

Unidade 4 – Análise de funcións - Exercicios

	Función constante	Función lineal	Función potencia	Función irracional	Funcións exponenciais		Funcións logarítmicas	
Función	$f(x)=k$	$f(x)=mx$	$f(x)=x^n$	$f(x)=\sqrt[n]{x}=x^{\frac{1}{n}}$	$f(x)=e^x$	$f(x)=a^x$	$f(x)=\ln x$	$f(x)=\log_a x$
Función derivada	$\frac{d}{dx}k=0$	$\frac{d}{dx}mx=m$	$\frac{d}{dx}x^n=n \cdot x^{n-1}$	$\frac{d}{dx}x^{\frac{1}{n}}=\frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1}{n}-1}$	$\frac{d}{dx}e^x=e^x$	$\frac{d}{dx}a^x=\ln a \cdot a^x$	$\frac{d}{dx}\ln x=\frac{1}{x}$	$\frac{d}{dx}\log_a x=\frac{1}{x \cdot \ln a}$

	Producto de número e función	Suma de funcións	Produto de funcións	Cociente de funcións	Función de función = Regra da cadea
Función	$k \cdot f$	$f+g$	$f \cdot g$	$\frac{f}{g}$	$f(g)=f \circ g$
Función derivada	$D(k \cdot f)=k \cdot f'$	$D(f+g)=f'+g'$	$D(f \cdot g)=f' \cdot g+f \cdot g'$	$D\left(\frac{f}{g}\right)=\frac{f' \cdot g-f \cdot g'}{g^2}$	$D[f(g)]=f'(g) \cdot g'$

1 - Repaso do cálculo de derivadas

1 Calcula a función derivada de cada unha destas funcións (PAU 2025 España):

a) $N(t)=\begin{cases} 5000 \cdot (1+0.05t) & 0 \leq t \leq 1 \\ 5000 \cdot 1.05^t & \text{se } t > 1 \end{cases}$ b) $N(t)=500\,000 \cdot (1-e^{-0.2t}); t > 0$

c) $f(t)=\begin{cases} \frac{5}{6}\left(\frac{t^3}{3}-12t^2+108t+108\right) & 0 \leq t \leq 12 \\ t^2-40t+546 & 12 < t \leq 24 \end{cases}$ d) $c(x)=\frac{x+10}{50}, \quad 0 < x < 100$

e) $B(t)=\frac{800000}{(t-1)^2+2}, \quad t \geq 0$ f) $c(t)=\frac{3}{2}\left(t-\frac{t^2}{2}\right)$

2 Calcula a función derivada de cada unha destas funcións:

a) $y=\frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{4x}$ b) $f(x)=\sqrt{2x}+2\sqrt{x}$ c) $y=x \cdot \sqrt{x^2-1}$ d) $f(x)=\ln(x^3+1)$ e) $y=\log \sqrt{x}$
 $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(4x)^2}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x}}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2-1}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{3x^2}{x^3+1}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2x \cdot \ln(10)}$

f) $f(x)=x^2 \cdot e^{2x+1}$ g) $f(x)=3x^2 \cdot \sqrt{x^2+1}$ h) $f(x)=x^3 \cdot e^{-3x}$ i) $f(x)=\sqrt{\ln x}$ j) $f(x)=\ln \sqrt{x}$
 $f'(x)=(2x+2x^2) \cdot e^{2x+1}$ $\Rightarrow f'(x)=3 \cdot \frac{3x^3+2x}{\sqrt{x^2+1}}$ $f'(x)=(-3x^3+3x^2) \cdot e^{-3x}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2x \cdot \sqrt{\ln x}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2x}$

k) $f(x)=\frac{\ln x^2}{x}$ l) $y=\sqrt[3]{2x-5}$ m) $f(x)=2x^2 \cdot \sqrt{2-x}$ n) $y=\frac{-8}{(t+3)^3}$ o) $y=\frac{a^2-x^2}{a^2+x^2}$
 $\Rightarrow f'(x)=\frac{2-\ln(x^2)}{x^2}$ $\Rightarrow y'=\frac{2}{3 \cdot (2x-5)^{\frac{2}{3}}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{-5x^2+8x}{\sqrt{2-x}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{24}{(t+3)^4}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{-4x \cdot a^2}{(a^2+x^2)^2}$

3 Calcula a función derivada de cada unha destas funcións:

p) $\sqrt{3x^2-2x+5}$ q) $f(t)=(3t^2-1)^{13}$ r) $\frac{1}{(x-2)^5}$ s) $P(t)=e^{t^2}$ t) $f(x)=\frac{1+\ln x^2}{x^3}$
 $y'=\frac{3x-1}{2 \cdot \sqrt{3x^2-2x+5}}$ $f'(t)=78t(3t^2-1)^{12}$ $\Rightarrow y'=\frac{-5}{(x-2)^6}$ $\Rightarrow P'(t)=2t \cdot e^{t^2}$ $\Rightarrow f'(x)'=\frac{-3 \cdot \ln x^2-1}{x^4}$

u) $f(x)=\frac{x^5}{(x-1)^5}$ v) $f(x)=\ln(2+2\sqrt{x})$ w) $\frac{-3}{\sqrt{1-x^2}}$ x) $f(x)=\frac{e^x-x^2}{2}$ y) $f(x)=(1+5\sqrt{x})^3$
 $\Rightarrow f'(x)=\frac{-5x^4}{(x-1)^6}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}(2+2\sqrt{x})}$ $\Rightarrow y'=\frac{-3x}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{e^x-2x}{2}$ $\Rightarrow f'(x)=\frac{15(1+5\sqrt{x})^2}{2\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned}
 \text{z) } f(x) &= \ln\left(\frac{2-x}{2+x}\right) & \text{aa) } I(t) &= \frac{3t^2-3}{t^2-1} & \text{ab) } (3+2x) \cdot e^{-3x} &\Rightarrow & \text{ac) } f(x) = \frac{x^2+1}{\ln x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x^2 \cdot \ln(x) - x^2 - 1}{x \cdot \ln^2(x)} \\
 &\Rightarrow f'(x) = \frac{-4}{(2-x) \cdot (2+x)} & &\Rightarrow I'(t) = 0 & & f'(x) = (-7-6x) \cdot e^{-3x} \\
 \text{ad) } f(x) &= \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \cdot D\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{-1}{(1+x)^2 \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}
 \end{aligned}$$

2 - Problemas de ABAU [2025-2001]

4 [2025 Ordinaria P3.1] Dada a seguinte función $B(t) = (4-t)(t-1)^2$; $0 \leq t \leq 4$

- a) 3.1.1. Estude o crecemento e decrecemento da función, e os seus máximos e mínimos, se existen.
b) 3.1.2. Estude os seus intervalos de concavidade e convexidade e os seus puntos de inflexión, se existen.
c) 3.1.3. Represente a gráfica da función $B(t)$.

a) $B'(t) = -3t^2 + 12t - 9$; PC en $t=1$ (min r con $B(1)=0$) e $t=3$ (max rel con $B(3)=4$); B é decrecente en $(0,1) \cup (3,4)$ e decrecente en $(1,3)$. Como $B(0)=4$ e $B(4)=0$, B presenta mínimos absolutos en $t=1$ e $0=4$ e máximos absolutos en $t=0$ e $t=3$.
b) $B(t) = -6t + 12$ e $t=2$ posible punto de inflexión. B é convexa en $(0,2)$ e cóncava en $(2,4)$. En $t=2$ hai un punto de inflexión. <https://www.geogebra.org/classic/b49xavz6>

5 [2025 Ordinaria P3.2] Dada a función $f(x) = ax^2 + bx - 3$ sendo a, b números reais

- a) 3.2.1. Calcule a e b sabendo que dita función pasa polo punto $(4,5)$ e ten un mínimo en $x=1$.
b) 3.2.2. Para $a=1$ e $b=-2$, calcule a área limitada por $f(x)$ e a recta $y=x-3$.

a) $f'(x) = 2ax + b$; $a=1$ e $b=-2$. b) Puntos de corte: $x=0$ e $x=3$; $A=9/2$ u² <https://www.geogebra.org/classic/vakjk5ev>

6 [2025 Extraord P3.1] A evolución do prezo (en euros) dun protector de pantalla para móbil ao longo do ano 2024

vén dado pola función $P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{se } 0 \leq t < 7 \\ (t-10)^2 + 7 & \text{se } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$ onde t é o tempo transcorrido en meses.

- a) 3.1.1 Cal foi o prezo inicial deste protector de pantalla? Cal foi o seu prezo ao final do ano?
b) 3.1.2 Determine en que períodos aumentou e diminuíu o prezo do protector.
c) 3.1.3 Cal foi o prezo máximo alcanzado? E o mínimo? En que momentos se produciron? Razoe as respostas.

a) $P(0) = 9$ $P(12) = 11$ logo o prezo inicial foi de 9 euros e o prezo ao final do ano foi de 11 euros.
b) En $(0,7)$: P é crecente en $(0,4)$ e decrecente en $(4,7)$ e hai un máximo relativo en $t=4$ con $P(4)=25$.
En $(7,12)$: P é decrecente en $(7,10)$ e crecente en $(10,12)$ e hai un mínimo relativo en $t=10$ con $P(10)=7$.
O prezo aumentou dende que comezou o ano 2024 ata transcorridos 4 meses, logo diminuíu dende transcorridos 4 meses ata transcorridos 10 meses, e por último, aumentou dende transcorridos 10 meses ata finalizar o ano.
c) O prezo máximo alcanzouse despois de transcorridos 4 meses e foi de 25 euros. O prezo mínimo acadouse despois de transcorridos 10 meses e foi de 7 euros.

7 (Ord. 2024 P3) — O número de vehículos vendidos por un concesionario ao longo do último ano estímase que vén

dado pola función $N(t) = \begin{cases} 28 - (t-4)^2 & \text{se } 0 \leq t < 6 \\ (t-10)^2 + 8 & \text{se } 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$ onde t é o tempo transcorrido en meses.

- a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de vehículos vendidos. Cal foi o maior número de vehículos vendidos? E o menor? En que momentos se produciron? Xustifique as súas respostas.
b) Coa información do apartado anterior, represente a gráfica da función. c) Houbo algún período do ano no que o número de vehículos vendidos fora inferior a 12 unidades? Xustifique a súa resposta.

a) $t=4$ é P.C.N crece en $(0,4)$ e $(6, 10)$ Decrece en $(4,6)$ e $(10,12)$. Hai max. rel. en $(4,28)$ e min. rel en $(10,8)$.
<https://www.geogebra.org/classic/zsjsybfz>

8 (Ord. 2024 P4) — Considérese a seguinte función: $f(x)=ax^3-2x^2+bx+c$ onde a, b, c son números reais.

a) Calcular a, b, c sabendo que a función $f(x)$ pasa por $(2,8)$ e que ten un extremo relativo en $(0,16)$.

b) Para $a=b=0$ e $c=16$ calcule a área a rexión limitada pola función e a recta $y=8$.

a) $a = b = 0$ e $c = 16$

9 (Extraord.. 2024 P3) — A función $f(x)=ax^2+bx+c$, onde a, b, c son números reais pasa pola orixe de coordenadas e ten un máximo no punto $P(4, 16)$.

a) Calcule os valores de a, b, c .

b) Realice a representación gráfica da función $f(x)$ e determine a área comprendida entre a dita función e o eixe OX .

a) $a=-11; b=8; c=0; f(x)=-x^2+8x$

10 (Extraord.. 2024 P4) — Unha fábrica produce un artigo de pesca deportiva e vende cada unidade a un prezo $P(x)$

(en euros) que depende do número total de unidades producidas x : $P(x)=\frac{-x^2}{20}+x+55, 0 \leq x \leq 30$.

Sábase que a produción de x unidades supón un custo fixo de 80 € máis un custo variable de 11,25 € por unidade.

a) Calcule as expresións das funcións de custo, ingreso e beneficio.

b) Como debe planificarse a produción para que o beneficio sexa máximo? A canto ascende o dito beneficio? Cal sería o prezo de venda por unidade nese caso?

a) Coste: $f(x)=80+11,25x$; Ingresos: $g(x)=-x^3/20+2x+43,75$; Beneficios $B(x)=g(x)-f(x)=-x^3/20+x^2+43,75$.
b) O beneficio máximo obtense cando $x=25$. $B(25)=857,5$; $P(25)=48,75$;

11 (Ord. 2023 P3) — O volume de auga (en millóns de litros) almacenado nun embalse ao longo dun período de 11 anos en función do tempo t (en anos) vén dado pola función $V(t)=t^3-24t^2+180t+8000, 0 \leq t \leq 11$

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento da auga almacenada.

b) Calcule a cantidade de auga almacenada no último ano ($t=11$).

c) Calcule o ano do período no que o volume almacenado foi máximo e o volume máximo que tivo o embalse ao longo dese período.

a) A auga almacenada crece desde o momento inicial ata transcorridos 6 anos e desde transcorridos 10 anos ata transcorridos 11 anos. A auga almacenada decrece desde transcorridos 6 anos ata transcorridos 10 anos.
b) A cantidade auga almacenada no último ano e de 8407 millóns de litros.
c) O máximo almacenamento de auga prodúcese no sexto ano e ascende a 8432 millóns de litros.

12 (Ord. 2023 P4) — Os beneficios obtidos durante o primeiro ano (en centos de euros) por un establecemento adicado ó reparto de comida a domicilio veñen dados pola función $B(t)=t(t-a)^2, 0 \leq t \leq 12$ onde t é o tempo transcorrido en meses desde a apertura do establecemento.

a) Calcule o valor do parámetro a tendo en conta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t=6$

b) Para $a=9$, cal foi o maior beneficio obtido? En que momento ou momentos se produciu? Xustifique as respostas

c) Para $a=9$, represente a gráfica da función $B(t)$ tendo en conta a información anterior e o estudo dos intervalos de crecemento e decrecemento.

$A= a=9$ b) O maior beneficio obtido foi de 10800€ e prodúcese transcorridos 3 meses e transcorridos 12 meses desde a apertura do establecemento. c) <https://geogebra.org/classic/usyjwvda>

13 (Extraord.. 2023 P3) — O número de exemplares vendidos dunha revista (en miles de unidades) nos primeiros

cinco meses del ano ven dado pola función $N(t) = \begin{cases} 8-t(t-2) & \text{se } 0 \leq t \leq 3 \\ 2t-1 & \text{se } 3 < t < 5 \end{cases}$

a) Estude o crecemento e decrecemento do número de exemplares vendidos. Calcule en que momentos se produciron o máximo e o mínimo número de ventas e a canto ascenderon.

b) Represente graficamente a función $N(t)$. Calcule a area da rexión delimitada pola gráfica da función $N(t)$, o eixe de abscisas e as rectas $t=0$ e $t=5$.

a) O número de exemplares vendidos crece desde o momento inicial ata transcorrido 1 mes e desde transcorridos 3 meses ata transcorridos 5 meses. O máximo número de ventas prodúcese transcorrido 1 mes e tamén transcorridos 5 meses e ascende a 9000 exemplares. O número mínimo de ventas prodúcese transcorridos 3 meses e é de 5 000 exemplares. b) Área= 38 u² <https://geogebra.org/classic/wnp2auzh>

14 (Extraord.. 2023 P4) — Dada a función $f(x) = \frac{x}{a} + \frac{a}{x}$, $x \neq 0$, $a \neq 0$

a) Calcule os valores do parámetro “a” para que $f(x)$ teña un punto crítico en $x_0=3$.

b) Para $a=3$, estude o crecemento e decrecemento da función e os seus máximos e mínimos, se existen. Estude tamén os seus intervalos de concavidade e convexidade e os puntos de inflexión, se existen.

a) Os valores do parámetro “a” para os que $f(x)$ ten un punto crítico en $x_0=3$ son $a=3$ e $a=-3$.
b) Crecente en $(-\infty, -3)$ e $(3, +\infty)$. Decrecente en $(-3, 0)$ e $(0, 3)$. Máximo relativo en $x_0=-3$ e mínimo relativo en $x_0=3$.
En $(-\infty, 0)$ f é cóncava; en $(0, +\infty)$ f é convexa. Non existen puntos de inflexión

15 (Ord. 2022 P3) — Nunha zona protexida dun parque natural o número de aves $N(t)$, en centos, en función do tempo

t (anos transcorridos desde que se contabilizan as aves) vén dado pola función $N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$

a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece? b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?

c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

a) En $(0,4)$ N é decrecente. En $(4,10)$ e $(10, +\infty)$ N é crecente. O número de aves crece desde o inicio ata transcorridos 4 anos e a partir de ese momento crece. b) O número mínimo de aves alcánzase transcorridos 4 anos, sendo 3.400 aves. c) O intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves vai desde transcorridos 8 anos ata transcorridos 12 e medio. Co paso do tempo o número de aves tende a 9.500

16 (Ord. 2022 P4) — Dada a función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

a) Calcule o valor do parámetro “a” tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x=2$.

b) Para $a=6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

a) $a=6$. b) $A=8$ u² <https://geogebra.org/classic/zkakzavg>

17 (Extraord.. 2022 P3) — Os custos dunha empresa, en centos de miles de euros, veñen dados pola función:

$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12$, t é o tempo en anos e $1 \leq t \leq 6$

a) Calcule os custos máximos alcanzados. En que momento se producen?

b) Estude o crecemento e decrecemento dos custos. Determine o custo mínimo e en que momento se alcanza.

c) Cales son os custos ao comezo e ao final do período en estudo? Razoe as respostas.

a) O custo máximo alcanzado foi de 1.400.000 € e alcanzouse no segundo ano. b) Os custos aumentan desde o primeiro o segundo ano e desde o quinto o sexto. Decrecen desde o segundo o quinto ano. O custo mínimo foi de 50.000 euros no quinto ano. c) O custo ao principio do período foi de 85.000 euros ($C(1)=8,5$) e o custo ao final do período foi de 600.000 euros ($C(6)=6$)

18 (Extraord.. 2022 P4) — Dada a función $f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x-a & \text{se } x > 1 \end{cases}$

a) Calcule o valor do parámetro **a** para que a función $f(x)$ sexa continua en todo $\mathbb{R}$.

b) Para **a=2** calcule os extremos relativos da función $f(x)$ e represéntea.

c) Calcule a área da rexión delimitada pola función $f(x)$, para **a=2**, e as rectas $Y=0$, $X=0$ e $X=2$.

a) f é continua para todos os números reais se **a=2**. b) Crecente en $(-\infty, 0)$ e $(1, +\infty)$. Decrecente en $(0, 1)$. Máximo relativo en $x=0$ e mínimo relativo en $x=1$. c) $A=5/3$ u² <https://geogebra.org/classic/ugfara5k>

19 (Ord. 2021 P3) — A cantidade de CO₂ (en millóns de toneladas) emitidas á atmosfera por unha determinada rexión

ao longo do ano 2020, vén dada pola función $C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & \text{se } 0 \leq t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & \text{se } 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$ sendo t é o tempo transcorrido en meses

desde comezo do ano.

a) Estude en que períodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO₂ emitida á atmosfera.

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO₂ emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron? c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.

a) A cantidade de CO₂ emitida a atmosfera diminúe desde o momento inicial ata transcorridos 8 meses e diminúe desde ese instante ata finalizar o ano (mes 12). b) A cantidade máxima de CO₂ emitida é de 6 millóns de T que se producen o finalizar o ano (mes 12). A cantidade mínima de CO₂ emitida é de 2 millóns de tT que se producen transcorridos 8 meses.

20 (Ord. 2021 P4) — Un fabricante de automóviles fai un estudo sobre os beneficios, en miles de euros, ao longo dos dez últimos anos, e comproba que estes se axustan á función $B(t) = t^3 - 18t^2 + 81t - 3$ se $0 \leq t \leq 10$, (t en anos).

a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?

b) Determine os períodos de crecemento e decrecemento dos beneficios. En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden? c) Calcule $\int_1^2 B(t) dt$

a) O último ano obtivo 7000 € de beneficios. b) Os beneficios aumentan entre o inicio e o terceiro ano e entre os anos 9 e 10. Diminúen entre o terceiro e noveno ano. c) $I=80,25$

21 (ExtraOrd. 2021 P3) — Despois de t horas de funcionamento o rendemento dunha máquina (nunha escala de 0 a 100) vén dado pola función $r(t) = \frac{kt}{t^2+4}$ con $t > 0$

a) Calcule **K** sabendo que o rendemento ás 4 horas é de 76.

b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante as 7 primeiras horas de funcionamento.

c) En que momento se consegue o rendemento máximo?, cal e o seu valor?

a) $k=380$. b) Crecente en $(0, 2)$. Decrecente en $(2, 7)$. c) O rendemento máximo acádase as 2 horas, e vale $r(2)=95$

22 (Extraord.. 2021 P4) — Unha empresa pode vender x unidades ao mes dun determinado produto ao prezo de $518 - x^2$ euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: uns fixos de 225 euros e outros de $275 \cdot x$ euros que dependen do número x de unidades.

- a) Determine as funcións $I(x)$ e $B(x)$ que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?
- b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. A canto ascenderían os ditos beneficios?, cal sería o prezo de venda dunha unidade nese caso?

a) $I(x) = (518 - x^2) \cdot x = 518x - x^3$, $x > 0$; $B(x) = I(x) - G(x) = -x^3 + 243x - 225$, $x > 0$. Se se producen e venden 10 unidades os beneficios obtidos serán $B(10) = 1105$ €. b) A función Beneficio, $B(x)$, presenta un máximo para un número de unidades $x = 9$. Os beneficios máximos serían 1233 € e o prezo de venda $P(9) = 437$ € por unidade.

- 23 (Ord. 2020 P3)** — O número de persoas (en miles) que visitan cada ano un parque temático vén dado pola función $P(t) = \frac{180t}{t^2 + 9}$, $t \geq 0$ onde t é o tempo transcorrido en anos desde a súa apertura no ano 2010 ($t = 0$).

- a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de visitantes.
- b) En que ano recibiu o maior número de visitantes? A canto ascenden? Razo e as respostas.
- c) A partir de que ano o número de visitantes será inferior a 18000 persoas? Que ocorrerá co número de visitantes co paso do tempo? Razoe as respostas.

a) O número de visitantes crece ata transcorridos tres anos (2013) desde a súa apertura (2010). A partir de 2013 o número de visitantes vai decrecendo. b) O maior número de visitantes rexistrouse no ano 2013 con 30000 persoas. c) A partir do ano 2019 o número de visitantes será inferior a 18000 persoas. Co paso do tempo o número de visitantes irá diminuindo, tendendo a 0 persoas.

- 24 (Ord. 2020 P4)** — Dada a función $f(x) = -4x^2 + 12x - 5$

- a) Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.
- b) Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$, o eixe OX e as rectas $x = 1$, $x = 2$.

a) Corta a OY en $(0, -5)$ e corta a OX en $(1/2, 0)$, e $(5/2, 0)$. É crecente en $(-\infty, 3/2)$ e decrecente en $(3/2, +\infty)$. Ten un máximo en $x_0 = 3/2$ que vale $y = f(3/2) = 4$. b) $A = 11/3$ u²

- 25 (Extraord. 2020 P3)** — Os gastos financeiros dunha organización, en centos de miles de euros, seguen a función

$$G(t) = \begin{cases} 4 - \left(\frac{t}{3}\right) & \text{se } 0 \leq t \leq 3 \\ (5t - 3)/(t + 1) & \text{se } t > 3 \end{cases} \text{ sendo } t \text{ o tempo en anos transcorridos.}$$

- a) En que momento os gastos son iguais a 400.000 euros? Razoe a resposta.
- b) Cando crece $G(t)$? Cando decrece $G(t)$? Cando os gastos alcanzan o seu valor mínimo e canto valen?
- c) Que ocorre cos gastos cando o número de anos crece indefinidamente?

a) Os gastos son iguais a 400000 euros ao inicio ($t = 0$) e transcorridos 7 anos. b) G decrece ata transcorridos 3 anos e a partir de ese momento e crecente. O gasto mínimo alcanzase transcorridos 3 anos e vale 300000 euros. c) Co paso do tempo os gastos irán crecendo, tendendo o seu valor a 500000 euros.

- 26 (Extraord. 2020 P4)** — Unha pequena empresa comercializa paraugas a 60 euros a unidade. O custo de produción diario de " x " paraugas vén dado pola función $C(x) = x^2 - 10x$, estando limitada a súa capacidade de produción a un máximo de 70 paraugas ó día ($0 \leq x \leq 70$)

- a) Obteña as expresións das funcións que determinan os ingresos e os beneficios diarios obtidos pola empresa en función do número de paraugas producidos " x ".
- b) Determine o número de paraugas que debe producir diariamente para obter o máximo beneficio. A canto ascenden os ingresos, os custos e os beneficios diarios neste caso? Razoe a resposta.

a) Ingresos: $I(x) = 60x$, $0 \leq x \leq 70$; Beneficios: $B(x) = I(x) - C(x) = 70x - x^2$, $0 \leq x \leq 70$ b) Para obter os máximos beneficios debe producir 35 paraugas diarios. Neste caso os ingresos diarios ascenden a 2100 euros, os costes a 875 euros e os beneficios a 1225.

27 (modelo 2020) — O prezo en euros dun artigo para a pesca deportiva ven dado pola función

$$P(t) = 12 + \frac{36t}{(t+3)^2}, \quad t \geq 0, \text{ onde } t \text{ é o tempo transcorrido en meses desde que foi posto á venda ao público.}$$

a) Calcular o prezo inicial do produto e o prezo máximo que alcanza. En que momento se produce ese prezo máximo?

b) Calcula en que mes ou meses o prezo do artigo acadou os 14,25 euros.

c) Cal é a tendencia do prezo do artigo co paso do tempo? Xustifica a resposta.

28 (modelo 2020) — Considerase a función $f(x) = \begin{cases} 9-2x & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 9-(x-4)^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

a) Representa a gráfica da función estudando previamente os intervalos de crecemento e decrecemento e os puntos de corte cos eixes de coordenadas.

b) Calcula a área pechada por dita función e os dous eixes de coordenadas.

a) <https://geogebra.org/classic/psfbvfmk> b) $A = 142/3 \text{ u}^2$

29 (xuño 2019 A) — O número de espectadores dunha serie (N), en millóns, en función do tempo (t), en anos, segue un modelo dado pola función $N(t) = K + \frac{8t}{1+t^2}$

a) Calcula o valor de K se se sabe que ao final do segundo ano o número de espectadores era de 4.2 millóns.

b) Estuda o crecemento, decrecemento e o momento e valor máximo da audiencia.

a) $K=1$ b) A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece. A máxima audiencia alcanzase en $N(1)$ con 5 millóns de espectadores

30 (xullo 2019 A) — O prezo de venda dun electrodoméstico nun centro comercial (en centos de euros), vén dado pola función: $P(t) = \frac{24}{t^2 - 4t + 16} + 2$ sendo $t \geq 0$ o tempo transcorrido, en anos, desde o momento en que se puxo a venda

a) Calcula o prezo de lanzamento do produto. En que momento o prezo do electrodoméstico volve ser o mesmo que o prezo de lanzamento?

b) Determina os períodos nos que o prezo do electrodoméstico aumentou e diminuíu. Cal foi o prezo de venda máximo? En que momento se produciu?

c) Estuda a tendencia do prezo de venda do electrodoméstico co paso do tempo.

a) O prezo de lanzamento é 350 €. O prezo coincide co de lanzamento no 4º ano. b) En $(0, 2)$ P é crecente e en $(2, \infty)$ P é decrecente. O prezo crece desde o momento que se puxo a venda ata o 2º ano e despois decrece, habendo un máximo en $t=2$. O prezo máximo foi de 400€ no 2º ano. Co paso do tempo o prezo tende a 200€

31 (xuño 2018 B) — O salario diario dun mozo durante os cinco primeiros anos en determinada empresa axústase á

seguinte función, onde t representa o tempo, en anos, que leva contratado: $S(t) = \begin{cases} 35 & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ 25 + 10t & \text{se } 1 \leq t \leq 2 \\ -0.5t^2 + 4t + 39 & \text{se } 2 < t \leq 5 \end{cases}$

a) Estuda o crecemento e decrecemento da función salario e represéntaa.

b) En que momento tivo un salario máximo? E mínimo? Calcula ditos salarios.

a) $S(t)$ é constante en $(0, 1)$, crecente en $(1, 2)$ e $(2, 4)$ e decrecente en $(4, 5)$. <https://geogebra.org/classic/hzfdbm7t>
b) O salario máximo alcanzouse despois de 4 anos ascendendo a 47 “unidades monetarias” (u.m.) diarias. O salario mínimo tívoo desde o comezo ata transcorrido 1 ano (todo o primeiro ano) e o seu valor 35 u.m.

32 (setembro 2018 A) — Un novo produto ten unha demanda en miles de unidades que responde aproximadamente á función $N(t) = 5 + 20t/(1+t^2)$, $t \geq 0$ en meses.

a) Estuda o crecemento e decrecemento da demanda. Calcula a demanda máxima e o momento no que se alcanza.

b) Avalía a tendencia a longo prazo e representa a función.

c) Despois do máximo, baixaría a demanda de 11.000 unidades? Cando?

a) En $(0, 1)$ N é crecente e en $(1, \infty)$ N é decrecente. Son 15.000 unidades de demanda máxima no mes 1. b) As vendas tenden a 5.000 unidades a longoprazo. c) Baixaría de 11.000 no mes 3

33 (setembro 2018 B) — Un ximnasio abre ao público a principios de 2008, a función $G(t) = \begin{cases} 10(5t - t^2) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80 - 10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$

indica como evolucionaron as súas ganancias (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido desde a súa apertura, correspondendo $t = 0$ a principios de 2008.

a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución das súas ganancias

b) A canto ascenderon as ganancias máximas? En que ano se obtiveron?

c) Representa a gráfica da función $G(t)$. Nalgún ano logo da súa apertura non se obtiveron ganancias? A partir dalgún ano deixou de ser rendible o ximnasio? Cando?

a) Desde a súa apertura, a principios de 2008, ata a metade de 2010 produciuse un aumento de ganancias. Desde mediados de 2010 ata principios de 2018 hai diminución de ganancias. b) As ganancias máximas son de 62.500 € a mediados de 2010. c) <https://www.geogebra.org/classic/djvgk3yz>

34 (xuño 2017 A2) O número de unidades en miles vendidas por unha empresa do sector editorial durante o seu primeiro ano de existencia, estimouse pola función $V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & \text{se } 7 < t \leq 12 \end{cases}$, t é o tempo transcorrido en meses desde a creación da empresa.

a) Nos primeiros sete meses, calcula as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron. Xustifica se estas foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano. Representa a gráfica de $V(t)$.

b) A partir do sétimo mes, ¿en que período o número de vendas foi menor ou igual a 32000 unidades?

a) Nos primeiros sete meses, as vendas foron máximas no sexto mes. Non foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano, xa que as vendas máximas nese ano alcanzáronse no último mes e foron 40000 unidades. <https://www.geogebra.org/classic/hc5xmrd7>. b) Entre o oitavo e o décimo mes as vendas foron inferiores ou iguais a 32000 unidades

35 (setembro 2017 A2) O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola

función $P(t) = \begin{cases} 15 + 2t - t^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{1}{3}t + 11 & \text{se } 3 < t \leq 12 \end{cases}$ sendo t o tempo transcorrido en meses.

a) Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.

b) Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función $P(t)$.

a) As accións aumentaron de prezo desde o inicio do ano ata o primeiro mes e desde o terceiro mes ao último mes. As accións diminuíron de prezo desde o primeiro mes ata o terceiro mes. O prezo máximo das accións, nese ano, foi de

16 euros. O prezo mínimo das accións, nese ano, foi de 12 euros. b) O prezo foi inferior ou igual a 13'75 euros no intervalo $[2,5; 8,25]$, é dicir, desde o segundo mes e medio ata o oitavo e un cuarto de mes.

<https://www.geogebra.org/classic/u4pfgrcm>

- 36 (xuño 2016 A2)** — (a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = ax^2 + bx^3$ teña un punto de inflexión en $(2, 16)$. (b) Consideremos a función $f(x) = -x^3 + 6x^2$. Calcula e clasifica os seus extremos relativos. Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

a) $a=6, b=-1$ b) $f(x)$ presenta un mínimo relativo no punto $(0, 0)$ e un máximo relativo no punto $(4, 32)$.
 $f'(x)=9 \Rightarrow x=1; x=3$. No punto $(1, 5)$ e no punto $(3, 27)$ a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9

- 37 (xuño 2016 B2)** — Sexa a función de poboación $P(t) = 8 + \frac{12t}{t^2 + 9}$, $t \geq 0$, onde t é o tempo transcorrido en anos e $P(t)$ a poboación en millóns de individuos.

a) Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.

b) Calcula cando a poboación é de 9,6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.

a) A poboación crece nos tres primeiros anos e decrece a partir do terceiro ano. A poboación máxima é de 10 millóns de individuos b) A poboación alcanza os 9'6 millóns de individuos ao ano e medio e aos seis anos. A poboación tende a estabilizarse ao redor dos oito millóns de individuos.

- 38 (setembro 2016 A2)** — O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t) = -t^3 + at^2 + bt$, $0 \leq t \leq 3$, onde t é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

a) Calcula os valores de a e b , se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.

b) Para $a = 3$ e $b = 0$, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.

a) $a = 3$ e $b = 0$ b) Desde a súa apertura ao segundo mes rexistrouse un aumento do número de visitantes. Do segundo ao terceiro mes rexistrouse unha diminución do número de visitantes. No intervalo $(0, 1)$ a función é CONVEXA (CÓNCAVA HACIA ARRIBA). No intervalo $(1, 3)$ a función é CÓNCAVA (CÓNCAVA HACIA ABAIXO).

- 39 (setembro 2016 A2)** — Os gastos de mantemento $G(t)$, en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímase

en función do tempo t , en meses, que dita maquinaria leva en funcionamento por: $G(t) = \begin{cases} \frac{-1}{9}t + \frac{7}{2} & \text{se } 0 \leq t \leq 18 \\ 6 - \frac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}$

a) Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?

b) Determina cando o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.

a) No intervalo $(0, 18)$ $G(t)$ é decrecente. No $(18, +\infty)$ $G(t)$ é crecente. O gasto foi mínimo no mes 18 e ascendeu a 1500 euros. b) No cuarto mes e medio e no mes 34, o gasto ascendeu a 3000 euros. Co paso do tempo, o gasto de mantemento da maquinaria tende a alcanzar o valor de 6000 euros.

- 40 (xuño 2015 B2)** — Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función

$B(t) = \begin{cases} 10(4t - t^2) & , 0 \leq t \leq 3 \\ 60 - 10t & , 3 < t \leq 7 \end{cases}$ indica como evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo $t = 0$ a principios de 2006.

a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?

b) Representa a gráfica da función $B(t)$. ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?

a) Dende a súa apertura, a principios do 2006 ata o 2008 produciuse un aumento dos seus beneficios. Dende principios do 2008 ata principios do 2013 prodúcese unha diminución dos seus beneficios. Os beneficios máximos ascenderon a 40.000 euros 0'25 puntos, e obtivéronos a principios do 2008.
b) <https://geogebra.org/classic/pz2ahst3> No ano 2012 non obtiveron beneficios. Deixou de ser rendible a partir do ano 2012 ata principios do 2013.

41 (xúño 2015 B2) — Consideremos a función $f(x) = 1 + \frac{a}{x} + bx$, $x \neq 0$.

a) Calcula o valor de “a” e de “b” sabendo que a función $f(x)$ ten un extremo relativo no punto $(3, -1)$.

b) Supoñendo que $a = -3$ e $b = -1/3$, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función $f(x)$.

a) $a = -3$ e $b = -1/3$ b) O punto $(3, -1)$ é un máximo relativo e o punto $(-3, 3)$ é un mínimo relativo

42 (setembro 2015 A2) — Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da

acción da empresa segundo tempo, $V(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ 8 + \frac{20}{x-1} & \text{se } x > 6 \end{cases}$, onde $V(x)$ é o valor da acción en euros e x é o tempo

transcorrido en meses.

a) Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.

b) De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función $V(x)$.

a) A función $V(x)$ é crecente no intervalo $(0, 4)$, é decrecente en $(4, 6)$ e tamén é decrecente no intervalo $(6, +\infty)$. Espérase que o prezo da acción suba nos primeiros catro meses e que a partir do cuarto mes baixe. O valor máximo esperado da acción é de 16 euros, e produciríase no cuarto mes da saída a Bolsa da acción.
b) A longo prazo a acción tende a alcanzar o valor de 8 euros. <https://geogebra.org/classic/cf7qjkfp>

43 (setembro 2015) — Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, o prezo por cada unha delas debe ser $p(x) = 150 - \frac{1}{2}x$ euros, e que o custo total de producir x pezas está dado por $C(x) = 4000 + \frac{1}{4}x^2$ euros.

a) Calcula os ingresos totais e o beneficio total.

b) ¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo?

c) ¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?

a) $I(x) = 150x - \frac{1}{2}x^2$ euros; $B(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 150x - 4000$ euros b) Debe producir e vender 100 pezas para maximizar os seus beneficios totais. O beneficio máximo ascende a 3500 euros, producindo e vendendo 100 pezas. c) Debe cobrar 100 euros por peza.

44 (xúño 2014 A2) — Os beneficios (en centos de miles de euros anuais) estimados por unha pequena empresa durante un período de catro anos, axustáronse á función $B(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, $0 \leq x \leq 4$, onde $B(x)$ representa os beneficios da empresa aos x anos transcorridos dende a súa constitución ($x = 0$ corresponde ao ano 2006).

a) ¿Nalgún ano a empresa non tivo beneficios? Xustifica a resposta.

b) Determina os intervalos de tempo nos que os beneficios aumentaron e nos que diminuíron. ¿Que información nos proporcionan sobre a evolución dos beneficios neses catro anos? Calcula os beneficios máximo e mínimo e os anos en que se produciron.

c) Utilizando os resultados anteriores e calculando, se o hai, o punto de inflexión, representa a gráfica de $B(x)$.

a) A empresa non tivo beneficios no ano 2006 e no 2009. b) No intervalo $(0, 1)$ e no $(3, 4)$ os beneficios aumentaron. No intervalo $(1, 3)$ os beneficios diminuíron. A empresa foi aumentando os seus beneficios dende o instante da súa constitución, ano 2006, ata o ano 2007. Os beneficios diminuíron entre o 2007 e o 2009, volvendo aumentar ata o ano 2010. No ano 2007 e no 2010, tiveron un beneficio máximo anual de 400.000 euros. No 2009 (e no 2006) o seu beneficio foi mínimo de 0 euros, é dicir, non tiveron beneficios. c) O punto de inflexión preséntase no $(2, 2)$. <https://geogebra.org/classic/eawwz7mu>

45 (xuño 2014 B2) — Estimase que o número de unidades vendidas de certo produto N , aos t meses de introducilo no mercado, vén dado por $N(t) = 200 \left(5 - \frac{10}{2+t} \right)$, $t \geq 0$.

a) O número de unidades vendidas ¿aumenta ou diminúe ao transcorrer os meses? Xustifica a resposta, estudando o crecemento ou decrecemento da función $N(t)$.

b) Determina entre que meses as vendas son superiores a 500 e inferiores a 800 unidades.

c) As vendas tenden a estabilizarse arredor dalgunha cantidade? Xustifica a resposta.

a) O número de unidades vendidas aumenta ao transcorrer os meses: $N'(t) > 0$, para todos os valores de t , logo $N(t)$ é crecente en todo $\mathbb{R}$, e en particular no intervalo $(0, +\infty)$. b) $N(t) > 500 \Leftrightarrow t > 2$; $N(t) < 800 \Rightarrow t < 8$. Logo entre o segundo e o oitavo mes as vendas superan as 500 unidades e son inferiores a 800 unidades. c) As vendas tenden a estabilizarse arredor das 1000 unidades. <https://www.geogebra.org/classic/ftcuszn6>

46 (setembro 2014 A2) — O beneficio B (en miles de euros) para unha compañía que gasta unha cantidade x (en miles de euros) en publicidade estímase por: $B(x) = -0,1x^3 + 6x^2 + 400$, $0 \leq x \leq 60$.

a) Calcula a cantidade de diñeiro que a compañía debe gastar en publicidade para que lle produza un beneficio máximo e calcula o devandito beneficio. ¿Que cantidade de diñeiro en publicidade lle produce un beneficio mínimo?

b) Representa a gráfica da función, utilizando os resultados anteriores e calculando concavidade, convexidade e punto de inflexión.

a) Deben gastar 40.000 euros en publicidade, para que o seu beneficio sexa máximo, sendo o devandito beneficio de 3.600.000 euros. Se non gastan nada en publicidade, ou se gastan 60.000 euros o beneficio que obteñen é mínimo. b) $B''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$. No intervalo $(0, 20)$ a función é cóncava cara arriba (convexa), no intervalo $(20, 60)$ é cóncava cara abaixo (cóncava) 0'25 puntos. O punto $(20, 2000)$ é o punto de inflexión. <https://geogebra.org/classic/sn4d6uuu>

47 (setembro 2014 B2) — Os ingresos (en millóns de euros) obtidos por certa factoría no período comprendido dende o ano 2000 ao 2010, estimáronse pola función $I(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x-5)^2 + 17 & \text{se } 1 \leq x < 7 \\ -x^2 + 18x - 59 & \text{se } 7 \leq x \leq 11 \end{cases}$, onde x é o tempo transcorrido en anos

($x = 1$ corresponde ao ano 2000)

a) Calcula os ingresos obtidos no ano 2002 e no ano 2007.

b) Determina a evolución dos ingresos no período comprendido dende o 2000 ata o 2010 (crecemento e decrecemento da función $I(x)$). Calcula os ingresos máximo e mínimo.

c) Determina entre que anos dese período os ingresos non superaron os 18 millóns.

a) No ano 2002, $I(3) = 18$, logo os ingresos son 18 millóns de euros. No ano 2007, $I(8) = 21$, logo os ingresos son 21 millóns de euros. b) Nos intervalos $(1, 5)$ e $(9, 11)$ $I(x)$ é decrecente. Nos intervalos $(5, 7)$ e $(7, 9)$ $I(x)$ é crecente. Os ingresos diminuíron dende o ano 2000 ata o 2004 e tamén dende o ano 2008 ata o ano 2010. Dende o ano 2004 ata o 2008 os ingresos aumentaron. A factoría tivo uns ingresos mínimos de 17 millóns de euros e uns ingresos máximos de 22 millóns de euros. c) $\frac{1}{4}(x-5)^2 + 17 \leq 18 \Rightarrow 3 \leq x \leq 7$ e $-x^2 + 18x - 59 \leq 18$ non ten solución no intervalo $[7, 11]$. A factoría non superou os 18 millóns de euros entre os anos 2002 e 2006. Tamén se pode contestar a este apartado buscando as interseccións da recta $y = 18$ coa gráfica da función $I(x)$ <https://geogebra.org/classic/mzrwmd7d>

48 (xuño 2013 A2) — A cantidade de madeira (en metros cúbicos) que se extrae dunha explotación forestal durante un período de cinco días vén dada pola función: $M(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$, $0 \leq t \leq 5$, onde t é o tempo transcorrido en días.

- a) Estuda en que períodos se rexistrou un aumento e nos que se rexistrou unha diminución da cantidade de madeira extraída.
- b) ¿En que día ou días se extraeu a máxima cantidade de madeira?, ¿e a mínima? Calcular a cantidade máxima e mínima de metros cúbicos de madeira extraída.
- c) Representa graficamente a función $M(t)$, calculando, se os hai, os puntos de inflexión.

a) Dende o instante inicial ao segundo día e dende o cuarto ao quinto día, rexistrouse un aumento da cantidade de madeira extraída. Dende o segundo ao cuarto día rexistrouse unha diminución” b) No segundo e no quinto día extraeuse a máxima cantidade de madeira. A cantidade mínima extraeuse no instante inicial. A cantidade máxima extraída foi 20 metros cúbicos de madeira e a cantidade mínima extraída foi 0 metros cúbicos de madeira. c) O punto de inflexión preséntase no (3, 18). <https://geogebra.org/classic/b4vc8zt4>

49 (xuño 2013 B2) — O prezo de venda (en euros) dun artigo deportivo dende o momento inicial da súa

comercialización axústase á función $P(t) = \begin{cases} \frac{-1}{5}t^2 + 4t + 80 & \text{se } 0 \leq t < 15 \\ 87 + \frac{32}{t-11} & \text{se } t \geq 15 \end{cases}$ onde t é o tempo transcorrido en meses.

- a) ¿Cal é o prezo inicial do artigo? ¿E despois de transcorridos 15 meses?
- b) Estuda en que meses se produce un aumento e nos que se produce unha diminución do prezo do artigo. ¿Cal é o prezo máximo que alcanza o artigo? ¿E o prezo mínimo?
- c) Despois de transcorridos 15 meses, ¿habará algún mes no que o prezo sexa inferior a 85 euros? Razoa a resposta.

a) Prezo inicial do artigo: $P(0) = 80$ euros. Prezo despois de transcorridos 15 meses: $P(15) = 95$ euros. b) No (0, 10), $P(t)$ é crecente e no (10, 15), $P(t)$ é decrecente. No (15, $+\infty$) $P(t)$ é decrecente. Prodúcese un aumento do prezo nos dez primeiros meses da súa comercialización e a partir do décimo mes o prezo do artigo diminúe. O prezo máximo que alcanza o artigo: $P(10) = 100$ euros. O prezo mínimo que alcanza o artigo: $P(0) = 80$ euros. c) $87 + 32/(t-11) < 85$ é imposible, xa que $t > 15$. Logo despois de transcorridos 15 meses, o prezo non será nunca inferior a 85 euros. Tamén se podería facer un esbozo da gráfica da función $P(t)$ e chegaríase ao mesmo resultado.

50 (setembro 2013 A2) — Sexa a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

- a) Calcula a , b , c e d , sabendo que a función presenta os seus extremos relativos nos puntos (0, 0), e (1, 1).
- b) Determina que tipo de extremos relativos son cada un dos puntos anteriores.
- c) Representa a gráfica da función, determinando os puntos de corte cos eixes e o punto de inflexión.

a) $f(0) = 0 \Rightarrow d = 0$; $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$; $f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0$; $f(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ obtendo $a = -2$ e $b = 3$. b) $x = 0$ é un mínimo e $x = 1$ é un máximo. c) Puntos de corte cos eixes: (0, 0) e (3/2, 0). Punto de inflexión: (1/2, 1/2) <https://geogebra.org/classic/wkyr2cgj>

51 (setembro 2013 B2) — O número de nacementos anuais (en centos) que se producen nunha cidade a partir do ano

2000 vén dado pola función $N(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}t^2 - 3t + 15 & \text{se } 0 \leq t < 8 \\ 10 - \frac{6}{t-6} & \text{se } t \geq 8 \end{cases}$ t é o tempo transcorrido en anos ($t = 0$ é o ano 2000).

- a) ¿Cantos nacementos se produciron no ano 2000?
- b) Estuda entre que anos se produciu un decrecemento da natalidade. Determina en que ano se produciu o menor número de nacementos e cal foi ese número.
- c) ¿Cal é a tendencia do número de nacementos no futuro? Razoa a resposta.

a) $N(0) = 15$ logo no ano 2000 producíronse 1500 nacementos. b) No $(0, 6)$, $N(t)$ é decrecente. Dende o ano 2000 ata o 2006 produciuse un decrecemento da natalidade. Non hai decrecemento dende o ano 2006. Ano no que se produciu o menor número de nacementos, en $t = 6$ $N(t)$ é mínimo 0'25. Número mínimo de nacementos: O menor número de nacementos produciuse no 2006 e foron 600 nacementos. c) A tendencia é de 1000 nacementos.

52 (xuño 2012) — un ámbito controlado, o tamaño dunha poboación de aves, $P(t)$ (en centos), axústase á función

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}, \text{ onde } t \text{ é o tempo transcorrido en anos.}$$

a) ¿A partir de que ano crecerá a poboación $P(t)$? ¿Nalgún ano a poboación é mínima?

b) Determina o valor ao que tende a poboación de aves co paso do tempo.

c) Calcula o intervalo de tempo no que a poboación se mantén entre 5000 e 7500 aves.

53 (setembro 2012) — Nunha empresa a relación entre a produción x (expresada en miles de toneladas) e o custo medio de fabricación $C(x)$ (expresado en miles de euros) é do tipo $C(x) = 2 + x + \frac{9}{x}$, $1 \leq x \leq 10$

a) Calcula a cantidade de produción que minimiza o custo medio de fabricación e o custo medio mínimo.

b) Calcula a cantidade de produción que maximiza o custo medio de fabricación e o custo medio máximo.

c) Se non desexan superar os 12 mil euros de custo medio de fabricación ¿entre que valores deberá estar comprendida a produción?

54 (xuño 2011) — Unha empresa merca diversos artigos de adorno e empaquétaos en caixas para a súa distribución. O custo promedio por caixa (en euros) está dado por $C(x) = 3x - 18 \ln x + \frac{120}{x} + 50$, $x > 0$, sendo x o número de caixas que empaqueta. Determina o número de caixas que deben empaquetar para minimizar o custo promedio por caixa $C(x)$.

55 (setembro 2011) — O dono dun centro de xardinaría cultiva un certo tipo de plantas cun custo fixo de 4,50 euros e un custo variable de 1,20 euros por planta, vendendo cada unidade a 3 euros. Decide ofertalas en lotes de “ x ” plantas de maneira que por cada planta que conteña o lote reduce o seu prezo por unidade en 0,10 euros.

a) Expresa as funcións ingreso, custo e beneficio.

b) ¿Cantas plantas debe conter cada lote para que o beneficio sexa positivo?

c) ¿Cantas plantas debe conter cada lote para obter o máximo beneficio? Nese caso, ¿canto custa cada planta do lote? ¿Canto custa o lote de plantas?

56 (xuño 2010) — Unha empresa fabrica bicicletas e vende cada unidade dun determinado modelo a un prezo $P(x)$ (en euros) que depende do número x de bicicletas dese modelo que teña fabricado. Tal función é $P(x) = 384 - \frac{2x^2}{75}$, $0 < x \leq 60$. Na fabricación das x bicicletas prodúcese un gasto fixo de 100 euros máis un gasto variable de 256 euros por cada bicicleta fabricada.

a) Calcula a función que expresa o beneficio obtido pola empresa na fabricación de x bicicletas.

b) ¿Cantas bicicletas deberá fabricar a empresa para obter o máximo beneficio?

c) Para o número de bicicletas anterior, calcula o gasto, o ingreso e o beneficio máximo.

57 (xuño 2010) — O número N de exemplares vendidos (en miles) dunha revista destinada ao público adolescente é estimado pola función $N(t) = \begin{cases} 3t(10-t) & \text{se } 0 \leq t \leq 8 \\ \frac{624t}{t^2+144} + 24 & \text{se } t > 8 \end{cases}$ onde t é o tempo transcorrido en semanas. Determina: os períodos

nos que aumentan e nos que diminúen as vendas da revista, cando se acada o maior número de vendas e a canto ascenden. ¿A que valor tende o número de vendas co paso do tempo?

58 (setembro 2010) — Unha fábrica produce diariamente un total de 20 artigos de dous modelos diferentes A e B . O custo de produción diario (en euros) vén dado por $C = 6x^3 + 450y - 2500$, sendo x o número de modelos do tipo A e y o número de modelos do tipo B . ¿Cantos modelos de cada tipo debe producir diariamente para minimizar o custo de produción diario? Calcula ese custo de produción mínimo.

59 (xuño 2009) — Un modelo para os custos de almacenamento e envío de materiais para un proceso de manufactura, ven dado pola función $C(x) = 100 \left(100 + 9x + \frac{144}{x} \right)$, $1 \leq x \leq 100$ sendo $C(x)$ o custo total (en euros) de almacenamento e transporte e x a carga (en toneladas) de material.

- Calcula o custo total para unha carga dunha tonelada e para unha carga de 100 toneladas de material.
- ¿Qué cantidade x de toneladas de material producen un custo total mínimo? Xustifica a resposta e calcula dito custo mínimo.
- Se deciden non admitir custos de almacenamento e envío superiores ou iguais a 75000 euros, ¿ata que carga de material poderían mover?

60 (setembro 2009) Unha organización humanitaria planea unha campaña para recadar fondos nunha cidade. Sábese, por experiencias anteriores, que a porcentaxe P de habitantes da cidade que fará un donativo é unha función do número de días t que dure a campaña, estimada por $P(t) = 40(1 - e^{-0,05t})$, $t > 0$.

- ¿Que porcentaxe de habitantes da cidade fará un donativo despois de 10 días de iniciada a campaña? ¿E despois de 20 días?
- Calcula o ritmo de cambio, $P'(t)$, da porcentaxe de doantes con respecto aos días de campaña transcorridos. ¿É a función $P(t)$ crecente ou decrecente?
- Calcula o $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t)$. ¿Supérase nalgún día o 40% de doantes?
- Se a cidade ten 100000 habitantes e se cada doante contribúe con 2 euros, calcula o total que se terá recadado ao cabo de 20 días.

61 (xuño 2008) — Supoñamos que o valor V , en euros, dun produto diminúe ou se deprecia co tempo t , en meses, onde $V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2}$, $t \geq 0$

- Calcular o valor inicial do produto, $V(0)$. ¿A partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros?
- Determinar a velocidade de depreciación do produto, é dicir, $V'(t)$.
- Achar o $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t)$. ¿Hai algún valor por debaixo do cal nunca caerá V ? Xustificar a resposta.

62 (xuño 2008) — O número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día, vén expresado pola

$$\text{función } N(t) = \begin{cases} 1680 + 20t & , \text{ se } 0 \leq t < 8 \\ -10t^2 + 260t + 400 & , \text{ se } 8 \leq t < 16 \\ -10t^2 + 360t - 1200 & , \text{ se } 16 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

a) ¿A que hora do día presenta o aparcamento unha ocupación máxima?, ¿cantos coches hai a esa hora?

b) ¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?

63 (setembro 2008) — A distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a faenar durante un período de 10 días

e o seu porto base ven dada pola función $M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 5 \\ 4(10 - t) & \text{se } 5 < t \leq 10 \end{cases}$ onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

a) ¿Despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto base?, ¿a cantas millas se atopaba?

b) ¿Durante que períodos aumentaba a distancia ao seu porto base? ¿en que períodos diminuíu?

c) ¿A partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base?

64 (setembro 2008) — Unha institución de beneficencia estatal quere determinar cantos analistas debe contratar para o procesamento de solicitudes da seguridade social. Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por: $C(x) = 0,003x^2 - 0,216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$ e $\ln x$ o logaritmo neperiano.

a) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude $C(x)$, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

b) ¿Cal é o custo mínimo que se espera para procesar unha solicitude?

65 (xuño 2007) — Estúdase a evolución mensual do número de socios dunha entidade durante o ano 2005 e obsérvase

que está modelada pola seguinte función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x + a & , \text{ se } 0 \leq x \leq 6 \\ 50 & , \text{ se } 6 < x \leq 8 \\ 50 + (x - 8)(x - 12) & , \text{ se } 8 < x \leq 12 \end{cases}$ onde x é o tempo en meses.

a) Se inicialmente a entidade se fundou con 50 socios, determinar o valor de a .

b) Determinar en que mes o número de socios foi máximo e en que mes o número de socios foi mínimo.

c) Se para cubrir gastos a entidade necesitaba máis de 47 socios, ¿en que meses tivo perdas?

66 (setembro 2007) O rendemento dos traballadores dunha factoría (valorado nunha escala de 0 a 100) durante unha

xornada de 8 horas, vén dado pola función: $r(t) = \begin{cases} -10t^2 + 60t & , \text{ se } 0 \leq t < 4 \\ 80 & , \text{ se } 4 \leq t < 6 \\ 170 - 15t & , \text{ se } 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$ sendo t o tempo en horas.

a) Determinar os intervalos de crecemento e decrecemento. ¿Cal é o rendemento máximo?

b) ¿En que instantes da súa xornada laboral o rendemento se sitúa na metade da escala?

67 (setembro 2007) — Unha empresa estimou que o custo (en euros) de producir diariamente x unidades dun determinado produto vén dado pola función $C(x) = 2400 + 26x$, e que o ingreso diario (en euros) que obtén vendendo estas x unidades vén dado pola función $I(x) = 150x - x^2$

a) Calcular a función $B(x)$ que expresa os beneficios (ingresos menos custos) diarios obtidos. ¿Entre que valores deberá estar comprendido o número de unidades producidas diariamente para que a empresa non teña perdas?

b) Achar o número de unidades que ten que producir diariamente para que o beneficio sexa máximo. ¿A canto ascende o devandito beneficio?

68 (setembro 2006) A cantidade de auga (en hm^3) dun encoro durante o último ano vén dada pola función

$$C(t) = \frac{210000}{(2t-k)^2+6}, 0 \leq t \leq 12 \text{ onde } t \text{ é o tempo transcorrido en meses.}$$

a) Determina o valor de k tendo en conta que a cantidade máxima de auga acadouna ó cuarto mes.

b) Para o valor de $k = 8$, determinar os períodos nos que a cantidade de auga aumentou e nos que diminuíu. ¿A partir de que mes a cantidade de auga foi inferior a 1400 hm^3 ?

69 (setembro 2006) — Un vendedor de pólizas de seguros ten un soldo fixo mensual de 1000 euros, máis unha comisión que ven dada pola función $17x - 0,0025x^3$, onde x representa o número de pólizas vendidas. Se o vendedor ten mensualmente un gasto xeral de 200 euros, máis outro de 5 euros por póliza contratada, calcular o número de pólizas que debe contratar mensualmente para que a súa ganancia sexa máxima, ¿a canto ascende dita ganancia?

70 (xuño 2006) — Nun hospital o número N de persoas afectadas por unha certa infección vírica, despois de t semanas, vén dado pola función $N(t) = \frac{350t}{2t^2+kt+8}$ sendo $t \geq 0$

a) Sábese que o número de persoas afectadas ó cabo de 1 semana foi 50, calcúlese o valor de k .

b) Para o valor de $k = -3$, calcular o máximo de persoas afectadas e a semana en que ocorre, ¿a partir de que momento, despois de acadar o valor máximo, o número de persoas afectadas é menor que 25?

71 (xuño 2005) — O número de vehículos que pasaron certo día pola peaxe dunha autoestrada ven representado pola

$$\text{función } N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2 & \text{se } 0 \leq t \leq 9 \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2 & \text{se } 9 < t \leq 24 \end{cases} \quad \text{onde } N \text{ indica o número de vehículos e } t \text{ representa o tempo transcorrido (en}$$

horas) dende as 0:00 horas.

a) Entre que horas aumentou o número de vehículos que pasaban pola peaxe? Entre que horas diminuíu?

b) A que hora pasou o maior número de vehículos? ¿Cantos foron?

72 (xuño 2004) — A función de custo total de produción de x unidades dun determinado produto é $C(x) = \frac{x^3}{100} + 8x + 20$

a) Defínese a función de custo medio por unidade como $Q(x) = \frac{C(x)}{x}$, ¿cantas unidades x_0 é necesario producir para que sexa mínimo o custo medio por unidade?

b) Que relación existe entre $Q(x_0)$ e $C'(x_0)$?

73 (xuño 2004) — Unha enfermidade propágase de tal xeito que, despois de t semanas afectou a $N(t)$ centos de persoas,

$$\text{onde } N(t) = \begin{cases} 5 - t^2(t-6) & \text{para } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{-5}{4}(t-10) & \text{para } 6 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) Estudar o crecemento e decrecemento de $N(t)$. Calcular o máximo de persoas afectadas e a semana na que se presenta ese máximo. Calcular tamén a semana na que se presenta o punto de inflexión no número de persoas afectadas.

b) A partir de que semana a enfermidade afecta a 250 persoas como máximo?

74 (setembro 2004) — Os beneficios (en millóns de euros por ano) estimados para unha empresa axústanse á seguinte función $B(x) = \frac{5x}{x^2+4}$, $x \geq 0$ onde B representa os beneficios da empresa e x os anos transcorridos desde o momento da súa constitución ($x=0$).

a) Determinar os intervalos de crecemento e decrecemento de $B(x)$. Que información nos dan sobre a evolución dos beneficios ó longo do tempo?

b) Ó cabo de canto tempo obtén a empresa o máximo beneficio? Cal é este beneficio máximo?

75 (setembro 2003) — A produción y , en kg, dunha certa colleita agrícola, depende da cantidade de nitróxeno x , con que abonemos a terra (nas unidades apropiadas), segundo a función $y = \frac{1000x}{1+x^2}$, sendo $x > 0$

a) Estudar o crecemento e decrecemento da función. Calcular a produción máxima.

b) Se é rendible que a produción estea entre 400 kg e 500 kg (ambos incluídos), ¿que cantidade de nitróxeno necesitaríamos?

76 (xuño 2002) — Dada a parábola $f(x) = x^2 + bx + c$, calcular b e c se pasa polo punto $(0, 2)$ e ten un mínimo en $x = 1$.

77 (xuño 2002) — Unha empresa fabrica diariamente x toneladas do produto químico A ($0 < x < 4$) e y toneladas do produto químico B: a relación entre x e y ven dada por $y = \frac{24-6x}{5-x}$. Os beneficios obtidos con A son de 2000 euros por tonelada e con B son de 3000 por tonelada. ¿Cantas toneladas de A deben producirse diariamente para maximizar os beneficios?

78 (xuño 2001) — A temperatura (en graos centígrados) dun trozo de metal sumerxido nunha solución durante 9 horas ven dada por $T(t) = -10 + \frac{20}{1+t}$, $0 \leq t \leq 9$. Pídese:

a) Temperatura inicial do metal

b) A temperatura, ¿aumenta ou diminúe co paso do tempo? Xustifíquese a resposta.

c) ¿Durante canto tempo a temperatura do metal supera os cero graos?

3 - Crecemento, decrecemento, extremos absolutos e relativos, curvatura e puntos de inflexión

79 Estuda os intervalos de crecemento e decrecemento das seguintes funcións e di cales son os seus máximos e mínimos:

a) $f(x) = e^x(x^2 - 3x + 1)$

b) $f(x) = \frac{8}{x^2(x-3)}$

80 Sexa $f(x) = e^x(2x - 1)$. Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento e a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto de abscisa $x = 0$.

81 Estuda a curvatura e os puntos de inflexión das seguintes funcións:

a) $f(x) = x^3 + 3x^2$

b) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

82 Calcula o dominio e os intervalos de crecemento e decrecemento da función $g(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$

83 Dada $f(x) = x^3 - 9x$, calcula para $f(x)$: puntos de corte cos eixes, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, intervalos de concavidade e convexidade e puntos de inflexión.

84 Calcula, para $f(x) = (x+1)e^{-x}$: intervalos de crecemento e decrecemento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidade e convexidade.

85 Determina os valores de a , b , c , d para que a función $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ teña un máximo relativo no punto $(0, 4)$ e un mínimo relativo no punto $(2, 0)$.

- 86** Calcula os valores de a e b para que a función $f(x)=ax^2+bx\ln x$ teña un punto de inflexión no punto $(1,2)$. Para estes valores de a e b , calcula o dominio e os intervalos de concavidade e convexidade de $f(x)$.
- 87** Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x)=2x^3-6x^2+1$ no seu punto de inflexión
- 88** Dada a parábola $f(x)=ax^2+bx+c$, determine os valores de a , b e c sabendo que f ten un máximo no punto de abscisa $x=-\frac{1}{2}$ e a recta tanxente a f no punto $(1,3)$ é $y=-3x+6$.
- 89** Dada $g(x)=ax^4+bx+c$, calcula os valores de a , b , c para que $g(x)$ teña no punto $(1, -1)$ un mínimo relativo e a recta tanxente á gráfica de $g(x)$, en $x = 0$, sexa paralela á recta $y=4x$

4 - Problemas de optimización

- 90** Calcula os extremos relativos da función $f(x)=x^4-8x^2+1$. Calcula tamén o máximo absoluto e o mínimo absoluto desta función no intervalo $[-3,3]$
- 91** Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada cuya capacidad sea 8 dm^3 . Averigua las dimensiones de la caja para que su superficie exterior sea mínima.
- 92** Halla la base y la altura de una cartulina rectangular de perímetro 60 cm que, al dar la vuelta completa alrededor de un lado vertical, genere un cilindro de volumen máximo.
- 93** (**setembro 2001**) Un rectángulo, de perímetro 60 , xira entorno a un dos seus lados. Calcular qué dimensións do rectángulo fan que o cilindro xerado teña o máximo volume posible.
- 94** (**xuño 2005**) Quérese fabricar unha caixa de madeira sen tapa cunha capacidade de 2 m^3 . Por razóns de porte no transporte da mesma, a lonxitude da caixa ten que ser o dobre cá anchura. Ademais, a madeira para construír a base da caixa custa 12 euros por metro cadrado, mentres que a madeira para construír as caras laterais custa 8 euros por metro cadrado. Achar as dimensións da caixa para que o custo sexa mínimo. Calcular dito custo mínimo.
- 95** (**setembro 2005**) Quérese cercar un campo rectangular que linda cun camiño por un dos seus lados. Se a cerca do lado do camiño custa 6 €/m e a dos outros lados 2 €/m , achar as dimensións do campo de área máxima que pode cercarse con 2560 € .
- 96** Descompón o número 40 en dous sumandos tales que o produto do cubo dun deles polo cadrado do outro sexa máximo. ¿Canto vale ese produto?
- 97** Queremos dividir un fío metálico de 70 metros de lonxitude en tres partes de maneira que unha delas teña dobre lonxitude que outra e ademais que ao construír con cada parte un cadrado, a suma das áreas dos tres cadrados sexa mínima. Calcula a lonxitude de cada parte.
- 98** Queremos escribir un texto que ocupa 96 cm^3 deixando 2 cm en cada margen lateral de la hoja en la que está escrito y 3 cm de margen arriba y abajo. Calcula las dimensiones de la hoja más pequeña posible que se puede usar.

5 - Problemas de ABAU/PAU de outras comunidades

- 99** (**Madrid 2024 Ord – P2**) — (2 puntos) Sea $f(x)$ una función real de variable real cuya derivada viene dada por la siguiente expresión: $f'(x)=x^2+x-2$
- a) Obtenga la expresión de la función $f(x)$ sabiendo que pasa por el punto $(0, 2)$.
- b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, clasificando sus extremos relativos, si procede.