

Examen UD4 Ecuaciones, Inecuaciones y sistemas
MATEMÁTICAS 1º Bach A- 05/02/2026

UD4

Nombre _____

- No se valorarán ejercicios que sólo presenten el resultado final sin realizar el desarrollo.

1. (1.5 puntos) a) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$

$$\begin{aligned} (\sqrt{x+4})^2 &= (5 - \sqrt{x-1})^2 \Rightarrow x+4 = 25 - 10\sqrt{x-1} + x-1 \\ x+4 - x + 1 - 25 &= -10\sqrt{x-1} \Rightarrow -20 = -10\sqrt{x-1} \\ 2^2 &= (\sqrt{x-1})^2 \\ 4 &= x-1 \Rightarrow \boxed{x=5} \text{ si solución} \end{aligned}$$

Comprobar: $3 + 2 = 5$
 $5 = 5$

b) $\log\left(\frac{2x-2}{2}\right) = 2 \cdot \log(x-1) - \log x$

$$\log\left(\frac{2x-2}{2}\right) = \log\left(\frac{(x-1)^2}{x}\right)$$

$$(2x-2)x = 2(x-1)^2$$

$$2x^2 - 2x = 2(x^2 - 2x + 1)$$

$$2x^2 - 2x - 2x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$2x = 2$$

$$x = 1 \text{ No es solución}$$

Comprobar

$$\log\left(\frac{2-2}{2}\right) = 2 \log(1-1) - \log 1$$

$\log 0$ No solución

$$c) 2^{2x-4} - 5 \cdot 2^{x-3} + 1 = 0$$

$$\frac{2^{2x}}{2^4} - \frac{5 \cdot 2^x}{2^3} + 1 = 0$$

$$2^x = t$$

$$\frac{t^2}{16} - \frac{5}{8}t + 1 = 0 \Rightarrow \frac{t^2}{16} - \frac{10t}{16} + \frac{16}{16} = 0$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 6}{2} \quad \begin{matrix} \frac{10+6}{2} = 8 = t_1 \\ t_2 = \frac{10-6}{2} = 2 \end{matrix}$$

$$t_1 = 8$$

$$t = 2^x$$

$$2^x = 2^3$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$t_2 = 2$$

$$t = 2^x$$

$$2^x = 2$$

$$\boxed{x = 1}$$

2. (1.5 puntos) a) Resuelve los siguientes sistemas no lineales:

a)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2^x - 2^y = 1016 \\ 2^{x-y} = 128 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y = 11 \\ \frac{1}{x} + \frac{6}{y+1} = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \log x^3 - 2 \log y = 6 \\ 2 \cdot \log x + \log y^2 = 2 \end{cases}$$

a)
$$x^2 - y^2 = 3$$

$$2x + y = 3 \Rightarrow y = 3 - 2x$$

$$x^2 - (3 - 2x)^2 = 3$$

$$x^2 - (9 + 4x^2 - 12x) = 3$$

$$-3x^2 + 12x - 9 - 3 = 0$$

$$-3x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = 2$$

$$y = 3 - 2 \cdot 2$$

$$y = -1$$

$$x = 2$$

$$y = -1$$

$$x = \sqrt[5]{10^8}$$

$$x = 10 \sqrt[5]{10^3}$$

d)
$$\begin{cases} \log x^3 - 2 \log y = 6 \\ 2 \log x + \log y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3 \log x - 2 \log y &= 6 \\ 2 \log x + 2 \log y &= 2 \end{aligned}$$

$$5 \log x = 8$$

$$\log x = \frac{8}{5}; 10^{8/5} = x$$

$$2 \log 10^{8/5} + 2 \log y = 2$$

$$\frac{16}{5} + 2 \log y = 2$$

$$2 \log y = 2 - \frac{16}{5}$$

$$\log y = \frac{6 \cdot 1}{5 \cdot 2}$$

$$\log y = \frac{-3}{5}$$

$$-3/5$$

$$y = 10^{-3/5}$$

$$5 \sqrt[5]{-3}$$

$$y = \sqrt[5]{10^{-3}}$$

$$y = \sqrt[5]{\frac{1}{10^3}}$$

$$b) 2^x - 2^y = 1016 \Rightarrow 2^x - 2^y = 128 \Rightarrow \frac{2^x}{2^y} = 2^7$$

$$t = 2^x \quad z = 2^y = 128 \cdot 2$$

$$t - z = 1016 - 1016$$

$$\frac{t}{z} = 128 \Rightarrow t = 128 \cdot z$$

$$128 \cdot z - z = 1016$$

$$127z = 1016$$

$$\boxed{z = 8}$$

$$2^3 = 2^y$$

$$\boxed{y = 3}$$

$$t = 128 \cdot 8$$

$$t = 2^{10}$$

$$2^x = 2^{10}$$

$$\boxed{x = 10}$$

$$c) x + y = 11 \Rightarrow x = 11 - y$$

$$\frac{1}{x} + \frac{6}{y+1} = 1$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\frac{1}{11-y} + \frac{6}{y+1} = 1$$

$$\frac{y+1 + 6(11-y)}{(11-y)(y+1)} = \frac{(11-y)(y+1)}{(11-y)(y+1)} \Rightarrow$$

$$y+1 + 66 - 6y = 11y + 11 - y^2 - y$$

$$y^2 - 15y + 56 = 0$$

$$y = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 4 \cdot 1 \cdot 56}}{2}$$

$$y_1 = \frac{15+1}{2} \quad y_1 = 8$$

$$y_2 = \frac{15-1}{2} \quad y_2 = 7$$

Son soluciones porque ninguna anula el denominador

Solución

$$x_1 = 3 \quad y_1 = 8$$

$$x_2 = 4 \quad y_2 = 7$$

(1.5 punto) Resuelve los sistemas por el método de Gauss y clasificarlos según el número de soluciones.

a)
$$\begin{aligned} x + 2y - 2z &= 4 \\ 2x + 5y - 2z &= 11 \\ 4x + 9y - 6z &= 18 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x + 2y - z &= -5 \\ 5x - y + 2z &= 11 \\ 6x + y + z &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{lcl} x + 2y - 2z = 4 & \xrightarrow{\quad} & x + 2y - 2z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 11 & \xrightarrow{2E_1 - E_2} & -y - 2z = -3 \\ 4x + 9y - 6z = 18 & \xrightarrow{4E_1 - E_3} & -y - 2z = -2 \end{array}$$

$$0z = -1$$

∅ solución

S.I

$$\begin{array}{lcl} x + 2y - z = -5 & \xrightarrow{\quad} & x + 2y - z = -5 \\ 5x - y + 2z = 11 & \xrightarrow{5E_1 - E_2} & 11y - 7z = -36 \\ 6x + y + z = 15 & \xrightarrow{6E_1 - E_3} & 11y - 7z = -35 \end{array}$$

$$0z = -1 \quad \text{∅ solución}$$

S.I

3. (1.5 punto) Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas de inecuaciones:

a) $5 + \frac{8}{x+12} > 6 - \frac{6}{x+12}$

b)
$$\begin{cases} x + 3 - (2 - 4x) + 1 \geq 0 \\ 2(x - 5) \geq x + 6 \end{cases}$$

a)

$$\frac{5x+60+8}{x+12} > \frac{6x+72-6}{x+12}$$

$$\frac{5x-6x+60+8-72+6}{x+12} > 0$$

$$\frac{-x+2}{x+12} > 0$$

$$-x+2=0 \quad -x=-2 \quad |x=2$$

$$x+12=0 \Rightarrow |x=-12$$

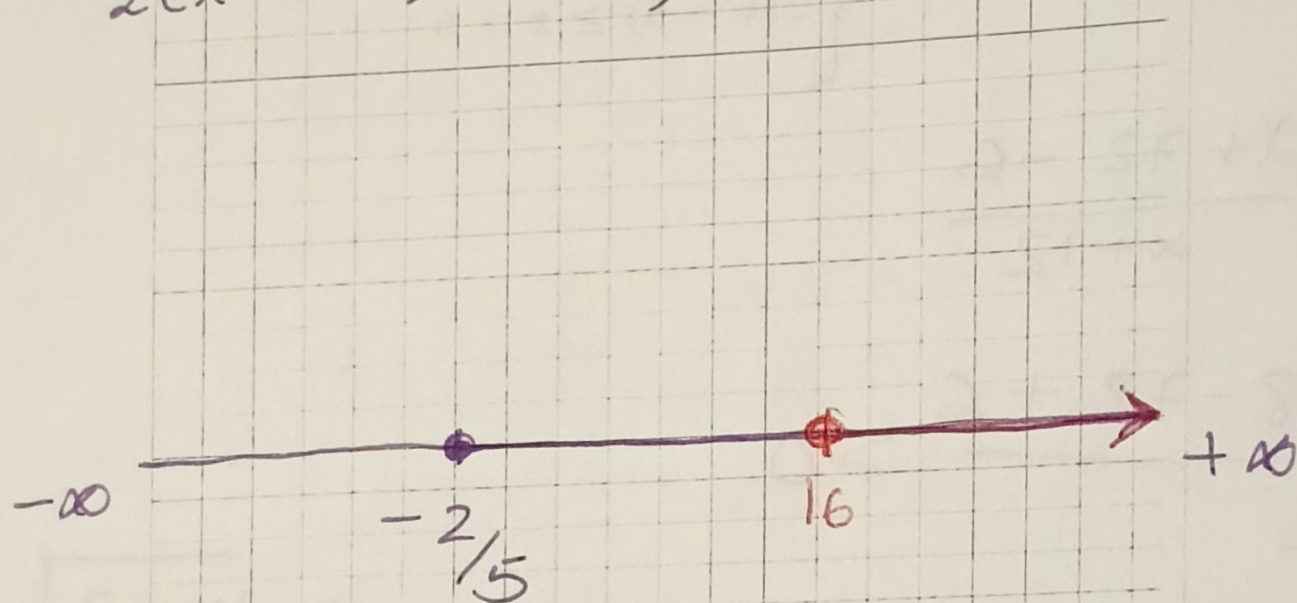
	$x=-20$		$x=0$		$x=3$	
	$-\infty$					$+\infty$
		$\oplus$		$\otimes$		
		-12		2		
NUMER						
$-x+2$	>0		>0		<0	
		$ $		$ $		
DEN						
$x+12$	<0		>0		>0	
		$ $		$ $		
COCIENTE	<0		>0		<0	
		$ $		$ $		

Solución $x \in (-12, 2]$

~~Se usa la cuadrícula para representar el apartado b)~~

$$x+3-(2-4x)+1 \geq 0 \Rightarrow x+4x \geq -2; 5x \geq -2; x \geq -\frac{2}{5}$$

$$2(x-5) \geq x+6; 2x-10 \geq x+6; x \geq 16$$



Solución: $x \in [16, +\infty)$

4. (2 puntos) En una caja registradora encontramos billetes de 50 €, 100 € y 200 €, siendo el número total de billetes igual a 21 y la cantidad total de dinero 1 800 €. Sabiendo que el número de billetes de 50 € es el quíntuple de los de 200 €, calcula el número de billetes de cada clase.

	Billetes	Euros
50€	x	$50x$
100€	y	$100y$
200€	z	$200z$
TOTAL	21	1800

$$x = 5 \cdot z$$

$$x + y + z = 21 \Rightarrow 5z + y + z = 21 \Rightarrow y = 21 - 6z$$

$$50x + 100y + 200z = 1800 \Rightarrow x + 2y + 4z = 36$$

$$x = 5z$$

$$5z + 42 - 12z + 4z = 36$$

$$-3z = 36 - 42$$

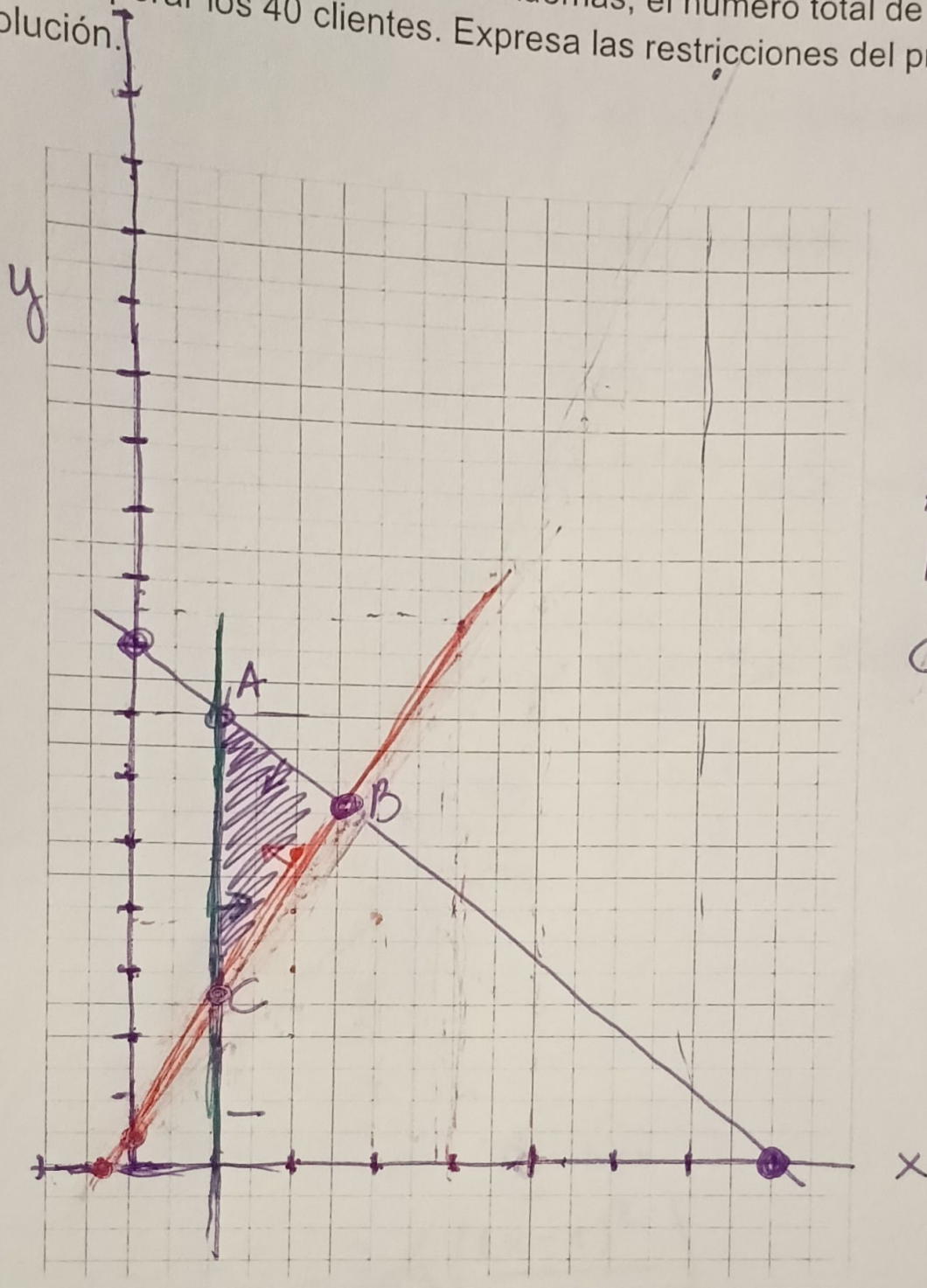
$$3z = 6$$

$$\boxed{z = 2}$$

$$y = 21 - 12 \Rightarrow \boxed{y = 9}$$

$$\boxed{x = 10}$$

5. (2 punto) Una asesoría laboral tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. El próximo año quiere conseguir como clientes por lo menos a 5 empresas, y a un número de particulares que, como mínimo, debe superar en 4 a doble del número de empresas. Además, el número total de clientes anuales no debe superar los 40 clientes. Expresa las restricciones del problema y representa la solución.



$x \equiv \text{empresas}$
 $y \equiv \text{particulares}$

$A(5, 35)$

$B(12, 28)$

$C(5, 14)$

$$\begin{aligned} x &\geq 5 \\ y &\geq 4 + 2x \\ x + y &\leq 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 5 \\ y &= 4 + 2x \\ x + y &= 40 \end{aligned}$$

x	0	-2	10	20
y	4	0	24	44

x	0	40
y	40	0