

Cálculo diferencial

Prueba

1. Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

2. [Xuño 2022]

Dibuje la gráfica de una función f continua y no negativa en el intervalo $[0,3]$ tal que:

$f(0) = 0$, $f(3) = 0$, $f''(x) > 0$ en el intervalo $(0,1)$, $f''(x) < 0$ en el intervalo $(2,3)$ y $f(x)$ es constante en el intervalo $(1,2)$.

1. a) Calcula a , b y c para que $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \\ x + \ln(1 + x^2) & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea **continua y derivable** en $\mathbb{R}$ y tenga un **extremo relativo** en $x = -2$.

b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - 3x^2}{e^{x^2} - \cos 2x}$

2. a) Enunciado e interpretación geométrica del **Teorema de Bolzano**.

b) ¿Tiene la ecuación $x^3 + 2x = 2$ alguna solución en el intervalo $(0,1)$?

c) ¿Tiene esta ecuación más de una solución real? Razona la respuesta.

3. a) Calcula la **ecuación de la recta tangente** a la gráfica $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ en el punto de corte de $f(x)$ con el eje OX .

b) Para la función anterior $f(x) = (x + 1)e^{-x}$, calcula los **intervalos de concavidad y convexidad** y **puntos de inflexión**.

c) Enunciado del **Teorema de Rolle**.

4. Dada la función $f(x) = \frac{(x+3)^2}{e^x}$, hallar el punto o puntos en los que la gráfica de la curva tiene **tangente horizontal**.

5. Calcula los **intervalos de crecimiento y decrecimiento** y los extremos relativos de la función

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$$

6. **Optimización:** Hallar la pendiente de la recta que pasa por el punto $A(1,2)$ y que corta en el primer cuadrante a los ejes de coordenadas formando un triángulo de área mínima.

Cálculo Integral

Prueba

1. Considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 28 - 4x & \text{si } 5 < x \leq 10 \end{cases}$

Calcula el área del recinto limitado por la función $f(x)$, el eje OX y la recta $x = 8$.

2. Dibujar y calcular el área de la región del plano limitada por las rectas: **[Canarias 2017]**

$$y = 3x; \quad y = x; \quad y = -x + 8; \quad x = 3$$

3. Calcular el área encerrada por la función $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 6x + 5)$, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 2$.

1. a) Calcular $\int_0^2 e^{-x}(x-1)dx$

b) Calcular la integral $\int \frac{dx}{2x(x+\sqrt{x})}$

2. a) Hallar una función polinómica de tercer grado $f(x)$ sabiendo que $f'(x) = x^2 - 3x$ y que el valor del máximo relativo es doble que el mínimo relativo.

b) Enuncia Teorema Fundamental del Cálculo Integral.

- c) Sabiendo que $\int_0^x f(t) dt = x^3(5+x)$ y $f(x)$ continua en todos los puntos de la recta real, calcula $f(4)$.

3. Dibuja y calcula el área de la región limitada por las gráficas de la parábola $f(x) = 4x - x^2$ y las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ en los puntos correspondientes a $x = 0$ y $x = 2$.