

CÁLCULO INTEGRAL

Objetivos:

1. Regla de Barrow. Aplicaciones.
2. Dibujar regiones planas limitadas por rectas y curvas sencillas o por dos curvas sencillas y calcular su área.

EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD GALICIA

1. Xuño 2002

Dibuje la gráfica de $f(x) = |x^2 - 4|$ en el intervalo $[-3, 3]$ y calcule su integral en ese intervalo.

2. Setembro 2002

Calcule el número positivo γ tal que el valor del área de la región limitada por la recta $y = \gamma$ y la parábola $y = (x - 2)^2$ sea 36.

3. Setembro 2003

Determine el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^2 + x + 5$, el eje OX y las rectas $x = -1/2$ e $y = x + 6$.

4. Xuño 2004

Demuestre que la función dada por $f(x) = \frac{4}{x^2 + x - 2}$ es estrictamente positiva en $[2, +\infty)$ y calcule el área de la región determinada por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas $x = 2$ y $x = 3$.

5. Xuño 2006

Calcula el valor de m , para que el área del recinto limitado por la recta $y = mx$ y la curva $y = x^3$ sea 2 unidades cuadradas.

6. Setembro 2006

Calcula el área del recinto limitado por la recta $y = 2 - x$ y la curva $y = x^2$.

7. Xuño 2007

Calcula el área de la región limitada por el eje OX y la curva $f(x) = x^3 - 9x$.

8. Setembro 2007

Dada la función $g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -\sqrt{2} \\ -x^2 + 2 & \text{si } x > -\sqrt{2} \end{cases}$

Calcula el área de la región del plano limitada por las gráficas de $g(x)$ y $h(x) = |x|$.

9. Xuño 2008

Calcula el área del recinto limitado por las parábolas $y = x^2 - 4x$ e $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

10. Xuño 2009

Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de $g(x) = 2x^3 - 3x^2$ y la recta $y = 2x$.

11. Setembro 2009

Calcula el área del recinto limitado por el eje OX y la parábola $y = \frac{1}{4}x^2 - x$.

12. Xuño 2010

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la recta $x + y = 7$ y la gráfica $y = x^2 + 5$.

13. Setembro 2010

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de $y = -x^2 + 1$ y las rectas tangentes a esta parábola en los puntos de corte de la parábola con el eje OX.

14. Xuño 2011

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola $f(x) = x^2 - 2x + 1$, su recta tangente en el punto (3,4) y el eje OX.

15. Setembro 2011

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola $y = -3x^2 + 3$ y la recta $y = -9$.

16. Xuño 2012

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = 3x - x^2$ y su recta normal en el punto (3,0).

17. Setembro 2012

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = -x^2 + 2x + 3$, la recta tangente en el punto donde la parábola tiene un extremo y la tangente a la parábola en el punto en el que la tangente es paralela a la recta $y = 4x$.

18. Xuño 2013

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ y la bisectriz del primer cuadrante.

19. Setembro 2013

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola $f(x) = -x^2 + 9x$, y las rectas $y = 20$; $x - y + 15 = 0$.

20. Xuño 2014

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola $f(x) = -x^2$ y la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto correspondiente a $x = 1$.

21. Setembro 2015

Dibuja y calcula el área de la región limitada por las gráficas de la parábola $f(x) = 4x - x^2$ y las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ en los puntos correspondientes a $x = 0$ y $x = 2$.

22. Xuño 2016

Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{si } x < 1 \\ 3(x - 2)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Para $a = 1$, calcula el área de la región limitada por la gráfica de $f(x)$ y el eje OX.

23. Setembro 2016

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola $y = x(x - 2)$, el eje de abscisas y la recta $y = x$.

24. Xuño 2018

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = x^2 - 4x$ y la recta $y = x - 4$.

25. Setembro 2018

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = x^2 - 2x$ y la recta $y = x$.

26. Xuño 2019

b) Calcula el área de la región limitada por el eje X, la recta $x = 4$ y la gráfica

$$\text{de } f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e] \\ \frac{x}{e} & \text{si } x \in (e, \infty) \end{cases}.$$

27. Xullo 2020

a) Calcule el área de la región encerrada por el eje X y la gráfica de

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + 1 & \text{si } x < 0 \\ (x - 1)^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

28. Xuño 2021

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 - x - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$, calcule el área de la región encerrada por la gráfica de f y las rectas $y = 4x - 7$ e $y = 1$.

29. Xullo 2021

Calcule el área de la región encerrada por las gráficas siguientes:

$$f(x) = x + 6 \quad y \quad g(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

30. Xuño 2023

Dibuje y calcule el área de la región determinada por las desigualdades

$$x \geq 1, \quad y \leq x \quad e \quad y \geq x \ln x.$$

31. Xullo 2024

Determine el valor del número positivo “a” que hace que el área de la región encerrada por la recta $y = -2x$ y la parábola $y = ax^2 + 4x$ sea igual a 9 unidades cuadradas.