

1 - BOLZANO E ROLLE

- 1 Podemos asegurar que a gráfica da función $f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} - \cos x^2$ corta ao eixo OX nalgún punto do intervalo $(0, \pi)$?
- 2 Comproba que as funcións $e^x + e^{-x} - 1$ e $e^x - e^{-x}$ córtanse nalgún punto.
- 3 Proba que as gráficas das funcións $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \frac{1}{x}$ córtanse nalgún punto do intervalo $\left(2\pi, \frac{5\pi}{2}\right)$.
- 4 Se $f(x)$ é continua en $[1, 9]$, $f(1) = -5$ e $f(9) > 0$, podemos asegurar que a función $g(x) = f(x) + 3$ ten polo menos un cero no intervalo $[1, 9]$?
- 5 Pódese asegurar, empregando o teorema de Bolzano, que a función $f(x) = \tan(x)$ ten unha raíz no intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$? Razoa a resposta.
- 6 Podemos asegurar que a gráfica de $f(x) = x^5 + 2x^4 - 4$ corta ao eixo OX nalgún punto do intervalo $(1, 2)$?
- 7 Dada a función $f(x) = e^x + 3x \ln(1 + x^2)$, xustifica se podemos asegurar que a súa gráfica corta ao eixo OX nalgún punto do intervalo $[-1, 0]$.
- 8 Probar que a función $f(x) = x^3 + 2x - 4$ corta ao eixo OX nalgún punto do intervalo $[1, 2]$. Pode cortalo en máis dun punto?
- 9 Comproba que a función $f(x) = \sin x$ cumpre as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[0, \pi]$. En que punto cúmprese o teorema?
- 10 Comproba que a función $f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } -0,5 \leq x < 1 \\ 5 - (x - 2)^2 & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$ cumpre as hipóteses do teorema de Rolle. En que punto cúmprese o teorema?

2 - MÉTODO DE BISECCIÓN

- 11 Resolve mediante o método da Bisección. Realiza 5 iteracións.
 - a) Atopa as raíces da función $f(x) = e^x - \cos x$ nos intervalos $[-2, -1]$ e $[-5, -4]$.
 - b) Atopa unha solución da ecuación $2 + \cos(e^x - 2) - e^x = 0$ no intervalo $[0,5; 1,5]$.
 - c) Atopa as raíces da función $f(x) = x^4 - 3x^2 - x + 2$ nos intervalos $[0,1]$ e $[1,2]$.
- 12 Dada a función $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$
 - a) Xustifica que ten unha raíz en $[1,2]$.
 - b) Realiza 5 iteracións mediante o algoritmo da bisección para aproximar a súa raíz.

- 13 Obter unha raíz da función $f(x)=4^x-7$ no intervalo $[1,2]$ polo método de bisección. Realiza 5 iteraciónes.
- 14 Utilizar o método de bisección para calcular a raíz positiva máis pequena de cada unha das seguintes ecuacións. Realiza 5 iteraciónes.
- a) $\tan x - x - 1 = 0$
 - b) $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$
 - c) $2e^{-x} - \sin x = 0$

3 - MÉTODO DE NEWTON

- 15 Resolve mediante o método de Newton:
- a) Atopa solucións da ecuación $(x-2)^2 = \ln x$ nos intervalos $[1, 2]$ e $[e, 4]$.
 - b) Atopa unha solución da ecuación $x^2 - 2xe^{-x} + e^{-2x} = 0$ no intervalo $[0, 1]$.
 - c) Atopa as raíces da función $f(x) = x^6 - 3x^3 + x$ nos intervalos $[-1, -0.5]$, $[1, 2]$.
 - d) Atopa unha solución da ecuación $\sin x + e^{\cos x} = x$ no intervalo $[1, 2]$.
 - e) Atopa unha solución da ecuación $\frac{x}{2} + \frac{1}{x} = x$ tomando $x_0 = 2$.
 - f) Atopa unha solución da ecuación $x^4 - 3x^2 - 3 = 0$, en $[1, 2]$ con $x_0 = 2$.
 - g) Atopa unha solución da ecuación $x^2 + 10 \cos x = 0$
- 16 Un medicamento produce unha concentración en sangue dado por $c(t) = \frac{1}{3}te^{1-\frac{t}{3}}$, sendo t o tempo, en horas, transcorrido desde a súa administración ao enfermo. Si débese administrar unha segunda dose cando a cantidade de concentración chega a 0.25, canto tempo deberá transcorrer?