

Problemas de ABAU/PAU de Galicia [2010-2001] e de outras comunidades

31 (Xuño 2010) – Unha empresa de transportes ten que trasladar bloques de granito dende unha canteira a un serradoiro de pedra. Para iso dispón dun máximo de 8 camións de tipo A e un máximo de 12 camións de tipo B. Cada camiión de tipo A necesita un operario e pode transportar 24 toneladas de granito cun gasto de 150 euros, mentres que cada camiión de tipo B necesita dous operarios e pode transportar 12 toneladas de granito cun gasto de 300 euros. Sábese que se necesitarán un mínimo de 15 operarios, que se transportarán un mínimo de 108 toneladas de granito e que o número de camiións de tipo A utilizados non será superior ao número de camiións de tipo B.

a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

b) Calcula tódalas posibilidades que ten a empresa de distribuír os camiións para minimizar o gasto

32 (Setembro 2010) – Unha pequena empresa desexa contratar traballadores de dúas categorías laborais: I e II. Pretende que o número total de traballadores contratados non sexa inferior a 9 nin superior a 12 e, ademais, o número de traballadores da categoría I non poderá ser inferior ao dobre de traballadores da categoría II. O custo laboral dun traballador da categoría I está estimado en 1400 euros ao mes e o dun da categoría II en 1100 euros ao mes.

a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

b) Calcula o número de traballadores de cada categoría laboral que a empresa debe contratar para minimizar os custos laborais mensuais.

33 (Xuño 2009) – Unha compañía química diseña dous posibles tipos de cámaras de reacción que incluírán nunha planta para producir dous tipos de polímeros P1 e P2. A planta debe ter unha capacidade de produción de, polo menos 100 unidades de P1 e polo menos 420 unidades de P2 cada día. Cada cámara de tipo A custa 600.000 euros e é capaz de producir 10 unidades de P1 e 20 unidades de P2 por día; a cámara de tipo B é un deseño máis económico, custa 300.000 euros e é capaz de producir 4 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por día. Debido ao proceso de deseño, é necesario ter polo menos 4 cámaras de cada tipo na planta. ¿Cantas cámaras de cada tipo deben incluírse para minimizar o custo e aínda así satisfacer o programa de produción requerido? Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

34 (Setembro 2009) – Un oleiro elabora dous tipos de pezas: porróns e olas, en cantidades reducidas. Sabe que non pode producir máis de 8 pezas diarias nin tampouco máis de 4 olas diarias. Tamén, por motivos de produción, desexa que o número de porróns non supere ao número de olas en máis de dúas pezas. Se obtén un beneficio de 6 euros por cada porrón e de 4 euros por cada ola, ¿cantas pezas de cada tipo deberá elaborar cada día para obter un beneficio máximo?, ¿cal será este beneficio? Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

35 (Xuño 2008) – Un proxecto de xardinaría pode levarse a cabo por dous grupos diferentes dunha mesma empresa: G1 e G2. Trátase de axardinar tres zonas: A, B e C. Na seguinte táboa recóllese o número de unidades que pode axardinar cada grupo en cada zona durante unha semana:

	<i>Zona A</i>	<i>Zona B</i>	<i>Zona C</i>
<i>Grupo G1</i>	4	10	7
<i>Grupo G2</i>	10	5	7

Necesítase axardinar un mínimo de 40 unidades na zona A, 50 unidades na zona B e 49 unidades na zona C, estimándose o custo semanal en 3300 euros para o grupo G1 e en 4000 euros para o grupo G2. ¿Cantas semanas deberá traballar cada grupo para finalizar o proxecto co mínimo custo? Expresar a función obxectivo e as restricións do problema. Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

36 (Setembro 2008) – Un fabricante produce dous modelos diferentes M1 e M2 dun mesmo artigo e sabe que pode vender tantos como produza. O modelo M1 require diariamente 25 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 68 minutos de rematado, xerando un beneficio de 30 euros por modelo. O modelo M2 precisa diariamente 75 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 34 minutos de rematado, xerando un beneficio de 40 euros por modelo. Cada día dispónse dun máximo de 450 minutos de corte, 480 minutos de ensamblaxe e 476 minutos de rematado.

- Formular o sistema de inecuacións asociado ao enunciado.
- Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
- ¿Cantos artigos de cada modelo debe fabricar diariamente para maximizar o beneficio? ¿a canto ascende o devandito beneficio?

37 (Xuño 2007) – Mario's Pizza é un produtor de pizzas conxeladas de dous tipos A e B. Obtén un beneficio de 1 euro por cada pizza A que produza e de 1'50 euros por cada pizza de tipo B. Cada pizza inclúe una combinación de pasta de fariña e de mestura de recheo, segundo se indica no seguinte cadro:

	<i>Pasta de fariña</i>	<i>Mestura de recheo</i>	<i>Beneficio</i>
<i>Pizza a</i>	1/2 kg	1/8 kg	1 €
<i>Pizza b</i>	1/2 kg	1/4 kg	1'5 €

Nun día calquera, dispónse dun máximo de 75 kg de pasta de fariña e de 25 kg de mestura de recheo e con base á demanda no pasado, Mario's debe vender diariamente polo menos 50 pizzas tipo A e polo menos 25 pizzas tipo B.

- Formular o sistema de inecuacións, representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
- ¿Cantas pizzas A e B deberá fabricar diariamente para maximizar os beneficios? Calcular os devanditos beneficios.

38 (Setembro 2007) — Sexa o sistema de inecuacións seguinte: $-x+6y \geq 12$; $x+2y \leq 20$; $3x+2y \geq 24$

a) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

b) ¿En que punto desa rexión alcanza o valor máximo a función $f(x,y)=4x+y$?

39 (Xuño 2006) — Un granxeiro dispón dun máximo de 45 hectáreas nas que quere sementar dous tipos de cultivo A e B, esperando obter un beneficio de 120 € por hectárea de A e 180 € por hectárea de B. Calcula que vai ter como máximo 600 horas de traballo dispoñibles durante a estación de sementeira e que vai precisar de 10 horas por hectárea de A e 40 horas por hectárea de B. Ademais, o tipo de cultivo esixe que as hectáreas dedicadas ó cultivo tipo B non superen ás do tipo A.

a) Formular o sistema de inecuacións asociado ó enunciado.

b) Debuxar a rexión factible e calcular os seus vértices.

c) ¿Cantas hectáreas debe sementar de cada tipo de cultivo para maximizar o beneficio? Calcular dito beneficio máximo.

40 (Setembro 2006) — Unha explotación madeireira dedicada á plantación e recolección de piñeiros e eucaliptos decide repoboar un dos seus montes. Segundo un estudo dos técnicos, para que sexa rendible a explotación hanse de plantar entre 2 e 15 hectáreas de piñeiros e entre 6 e 25 hectáreas de eucaliptos. Ademais, o custo por hectárea de piñeiros é de 500 euros e o custo por hectárea de eucaliptos é de 300 euros, contando cun presuposto máximo de 12000 euros para a explotación en proxecto. Trala colleita da madeira os ingresos obtidos son de 2200 euros por cada hectárea de piñeiros e de 1500 euros por cada hectárea de eucaliptos.

¿Cantas hectáreas de piñeiros e de eucaliptos se deberían repoboar para obter o máximo beneficio? ¿a canto ascende dito beneficio?

a) Exprésense a función obxectivo e as restricións do problema.

b) Representése graficamente a rexión factible e calcúlense os vértices da mesma.

c) Resólvase o problema.

41 (Xuño 2005) — Unha empresa fabrica dous tipos de televisores (T21 e T14) de 21 e 14 polgadas, a un custo por televisor de 100 e 50 euros, respectivamente. Sábese que o número de televisores T21 fabricados diariamente non supera en 4 unidades ós T14, e que entrambos non se superan diariamente os 30 televisores. Tamén se sabe que o proceso produtivo non permite fabricar diariamente menos de 2 televisores T21 nin menos de 5 televisores T14.

a) Formular o sistema de inecuacións asociado ó enunciado.

b) Debuxar a rexión factible e calcular os seus vértices.

c) Calcular cantos televisores T21 e T14 maximizan e cantos minimizan o custo de produción diaria.

42 (Setembro 2005) — Un centro comercial vende dous modelos de teléfono móbil, o X e o Y. Os seus empregados utilizan 3 horas de tempo de vendas por cada teléfono do modelo X vendido e 5 horas de tempo de vendas por cada teléfono Y vendido, dispoñendo dun máximo de 600 horas de venda para o

seguinte período dun mes. Ademais, nese mes, deben vender como mínimo 25 teléfonos do modelo X, e o número de teléfonos que vendan do modelo Y terá que ser maior ou igual que o de teléfonos X.

A empresa obtén un beneficio de 40 € por cada modelo X vendido e de 50 € por cada modelo Y vendido,

- a) Formular o sistema de inecuacións asociado ó enunciado.
- b) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
- c) ¿Cantos teléfonos de cada modelo se deberían vender durante o seguinte período dun mes para maximizar os beneficios? ¿A canto ascenderían ditos beneficios?

43 (Xuño 2004) – Un concesionario de coches comercializa dous modelos de automóbiles: un de gama alta, có que gaña 1000 euros por unidade vendida e o outro de gama baixa cuns beneficios por unidade vendida de 600 euros. Por razóns de mercado, a venda anual destes modelos está suxeita ás seguintes restricións:

- O número de modelos de gama alta vendidos non será menor de 50 nin maior de 150 coches.
- O número de modelos de gama baixa vendidos terá que ser maior ou igual ó de modelos de gama alta vendidos.
- O concesionario pode vender ata un máximo de 500 automóbiles dos dous modelos ó ano.

- a) Formular as restricións e representar graficamente a rexión factible.
- b) ¿Cantos automóbiles de cada modelo debe vender anualmente co fin de maximizar os beneficios?

44 (Setembro 2004) – Nunha emisora de radio detectouse que un programa A que dedica 20 minutos a información xeral e 20 minutos a música, capta un total de 30.000 oíntes, mentres que un programa B que dedica 30 minutos a información xeral e 10 minutos a música capta 20.000 oíntes.

Nun determinado período, decídese dedicar un máximo de 300 minutos a información xeral e 140 minutos a música. Se se desexa que o número de oíntes sexa máximo, ¿cantas veces deberá emitirse cada un dos programas A e B nese período? Representar graficamente a rexión factible.

45 (Xuño 2003) – Un empresario fabrica dous produtos A e B. A fabricación dun kilogramo de A necesita 4 horas de traballo e un gasto de 60 euros en material, obténdose un beneficio de 45 euros. A fabricación dun kilogramo de B necesita 8 horas de traballo e un gasto de 48 euros en material, obténdose un beneficio de 33 euros. Cada semana o empresario dispón de 200 horas de traballo. Ademais, asinou un contrato que o obriga a fabricar un mínimo de 15 kg de A e 10 kg de B. Se non pode gastar máis de 1920 euros en material, ¿cantos kilogramos por semana debe fabricar de cada produto para obter o máximo beneficio posible?

46 (Setembro 2003) – Deséxase investir 3000 euros en dous tipos de accións A e B. O tipo A ten bastante risco, cun interese anual do 10% e o tipo B é bastante segura, cun interese anual do 7%. Decídese investir como máximo 1800 euros en A e como mínimo 600 euros en B e ademais, investir en A tanto ou máis que en B. ¿Cal debe ser a distribución do investimento para obter o máximo interese anual?

47 (Xuño 2002) – Representa o recinto que cumpre as restricións: $0 \leq y, 0 \leq x \leq 10, x \leq y, y - 2x \leq 6, 3x + 4y \geq 24$. Maximiza a función $F(x, y) = x + y + 1$ coas restricións anteriores.

48 (Xuño 2001) — Os alumnos dun colexio teñen 120 camisetas, 110 panos e 70 gorros. Co fin de obter diñeiro para a viaxe de fin de curso, vanos poñer á venda en dous paquetes distintos: polo primeiro (dúas camisetas, un pano e un gorro) cobrarán 600 pesetas; e polo segundo (unha camiseta, dous panos e un gorro) 700 pesetas. ¿Cantos paquetes de cada tipo deberán vender para obter o máximo beneficio?

49 (Setembro 2001) — Debuxa a rexión determinada polas inecuacións $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6, 2x + y \leq 10, x + y \geq 3$ e maximiza a función $z = 4x + 3y$ sometida ás restricións dadas por estas inecuacións.

Problemas de ABAU/PAU de outras comunidades [2021-2001]

50 (Cantabria 2020 Ordinaria P1) Una empresa del sector alimentario lanza al mercado dos nuevas bebidas, A y B, compuestas de zumos de frutas combinados. La composición de cada litro de bebida es la siguiente:

	Zumo de piña	Zumo de mango	Zumo de papaya
A	0,5 litros	0,5 litros	
B	0,4 litros		0,6 litros

El precio de venta fijado es de 1,5 euros por litro de A y de 1,75 euros por litro de B.

Semanalmente se cuenta con 20 000 litros de zumo de piña, con 15 000 de zumo de mango y con 15 000 de zumo de papaya.

Determinar los litros que deben producirse semanalmente de cada bebida para obtener unos ingresos semanales máximos. ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

51 (Asturias 2020 Extraordinaria P1B) — Una empresa puede contratar trabajadores de tipo A y trabajadores de tipo B en una nueva factoría. Por convenio, es necesario que haya mayor o igual número de trabajadores de tipo A que de tipo B y que el número de trabajadores de tipo A no supere al doble del número de trabajadores de tipo B. En total la empresa puede contratar un máximo de 30 trabajadores de tipo A y de 40 de tipo B.

a) ¿Cuántos trabajadores de cada tipo se pueden contratar en la empresa, de forma que se satisfagan todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.

¿Podría contratarse a 20 trabajadores de tipo A y 15 de tipo B?

b) Si el beneficio diario esperado para la empresa por cada trabajador de tipo A es de 240 euros y por cada trabajador de tipo B es de 200 euros, ¿cuántos trabajadores de cada tipo se deben contratar para maximizar el beneficio diario? ¿a cuánto asciende dicho beneficio máximo?

52 (Madrid 2020 Ordinaria PA2) — Un vivero elabora dos tipos de sustratos. Para elaborar 1 m³ del tipo A necesita 60 kg de tierra vegetal y 30 horas de trabajo. Para elaborar 1 m³ del tipo B necesita 50 kg de tierra vegetal y 50 horas de trabajo. El vivero dispone como máximo de 21000 kg de tierra vegetal y 15000 horas de trabajo. Además, la cantidad de metros cúbicos que elabora de tipo A debe ser como mucho cinco veces la cantidad de tipo B. Por la venta de cada metro cúbico de tipo A obtiene un beneficio de 50 e y 60 e por cada metro cúbico de tipo B.

a) Represente la región del plano determinada por las restricciones anteriores y determine las coordenadas de sus vértices.

b) Determine cuántos metros cúbicos de cada tipo deben elaborarse para, respetando las restricciones anteriores, maximizar el beneficio. Obtenga el valor del beneficio máximo.

53 (Madrid 2020 Extraordinaria PB1) — La región del plano S está definida por las siguientes expresiones:

$$x \geq 3, \quad 0 \leq y \leq 15, \quad y - 5 + \frac{x}{2} \geq 0, \quad y - x \leq 10, \quad y + 20 \geq 2x$$

a) Determine las coordenadas de sus vértices y represente en el plano la región S .

b) Obtenga el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x, y) = x + y$ en esta región, indicando los puntos en los cuales se alcanzan estos valores.

54 Unha tenda de electrodomésticos desexa adquirir, para a súa venda posterior, dous tipos de cociñas: vitrocerámicas e de indución, dispoñendo para iso de 3000 euros. Cada cociña vitrocerámica cóstalle 100 euros e cada cociña de indución 200 euros. O almacén só ten espazo para un total de 20 cociñas. O beneficio obtido por cada vitrocerámica é do 30 % do seu prezo de custo e o beneficio de cada cociña de indución é do 25 % tamén sobre o seu prezo de custo. Ademais, por razóns de mercado o número de cociñas de indución non pode ser superior a 12. Cantas cociñas de cada tipo debe comprar para obter o máximo beneficio? Cal é o valor do devandito beneficio máximo?

55 (Valencia 2018 ord A1) Unha pastelería vende dúas clases de caixas de bombóns. Nas caixas denominadas EXTRA inclúe 15 bombóns de tipo A e 30 de tipo B, mentres que as caixas denominadas DELUXE conteñen 30 bombóns de tipo A e 15 de tipo B. Con cada bombón de tipo A obtén un beneficio de 50 céntimos, e con cada un de tipo B un beneficio de 40 céntimos. Denominando x ao número de caixas EXTRA, e y ao número de caixas DELUXE que vende, pídese:

a) Calcula a función de beneficios da pastelería.

b) Se dispón de 450 bombóns de cada tipo, calcula o número de caixas x e y que deberá vender de cada clase para obter un beneficio máximo.

c) Calcula devandito beneficio máximo.