

NOME:

TEMA 3

- 1 [Madrid 2021 Extraordinaria B5] O 30 % dos individuos dunha poboación teñen una titulación universitaria.
Escollese unha mostra ao azar de 120 individuos.
- a) Cal é a distribución que segue a proporción de individuos con titulación universitaria da mostra?
Distribución normal de media 0,30 y desviación típica 0,0418.
- b) Calcula a probabilidade de que máis do 35 % dos individuos da mostra sexan titulados universitarios.
 $P(\hat{p} > 0,35) = 0,1151$
- 2 [Madrid 2021 Extraordinaria A5] O peso dos ovos producidos nunha granxa avícola pódese aproximar por unha variable aleatoria de distribución normal de media $\mu = 59$ gramos e desviación típica $\sigma = 8$ gramos. Tómase unha mostra aleatoria simple de 10 ovos.
- a) Cal é a distribución que segue o peso dos ovos da mostra?
- b) Calcula a probabilidade de que a media mostral estea comprendida entre 57 e 61 gramos.

TEMA 4

- 3 (BIS Andalucía 2022 Ordinaria E8) Quérese estudar a proporción de cans que están vacinados en Galicia. Para iso, tómase unha mostra aleatoria de 400 cans dos que 320 resultan estar vacinados.
- a) (1.5 puntos) Obtén un intervalo cun nivel de confianza do 92% para estimar a proporción de cans vacinados en Galicia e calcula o erro máximo cometido.
- b) (1 punto) Nunha nova mostra, mantendo o mesmo nivel de confianza e a mesma proporción mostral, cantos cans, como mínimo, hai que elixir para que o erro sexa menor que 0,02?
- 4 [Galicia xuño 2005] O peso dos alumnos de bacharelato dunha certa cidade ten unha media μ descoñecida e unha desviación típica $\sigma = 5,4$ kg. Tomamos unha mostra aleatoria de 100 alumnos de bacharelato desa cidade,
- a) se a media da mostra é de 60 kg, calcular cun nivel de confianza do 99%, o intervalo de confianza para o peso medio μ de todos os alumnos de bacharelato da cidade,
- b) faise a seguinte afirmación: “o peso medio dos alumnos de bacharelato desa cidade está comprendido entre 59 e 61 kg”, ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

① a) $P = \text{"proporção de indivíduos com tit. univ."}$ $[0,5p]$
 $P = 0,30$; tomamos uma mostra de $n = 120$ indiv. $[0,5p]$
 $\hat{p} \sim N\left(0,30; \sqrt{\frac{0,30 \cdot 0,70}{120}}\right) = N(0,30; 0,0418)$ $[1p]$

b) $P(\hat{p} > 0,35) = P\left(z > \frac{0,35 - 0,30}{0,0418}\right) = P(z > 1,195) =$ $[0,75]$
 $= 1 - P(z < 1,20) = 1 - 0,8849 = 0,1151$ $[0,5]$

② a) $X = \text{"peso dos ovos da grauxa"} ; X \sim N(59; 8)$ $[0,5p]$
 Tomamos uma mostra de $n = 10$ ovos
 Logo $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N(59; 2,53)$ $[1p]$

b) $P(57 < \bar{X} < 61) = P\left(\frac{57 - 59}{2,53} \leq z \leq \frac{61 - 59}{2,53}\right) =$ $[0,75p]$
 $= P(-0,79 < z < 0,79) = P(z < 0,79) - P(z < -0,79) =$ $[0,5p]$
 $= 0,7852 - [1 - 0,7852] = 0,5704$ $[0,5p]$

③ a) $P = \text{"proporção de caus vacinados"}$
 $\hat{p} = \frac{320}{400} = 0,8$ com $n = 400$ caus

$$I_{92\%} = \left(\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \right)$$

Como $1 - \alpha = 0,92 \Rightarrow \alpha = 0,08 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,96 \Rightarrow$ $[0,25p]$
 $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 0,96 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,75$ $[0,5p]$

Então $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} = 1,75 \cdot \sqrt{\frac{0,8 \cdot 0,2}{400}} = 1,75 \cdot 0,02 = 0,035$ $[0,25p]$

Logo $I_{92\%} = (0,8 \pm 0,035) = (0,765; 0,835)$ $[0,5p]$

b) c) n para que $E < 0,02$?

Como $E = 1,75 \cdot \sqrt{\frac{0,8 \cdot 0,2}{n}} < 0,02 \Rightarrow 1,75 \cdot \frac{0,4}{\sqrt{n}} < 0,02 \Rightarrow$ $[0,5p]$

$\sqrt{n} > 35 \Rightarrow n > 1225$ $[0,5p]$

Logo n deve ser maior ou igual a 1226 $[0,5p]$

④ $[2,5_p]$ a) $\left\{ \begin{array}{l} X = \text{"peso do aluno de Bach em kg"}; [0,25_p] \\ 0,5_p \quad X \sim N(\mu; 5,4) \end{array} \right.$ Tomamos uma amostra de $n=100$ alunos

$$\bar{X} = 60;$$

$$0,75_p \left\{ \begin{array}{l} \text{Como } 1-\alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow 1-\alpha/2 = 0,995 \Rightarrow [0,25_p] \\ P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 0,995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,575 [0,25_p] \end{array} \right.$$

$$0,75_p \left\{ \text{Logo } E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,575 \cdot \frac{5,4}{\sqrt{100}} = 2,575 \cdot 0,54 = 1,3905 [0,25_p] \right.$$

$$0,5_p \left\{ \text{Por tanto } I_{99\%} = (\bar{X} \pm E) = (58,61; 61,39) \right.$$

$$[2,5_p] \text{ b) } 0,5_p \left\{ \text{Se } I = (59,61) \Rightarrow \bar{X} = 60 \text{ e } E = 1 [0,25_p] \right.$$

$$0,5_p \left\{ \text{Como } E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{5,4}{\sqrt{100}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{1}{0,54} = 1,85 [0,25_p] \right.$$

$$1,25_p \left\{ \begin{array}{l} \text{Logo } P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2 \Rightarrow P(Z \leq 1,85) = 0,9678 = 1-\alpha/2 \\ \Rightarrow \alpha/2 = 0,0322 \Rightarrow \alpha = 0,0644 [0,25_p] \Rightarrow 1-\alpha = 0,9356 [0,25_p] \end{array} \right.$$

$$0,25_p \left\{ \text{Logo o nível de confiança é de } 93,56\% \right.$$