1=2\vec{u}-2\vec{v}$
- b) $\vec{w}_2=-\vec{u}+3\vec{v}$

3.- Si $\vec{u}=(-2,5)$ y $\vec{v}=(1,-4)$ son las coordenadas de dos vectores respecto de una base, halla las coordenadas respecto de la misma base de:

- a) $2\vec{u}+\vec{v}$
- b) $\vec{u}-\vec{v}$
- c) $3\vec{u}+13\vec{v}$

4.- Decide si las siguientes parejas de vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son linealmente independientes o dependientes. Estudia también en que casos forman una base.

a) $\vec{u}=(-4,2)$ y $\vec{v}=\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

b) $\vec{u}=(16,32)$ y $\vec{v}=\left(\frac{-1}{4},-\frac{1}{2}\right)$

c) $\vec{u}=(2,-16)$ y $\vec{v}=(-1,-8)$

5.- Expresa en cada caso, el vector $\vec{a}$ como combinación lineal de los vectores $\vec{b}$ y $\vec{c}$.

a) $\vec{a}=(-12,2)$, $\vec{b}=(4,-3)$ y $\vec{c}=(-1,-2)$

b) $\vec{a}=\left(\frac{-1}{2},5\right)$, $\vec{b}=\left(\frac{1}{2},-3\right)$ y $\vec{c}=(1,-2)$

c) $\vec{a}=\left(\frac{3}{4},-\frac{7}{6}\right)$, $\vec{b}=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right)$ y $\vec{c}=\left(\frac{1}{4},-\frac{5}{6}\right)$

6.- Comprueba que los vectores $\vec{u}=(2,-3)$ y $\vec{v}=(3,6)$ forman una base de V^2 . Calcula las coordenadas del vector $\vec{w}=(6,-11)$ respecto de la base $B=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

7.- Calcula el módulo del vector $\vec{u}=(-2,5)$

- a) ¿Cuál es el módulo de $4\vec{u}$? ¿Y el de $-4\vec{u}$?

b) Calcula el argumento de ambos vectores.

8.- Sean los vectores $\vec{u}=(3,-3)$ y $\vec{v}=(-4,4)$.

a) Calcula el módulo y el argumento de $2\vec{u}-3\vec{v}$

b) ¿Coincidirán con los del módulo de $-2\vec{u}+3\vec{v}$?

9.- Dados los puntos $A(3,-1)$, $B(-2,3)$ y $C(5,5)$.

a) Calcula los vectores que forman los lados del triángulo ABC.

b) Determina la longitud de sus lados.

c) Calcula su perímetro.

10.- Dados los puntos $A(-1,4)$, $B(2,2)$ y $C(-3,5)$ calcula las coordenadas del punto D tal que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

11.- Calcula el valor de k para que los puntos $A(4,-1)$, $B(-1,2)$ y $C(k,k+1)$ estén alineados.

12.- Calcula el producto escalar de:

a) $\vec{u}=(3,4)$ y $\vec{v}=(2,5)$

b) $\vec{u}=(-2,4)$ y $\vec{v}=(2,-1)$

c) $\vec{u}=(-3,-4)$ y $\vec{v}=(2,0)$

d) $\vec{u}=(-1,-3)$ y $\vec{v}=(1,3)$

13.- Comprueba, en cada caso, si los puntos P, Q y R están alineados o forman un triángulo.

a) $P(0,3)$, $Q(1,1)$ y $R(2,-1)$

b) $P(-3,0)$, $Q(2,1)$ y $R(6,2)$

c) $P(-1,0)$, $Q\left(\frac{-2}{3},\frac{1}{2}\right)$ y $R\left(0,\frac{3}{2}\right)$

14.- Para cada caso, calcula todos los vectores unitarios que tienen la misma dirección y sentido que el vector $\vec{u}$:

a) $\vec{u}=(10,24)$

b) $\vec{u}=\left(\frac{1}{2},4\right)$

c) $\vec{u}=(-3,0)$

15.- Calcula el ángulo que forman los siguientes vectores:

a) $\vec{u}=(3,4)$ y $\vec{v}=(5,12)$

b) $\vec{u}=(1,-1)$ y $\vec{v}=(2,2)$

16.- Las coordenadas de los vectores u y v respecto a una base ortonormal son $\vec{u}=(3,-4)$ y $\vec{v}=(-1,3)$. Halla:

- a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ y $\vec{v} \cdot \vec{u}$
- b) $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ y el ángulo que forman.
- c) El valor de k para que $(4, k)$ sea perpendicular a $\vec{v}$
- d) Un vector unitario perpendicular a $\vec{u}$

17.- Dado el vector $\vec{v}=(9,12)$, calcular las coordenadas de los siguientes vectores:

- a) $\vec{u}$, unitario y de la misma dirección que el vector $\vec{v}$.
- b) $\vec{w}$, ortogonal al vector v y del mismo módulo.
- c) $\vec{z}$, de módulo 5 y ortogonal a $\vec{v}$.

18.- Sean los vectores $\vec{a}=(3,n)$ y $\vec{b}=(-2,m)$. Calcular el valor de los parámetros n y m en cada uno de los siguientes casos, para que se cumpla:

- a) $|\vec{a}|=5$
- b) $a \perp b$ y $|\vec{a}|=|\vec{b}|$
- c) $\vec{a}$ forme un ángulo de 45° con el vector $\vec{u}=(1,1)$.

19.- En una base ortonormal se consideran los vectores $\vec{u}=(3,0)$, $\vec{v}=(2,1)$ y $\vec{w}=(-1,-2)$

Comprueba que $B(\vec{u}, \vec{v})$ es también una base y calcular las coordenadas de w en esta base.

20.- Considera el vector $\vec{u}=(-1,-3)$. Da un vector $\vec{v}$ tal que $B(\vec{u}, \vec{v})$ sea una base, y un vector $\vec{w}$ tal que $\vec{u}$ y $\vec{w}$ no formen una base.

21.- En una base ortonormal las coordenadas de un vector son $\vec{v}=(2,-5)$. Halla las coordenadas de v en la base $B=((1, -1), (0, -1))$.

21.- De los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sabemos que: $\vec{u}=(-1,1)$; $|\vec{v}|=1$; ángulo $(\vec{u}, \vec{v})=45^\circ$ y $w \perp v$. Calcula $\vec{u} \cdot \vec{v}$ y $\vec{v} \cdot \vec{w}$.

23.- Comprueba si las siguientes parejas de vectores son perpendiculares:

- a) $\vec{u}(0,1)$, $\vec{v}(2,4)$
- b) $\vec{u}(3,6)$, $\vec{v}(-2,1)$

24- Obtén, en cada caso, un vector paralelo y otro perpendicular al vector dado.

- a) $\vec{u}(0,3)$
- b) $\vec{u}(-5,1)$

25.- Dada la base $B(\vec{u}, \vec{v})$ donde $\vec{u}(3,-4)$ y $\vec{v}(0,-8)$, determina, en cada caso, una base B' de vectores unitarios tales que:

- a) Los vectores de B' sean paralelos a los de B .
b) Los vectores de B' sean perpendiculares a $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

26.- Halla el ángulo que forman estos pares de vectores: $\vec{u}(3,2)$ y $\vec{v}(1,-5)$

27.- Halla un vector unitario que forme un ángulo de 30° con el vector $\vec{u}(1,3)$

28.- Considera el vector $\vec{u}(3,-4)$. Calcula:

- a) Un vector paralelo a $\vec{u}$ de módulo 1.
b) Un vector perpendicular a $\vec{u}$ de módulo 2.

29.- Sea $B(\vec{u}, \vec{v})$ una base ortonormal. En dicha base consideramos los vectores $\vec{u}(3,2)$;
 $\vec{v}(-1,k)$.

- a) Halla k para que los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean ortogonales.
b) Halla un vector unitario y perpendicular a $\vec{u}$

1.- Sea $B(\vec{u}, \vec{v})$ una base ortonormal, en dicha base consideramos los vectores $\vec{a}=(2,3)$ y $\vec{b}=(-1,k)$

- Halla k para que los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sean ortogonales.
- Halla k para que los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sean proporcionales.
- Halla un vector unitario y perpendicular a $\vec{a}$
- Halla un vector de módulo 4 perpendicular a $\vec{a}$
- Para $k=2$ calcula el ángulo que forman.
- Para $k=2$ estudia si forman una base
- ¿Qué tiene que ocurrir para que $B(\vec{u}, \vec{v})$ sea una base ortonormal?
- Da un ejemplo de una base ortonormal que no sea la base canónica $(1,0)$ y $(0,1)$

2.- Obtén un vector $\vec{u}$ ortogonal a $\vec{v}=(8,6)$ y cuyo módulo sea la mitad de $\vec{v}$

3.- Dados los vectores $\vec{u}=(-2,3)$ y $\vec{v}=(-1,5)$ a) Demuestra que forman una base.
b) Expresa el vector $\vec{z}=(-1,5)$ como combinación lineal de los vectores de la base.

4.- Las coordenadas de los vectores u y v son $\vec{u}=(3,0)$ y $\vec{v}=(-1,3)$. Halla:

- El ángulo que forman.
- Calcula gráficamente $\vec{u}+\vec{v}$
- Calcula analíticamente $2\vec{u}-\vec{v}$
- Busca un vector $\vec{w}$ que sea perpendicular a $\vec{u}$
- Busca un vector $\vec{w}$ tal que $\vec{u}$ y $\vec{w}$ formen una base.
- Busca un vector $\vec{w}$ tal que $\vec{u}$ y $\vec{w}$ no formen una base.

Soluciones:

1.- a) $2/3$ b) $-3/2$ c) $\left(\frac{3}{\sqrt{13}}, -\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$ d) $\left(\frac{12}{\sqrt{13}}, -\frac{8}{\sqrt{13}}\right)$ e) 60° f) Forman una base g) Teoría

h) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ $\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

2.- $(-3, 4)$

3.- a) $-\frac{2}{-1} \neq \frac{3}{5}$ b) $z_B=(0,1)$

4.- a) $108,43^\circ$ c) $(7, -3)$ d) $(0,3)$ e) $(1,-2)$ f) $(6,0)$ b)

