EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD

1. Xuño 2000

a) Definición de función continua en un punto. Definición de derivada de una función en un punto.

b) Estudie la continuidad y derivabilidad en x = 3 de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & si \quad x \neq 3 \\ 6 & si \quad x = 3 \end{cases}$

2. Xuño 2000

a) Enunciado de la regla de Barrow.

b) Sea $f(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ **y sean a,b** $\in R^+$**. Demostrar que** $f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$.

3. Setembro 2000

a) ¿Puede tener una función polinómica de grado dos un punto de inflexión? Razona la respuesta.

b) Estudia la concavidad, convexidad y puntos de inflexión de la función $f(x) = \frac{ln\, x}{x}$ **.**

4. Setembro 2000

a) Si f(t) es una función continua en [a,b], ¿puede ser $\int_a^b f(t)\, dt = 0$**?**

Razona la respuesta con un ejemplo.

b) Calcule $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{lnx^2}\, dx.$

5. Xuño 2001

Sabiendo que P(x) es un polinomio de tercer grado con un punto de inflexión en (1,0) y con P'''(1) = 24 donde, además, la tangente al polinomio en ese punto es horizontal, calcule $\int_{-1}^0 P(x)\, dx.$

6. Xuño 2001

Dadas las funciones $f(x) = \frac{x-|x|}{2}$ **y** $g(x) = \begin{cases} 3x & si \quad x \leq 0 \\ x^2 & si \quad x > 0 \end{cases}$**, calcule** $\int_{-1}^0 x^2 (gof)(x)\, dx$ **siendo** gof **la composición de esas funciones.**

7. Setembro 2001

a) ¿Puede haber dos funciones distintas que tengan igual función derivada? Si la respuesta es afirmativa, ponga un ejemplo. Si, por el contrario, la respuesta es negativa, razónela.

b) Calcule la derivada de la función $f(x) = |x-2|$ **en x = 2, si es posible. Represente la gráfica de la función y, sobre ella, razone su respuesta.**

8. Setembro 2001

a) Enunciado del Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral.

b) Sean f y g, dos funciones continuas, definidas en el intervalo [a,b], que verifican

$\int_a^b f = \int_a^b g$. Demuestre que existen $\alpha, \beta \in [a,b]$ tales que f(α) = g(β).

9. Xuño 2002

Dibuje la gráfica de $f(x) = |x^2 - 4|$ en el intervalo [-3,3] y calcule su integral en ese intervalo.

10. Xuño 2002

Dada $F(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-4}$, escriba la ecuación de la secante a F que une los puntos (-2 , F(-2)) y (2 , F(2)).

¿Existe un punto c en el intervalo [-2, 2] verificando que la tangente a la gráfica de F en (c , F(c)) es paralela a la secante que halló anteriormente? En caso afirmativo, razone su respuesta y calcule c, en caso negativo razone porque no existe.

11. Setembro 2002

Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto (3 , 1) y tal que el área del triángulo formado por esta recta y los semiejes positivos coordenados sea mínima.

12. Setembro 2002

Calcule el número positivo γ tal que el valor del área de la región limitada por la recta y = γ y la parábola y = $(x – 2)^2$ sea 36.

13. Xuño 2003

a) ¿Qué es un punto de inflexión de una función?

b) Halla la condición que debe cumplir γ para que el polinomio $x^4 + x^3 + \gamma x^2$ sea cóncavo en algún intervalo. Determine el intervalo de concavidad en función de γ.

14. Xuño 2003

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Bolzano.

b) ¿Se puede asegurar, empleando el teorema de Bolzano, que la función f(x) = tgx tiene una raíz en el intervalo $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$? Razone la respuesta. Esboce la gráfica de f en ese intervalo.

15. Setembro 2003

Dada la parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$, determine los valores de a, b y c sabiendo que f tiene un máximo en el punto de abscisa x = $-\frac{1}{2}$ y la recta tangente a f en el punto (1,3) es y = -3x + 6.

16. Setembro 2003

Determine el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^2 + x + 5$, el eje OX y las rectas x = -1/2 e y = x + 6.

17. Xuño 2004

Un barco B y dos ciudades A y C de la costa, forman un triángulo rectángulo en C. Las distancias del barco a las ciudades A y C son 13 Km y 5 Km, respectivamente. Un hombre situado en A desea llegar hasta el barco B. Sabiendo que puede nadar a 3 Km/h y caminar a 5Km/h, ¿qué distancia de A debe dejar la costa para nadar hasta B si quiere llegar lo antes posible?

18. Xuño 2004

Demuestre que la función dada por $f(x) = \frac{4}{x^2+x-2}$ es estrictamente positiva en $[2, +\infty)$ **y calcule el área de la región determinada por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas x = 2 y x = 3.**

19. Setembro 2004

a) Interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) Determine las abscisas de los puntos de la curva $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 1$ en los que la recta tangente forma un ángulo de 135º con el sentido positivo del eje de abscisas.

20. Setembro 2004

a) Definición de función continua en un punto. Explique brevemente los tipos de discontinuidades que existen.

b) Estudie la continuidad en toda la recta real de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{sen(x)}{x} & si \quad x > 0 \\ x+1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$

21. Setembro 2004

Calcular $\int \frac{3x-2}{x^2+x+1} dx$

22. Xuño 2005

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral para funciones continuas.

b) Sea f:[-2,2] ➔ R continua en [-2,2] tal que $\int_{-2}^{-1} f(t)dt = \int_{1}^{2} f(t)dt$, ¿se puede asegurar que existen b y c en [-2,2] tales que b≤ -1, $c \geq -1$ y f(b) = f(c)? Justifique la respuesta.

23. Xuño 2005

a) Enunciado de la Regla de L´Hopital.

b) Calcule la relación entre a y b para que sea continua en toda la recta real la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{2x} & si \quad x \neq 0 \\ b & si \quad x = 0 \end{cases}$

24. **Xuño 2005**

a) Explique brevemente el método de integración de funciones racionales P(x)/Q(x), en el caso que el polinomio del denominador, Q(x), tenga sólo raíces reales.

b) Calcule $\int \frac{2x-1}{x(x+1)^2}dx$

25. **Setembro 2005**

a) Continuidad lateral de una función en un punto.

b) Analice la continuidad en el punto x = 0 de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2^x-1}{x} & si \quad x < 0 \\ \frac{cos(x)}{x^2+1} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

26. **Setembro 2005**

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema fundamental del cálculo integral para funciones continuas.

b) Sea $F(x) = \int_0^x sen(t^2)dt$. **Calcule la segunda derivada de F(x) sin resolver la integral.**

27. **Setembro 2005**

Calcule $\int \frac{x^3+x+2}{x^2+3}dx$

28. **Xuño 2006**

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x) = (x+1)e^{-x}$ **en el punto de corte de f(x) con el eje OX.**

b) Calcula, para $f(x) = (x+1)e^{-x}$**: Intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidad y convexidad.**

c) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral.

29. **Xuño 2006**

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo diferencial.

b) De entre todos los triángulos rectángulos con hipotenusa 10 cm, calcula las longitudes de los catetos que corresponden al de área máxima.

c) Calcula el valor de m, para que el área del recinto limitado por la recta y = mx y la curva y = x^3 **sea 2 unidades cuadradas.**

30. **Setembro 2006**

a) Calcula los valores de a y b para que la gráfica de $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ **tenga un mínimo relativo en el punto (1/2,4). Para esos valores de a y b, calcula las asíntotas e intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x).**

b) Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{x^2e^x}{cos^2x-1}$

c) Definición de primitiva e integral indefinida de una función. Enunciado de la Regla de Barrow.

31. Setembro 2006

a) Definición de función continua en un punto.

¿Qué tipos de discontinuidades tiene en x = 0 la función $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$?

b) Un alambre de 170 cm de longitud se divide en dos partes. Con una de las partes se quiere formar un cuadrado y con la otra un rectángulo de tal forma que la base mida el doble que la altura. Calcula las longitudes de las partes en las que se tiene que dividir el alambre para que la suma de las áreas del cuadrado y rectángulo sea máxima.

c) Calcula el área del recinto limitado por la recta y = 2 – x y la curva $y = x^2$.

32. Xuño 2007

Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax^2+1 & si \quad x<2 \\ e^{2-x} & si \quad x \geq 2 \end{cases}$, calcula a para que f(x) sea continua en x = 2.

Para el valor obtenido de a, ¿Es f(x) derivable en x = 2?

b) Dada $g(x) = ax^4+bx+c$, calcula los valores de a, b y c para que g(x) tenga en el punto (1,-1) un mínimo relativo y la recta tangente a la gráfica de g(x), en x = 0, sea paralela a la recta y = 4x.

c) Enunciado del teorema fundamental del cálculo integral.

Dada la función $F(x) = \int_0^x e^{-t^2}\,dt$, ¿tiene F(x) puntos de inflexión? Justifica la respuesta.

33. Xuño 2007

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Rolle.

b) Dada $f(x) = x^3 - 9x$, calcula puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

c) Calcula el área de la región limitada por el eje OX y la curva $f(x) = x^3 - 9x$.

34. Setembro 2007

a) Calcula $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x senx - x}{2x^2+x^4}$

b) Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima que se puede construir de modo que su base esté sobre el eje OX y los vértices del lado opuesto estén sobre la parábola $y = -x^2 + 12$.

c) Enunciado del teorema fundamental del cálculo integral. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $F(x) = \int_0^x [2 + cos(t^2)]\,dt$, en el punto de abscisa x = 0.

35. Setembro 2007

a) Enunciado del teorema de Bolzano.

¿Podemos asegurar que la gráfica de f(x) = $x^5 + 2x^4 - 4$ corta al eje OX en algún punto del intervalo (0,2)?

b) Dada la función $g(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x \leq -\sqrt{2} \\ -x^2+2 & si \quad x > -\sqrt{2} \end{cases}$

¿Es continua en x = $-\sqrt{2}$**?¿Es derivable en x =** $-\sqrt{2}$**?**

c) Calcula el área de la región del plano limitada por las gráficas de g(x) y h(x) = $|x|$.

36. Xuño 2008

a) Definición e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) Calcula los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax+b & si \quad x < -1 \\ x^2-4x & si \quad x \geq -1 \end{cases}$ **sea continua y derivable en x = -1.**

c) Calcula el área del recinto limitado por las parábolas y = $x^2 - 4x$ **e y =** $-\frac{1}{2}x^2 + 2x$**.**

37. Xuño 2008

a) Enunciado del teorema de Weierstrass. Si una función $f(x)$ es continua en [a,b] y es estrictamente decreciente en ese intervalo, ¿dónde alcanza la función el máximo y el mínimo absoluto?

b) Calcula el valor de m para que: $\lim_{x \to 0} \frac{mx^2-1+cosx}{sen(x^2)} = 0$

c) Calcular $\int \frac{x+5}{x^2+4x+3}\,dx$

38. Setembro 2008

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Rolle.

b) Sea f(x) = $e^x(2x-1)$**. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x = 0.**

c) Calcula $\int_0^1 e^x(2x-1)dx$

39. Setembro 2008

a) Calcula a, b y c para que $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx+c & si \quad x \leq 0 \\ x+ln(1+x^2) & si \quad x > 0 \end{cases}$ **sea continua y derivable en R y tenga un extremo relativo en x = - 2.**

b) Sea g(x) = x(x – 1), $0 \leq x \leq 2$**. Razona si g(x) tiene máximo y mínimo absolutos en el intervalo [0,2]. En caso afirmativo, calcúlalos.**

c) Definición de primitiva de una función. Enunciado de la regla de Barrow.

40. Xuño 2009

a) Define función continua en un punto. ¿Qué tipo de discontinuidades presenta la función $f(x) = \frac{ln(1+x^2)}{x}$ en x = 0?

b) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión de la función $g(x) = 2x^3 - 3x^2$.

c) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de $g(x) = 2x^3 - 3x^2$ y la recta $y = 2x$.

41. Xuño 2009

a) Enuncia e interpreta geométricamente el teorema del valor medio del cálculo diferencial.

b) Calcula un punto de la gráfica de la función $g(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$ en el que la recta tangente sea paralela al eje OX y escribe la ecuación de esa recta tangente. Calcula las asíntotas, si las tiene, de g(x).

c) Calcula $\int \frac{e^x}{(1+e^x)^2}\, dx$

42. Setembro 2009

a) Enuncia e interpreta geométricamente el teorema de Bolzano.
Dada la función $f(x) = e^x + 3x\ln(1 + x^2)$, justifica si podemos asegurar que su gráfica corta al eje OX en algún punto del intervalo [-1,0].

b) Calcula los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax+b & si \quad x \leq 0 \\ sen(2x)+1 & si \quad x > 0 \end{cases}$ sea continua y derivable en x = 0.

c) Calcula el área del recinto limitado por el eje OX y la parábola $y = \frac{1}{4}x^2 - x$.

43. Setembro 2009

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = (1 + x^2)\cdot e^{-x}$ en el punto de abscisa x = 0.

b) Calcula el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$.

c) Enuncia e interpreta geométricamente el teorema del valor medio del cálculo integral.

44. Xuño 2010

Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{x^2+3x}{x+1}$, estudiando: dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

45. Xuño 2010

a) Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral.

Sabiendo que $\int_0^x f(t)\,dt = x^2(1+x)$ y f(x) continua en todos los puntos de la recta real, calcula f(2).

b) Calcula $\int \frac{x^2+1}{x^2+x}\,dx$

46. Xuño 2010

a) Define función continua en un punto. ¿Cuándo se dice que una discontinuidad es evitable?¿Para qué valores de k, la función $f(x) = \frac{e^x}{x^2+k}$ es continua en todos los puntos de la recta real?

b) Determina los valores a, b, c y d para que la función g(x) = ax^3+bx^2+cx+d tenga un máximo relativo en el punto (0,4) y un mínimo relativo en el punto (2,0).

47. Xuño 2010

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la recta x + y = 7 y la gráfica y = x^2 +5.

48. Setembro 2010

a) Definición e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}-2cosx}{sen(x^2)}$

49. Setembro 2010

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de y = -x^2 + 1 y las rectas tangentes a esta parábola en los puntos de corte de la parábola con el eje OX.

50. Setembro 2010

Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, estudiando: dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

51. Setembro 2010

a) Calcula $\int xln(1+x^2)dx$

b) Enuncia e interpreta geométricamente el teorema del valor medio del cálculo integral.

52. Xuño 2011

a) Enuncia el teorema de Rolle. Calcula el valor de k para que la función f(x) = x^3- kx + 10 cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [-2,0] y para ese valor determina un punto del intervalo en el que se anule la derivada de f(x).

b) Calcula el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función

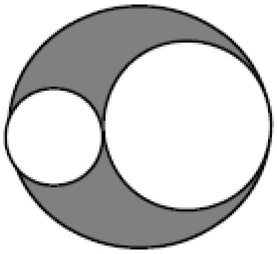
$$g(x) = ln(\frac{x^2-1}{x^2+1})$$

53. **Xuño 2011**

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola f(x) = x^2 - 2x + 1, su recta tangente en el punto (3,4) y el eje OX.

54. **Xuño 2011**

En una circunferencia de radio 10 cm, se divide uno de sus diámetros en dos partes que se toman como diámetros de dos circunferencias tangentes interiores a ella. ¿Qué longitud debe tener cada uno de estos diámetros para que sea máxima el área delimitada por las tres circunferencias (área sombreada)?



55. **Xuño 2011**

a) Define función derivable en un punto. Calcula, si existen, los valores de a y b, para que sea derivable la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^x} & si \quad x < 0 \\ x^2 + ax + b & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

b) Define integral indefinida de una función. Calcula $\int x^2 cosx dx$.

56. **Setembro 2011**

a) Enuncia el teorema de Bolzano.

¿Podemos asegurar que la gráfica de la función $f(x) = 3sen\left(\frac{x}{2}\right) - cos(x^2)$ **corta al eje OX en algún punto del intervalo (0, π). Razona la respuesta.**

b) Descompón el número 40 en dos sumandos tales que el producto del cubo de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo, ¿Cuánto vale ese producto?

57. **Setembro 2011**

a) Calcula los valores de a, b y c sabiendo que y = ax^2 + bx +1 e y = x^3 + c tienen la misma recta tangente en el punto (1,2).

b) Enuncia la regla de Barrow. Calcula $\int (\frac{1}{2} - lnx) dx$.

58. Setembro 2011

a) Calcula los extremos relativos de la función f(x) = $x^4 - 8x^2 + 1$. Calcula también el máximo absoluto y el mínimo absoluto de esta función en el intervalo [-3,3].

b) Calcula los valores de a y b para que la función f(x) = $ax^2 + bx\ln x$ tenga un punto de inflexión en el punto (1,2). Para estos valores de a y b, calcula el dominio y los intervalos de concavidad y convexidad de f(x).

59. Setembro 2011

a) Define primitiva e integral indefinida de una función.

b) Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola y = $-3x^2 + 3$ y la recta y = - 9.

60. Xuño 2012

a) Enuncia el teorema de Bolzano.

Probar que para la función f(x) = $x^3 + 2x - 4$ corta al eje OX en algún punto del intervalo [1,2] ¿Puede cortarlo en más de un punto?

b) Calcula $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x+2}{x^2+x+2}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

61. Xuño 2012

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola y = $3x - x^2$ y su recta normal en el punto (3,0).

62. Xuño 2012

a) Determina los valores de a para que la función $f(x) = \begin{cases} a - x^2 & si \quad x \le 1 \\ \frac{2}{ax} & si \quad x > 1 \end{cases}$ **sea continua. ¿Es derivable en x = 1 para algún valor de a?**

b) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo diferencial.

63. Xuño 2012

Calcula $\int_2^3 \frac{5x^3-3x+1}{x^3-x}\,dx$

64. Setembro 2012

a) Calcula las asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$

b) Calcula $\int_1^e \frac{(x-1)^2}{x^2+1}\,dx$

65. Setembro 2012

a) De una función derivable f(x) sabemos que pasa por el punto (0,1) y que su derivada es $f'(x) = x \cdot e^{2x}$. Calcula f(x) y la recta tangente a la gráfica de f(x) en x = 0.

b) Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral.

66. Setembro 2012

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Rolle.

b) Si c > 2, calcula los valores de a, b y c para que $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & si \quad x < 2 \\ x + 1 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$ **cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [0,c].**

67. Setembro 2012

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = -x^2 + 2x + 3$, la recta tangente en el punto donde la parábola tiene un extremo y la tangente a la parábola en el punto en el que la tangente es paralela a la recta y = 4x.

68. Xuño 2013

a) Enuncia el teorema de Bolzano. ¿Tiene la ecuación $x^3 + 2x - 2 = 0$ alguna solución en el intervalo (0,1)?¿Tiene esta ecuación más de una solución real?

b) Calcula los valores de a y b para que $\lim_{x \to 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{sen(x^2)} = 1$

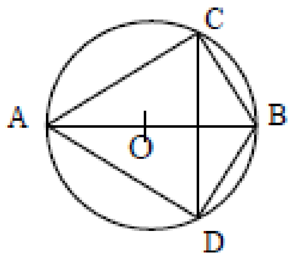
69. Xuño 2013

a) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

b) Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ y la bisectriz del primer cuadrante.

70. Xuño 2013

En una circunferencia de centro O y radio 10 cm se traza un diámetro AB y una cuerda CD perpendicular a ese diámetro. ¿A qué distancia del centro O de la circunferencia debe estar la cuerda CD, para que la diferencia entre las áreas de los triángulos ADC y BCD sea máxima?



71. Xuño 2013

a) Enuncia el teorema de Rolle. Determina el valor de a para que sea aplicable el teorema de Rolle a la función f(x) = x^3 + ax – 1, en el intervalo [0,1]. Para este valor de a, calcula un punto c ∈ (0,1) en el que la recta tangente a la gráfica de f(x) sea paralela al eje OX.

b) Calcula $\int \frac{x^3+3}{x^2-x}dx$

72. Setembro 2013

a) Calcula $\lim_{x\to\infty} \frac{e^{2x}+1}{xe^x}$

b) Si $f(x)$ **es una función continua en el intervalo [1,4] tal que** $\int_1^2 f(x)dx = 2$ **y** $\int_1^4 f(x)dx = -4$ **, ¿cuál es el valor de** $\int_2^4 5f(x)dx$ **?**

73. Setembro 2013

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola f(x) = - x^2 + 9x, y las rectas y = 20; x – y + 15 = 0.

74. Setembro 2013

Calcula el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de $f(x) = \frac{2x+1}{e^{x^2}}$

75. Setembro 2013

a) Define primitiva de una función y enuncia la regla de Barrow.

b) Calcula $\int_2^3 \frac{x^3+2}{x^2-1}dx$

76. Xuño 2014

a) Define función continua en un punto. ¿Qué tipo de discontinuidad tiene $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-2x}$ **en los puntos x = 0 y x = 2?**

b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) = 2x^3 – 6x^2 + 1 en su punto de inflexión.

77. Xuño 2014

a) Calcula $\lim_{x\to 1} \frac{ln(2x-1)}{x^2-\sqrt{x}}$

b) Calcula $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2}dx$

78. **Xuño 2014**

a) Dada la función $f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$, calcula los valores de a, b y c sabiendo que x = $\frac{1}{2}$ es una asíntota vertical y que y = 5x – 6 es la recta tangente a su gráfica en el punto correspondiente a x = 1. Para los valores de a, b y c calculados, ¿hay más asíntotas?

b) Enuncia el teorema del valor medio del cálculo diferencial. ¿Se puede aplicar este teorema, en el intervalo [0,1], a la función $f(x) = \frac{1}{2-x}$? En caso afirmativo calcula el punto al que hace referencia el teorema.

79. **Xuño 2014**

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola f(x) = - x^2 y la recta normal a la gráfica de f(x) en el punto correspondiente a x = 1.

80. **Setembro 2014**

a) Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{cosx-e^{-2x}-2x}{sen^2(x)}$

b) Queremos dividir un hilo metálico de 70 m de longitud en tres partes de manera que una de ellas tenga doble longitud que otra y además que al construir con cada parte un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Calcula la longitud de cada parte.

81. **Setembro 2014**

a) La segunda derivada de una función f(x) es f´´(x) = $4e^{2x}$ – 2x. Además la tangente a la gráfica de f(x) en el punto (0,1) es paralela a la recta x – y + 3 = 0. Calcula f(x).

b) Calcula $\int_0^{\pi/2} xsen(2x+\pi)dx$

82. **Setembro 2014**

Dada la función $f(x) = \begin{cases} mx & si \quad x<1 \\ ax^2+bx+1 & si \quad x\geq 1 \end{cases}$

a) Calcula los valores de a, b y m para que $f(x)$ sea derivable en x = 1 y tenga un extremo relativo en x = 3

b) Enuncia el teorema del valor medio del cálculo diferencial. Para los valores a = 1, b = - 6 y m = - 4, calcula, si existe, un punto c ∈ (0,5) tal que la tangente a la gráfica de f(x) en x = c sea paralela al segmento que une los puntos (0,0) y (5,-4).

83. **Setembro 2014**

a) Calcula $\int_0^1 \frac{2}{3+3e^x}dx$

b) Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral. Si $F(x) = \int_0^x \frac{2}{3+3e^t}dt$, calcula el límite $\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{x}$

84. Xuño 2015

Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

85. Xuño 2015

a) Define primitiva de una función y enuncia la regla de Barrow.

b) Dada la función f(x) = ax^3 + bx + c, determina a, b y c sabiendo que y = 2x + 1 es la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto correspondiente a la abscisa x = 0 y que $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

86. Xuño 2015

a) Definición e interpretación geométrica de derivada de una función en un punto.

b) Calcula los valores de b y c para que la función $f(x) = \begin{cases} ln(e + x^2) & si \quad x < 0 \\ x^2 + bx + c & si \quad x \geq 0 \end{cases}$ sea derivable en x = 0.

87. Xuño 2015

La gráfica de la función $f(x)$ pasa por el origen de coordenadas y su derivada es $f'(x) = (2 - x)e^{3x}$. Determina la función $f(x)$ y calcula los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

88. Setembro 2015

a) Calcula los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} a\,x^2 + bx & si \quad x \leq 1 \\ \frac{2lnx+2}{x^2} & si \quad x > 1 \end{cases}$ sea derivable en x = 1.

b) Para los valores a = - 4 y b = 6, determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

89. Setembro 2015

Dibuja y calcula el área de la región limitada por las gráficas de la parábola f(x) = 4x – x^2 y las rectas tangentes a la gráfica de f(x) en los puntos correspondientes a x = 0 y x = 2.

90. Setembro 2015

a) Define derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica.

b) Dada la función $f(x) = 2e^{-x}(x + 1)$, calcular intervalos de crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos relativos de $f(x)$.

91. **Setembro 2015**

a) Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x}-2-\frac{x}{4}}{x^2}$

b) Calcula una primitiva de la función f(x) = xsenx que pase por el punto (π,0).

92. **Xuño 2016**

a) Definición e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo diferencial.

b) Calcula los límites siguientes:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{2-x}} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x-ln(1+x)}{xln(1+x)}$$

93. **Xuño 2016**

La derivada de una función $f(x)$**, cuyo dominio es (0,∞) es** $f'(x) = \frac{1-lnx}{x^2}$

a) Determina la función $f(x)$ **sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1,0).**

b) Determina los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$**.**

94. **Xuño 2016**

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema de Rolle.

b) Sea $f(x) = 2x + \frac{5}{2}ln(1+x^2)$**. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de** $f(x)$ **en el punto correspondiente a x = 0. Determina, si existen, los máximos y mínimos relativos de** $f(x)$**.**

95. **Xuño 2016**

Dada la función $f(x) = \begin{cases} a\,x+2 & si \quad x<1 \\ 3(x-2)^2 & si \quad x\geq 1 \end{cases}$

a) ¿Es $f(x)$ **derivable en x = 1, para algún valor de a?**

b) Para a = 1, calcula el área de la región limitada por la gráfica de $f(x)$ **y el eje OX.**

96. **Setembro 2016**

a) Definición e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) De una función $f(x)$ **sabemos que** $f(-1) = 1$ **y que su función derivada es**

$f'(x) = \begin{cases} 2\,x-1 & si \quad x<0 \\ e^{2x}-2 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$**. Calcula las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de** $f(x)$ **en los puntos de abscisa: x = - 2 y x =** $\frac{ln2}{2}$**.**

97. **Setembro 2016**

Dibuja y calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola y = x(x – 2), el eje de abscisas y la recta y = x.

98. Setembro 2016

Dibuja la gráfica de $f(x) = 1 + \frac{2}{(x-2)^2}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

99. Setembro 2016

a) Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral.

Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $F(x) = \int_0^x \frac{t^2+6}{2+e^t} dt$, en el punto de abscisa x = 0.

b) Calcula $\int_0^1 x ln(1+x) dx$.

100. Xuño 2017

a) Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen^2 x - 3x^2}{e^{x^2} - cos 2x}$

b) Se desea construir una caja de base cuadrada, con tapa y con una capacidad de 80 dm^3. Para la tapa y la superficie lateral, se quiere utilizar material que cuesta 2€/dm^2 y para la base otro que cuesta 3€/dm^2. Calcula las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

c) Calcula $\int_0^1 x ln(1+x) dx$.

101. Xuño 2017

a) Calcula los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & si \quad x < 3 \\ ln(x-2) & si \quad x \geq 3 \end{cases}$ sea derivable en x = 3 y determina el punto en el que la tangente a la gráfica de $f(x)$ es paralela a la recta x + 3y = 0.

b) Si P(x) es un polinomio de tercer grado, con un punto de inflexión en el punto (0,5) y un extremo relativo en el punto (1,1), calcula $\int_0^1 P(x) dx$.

102. Setembro 2017

a) Calcular los límites $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$ y $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$

b) La derivada de una función f(x) que tiene por dominio (0,∞), es f´(x) = 1 + lnx. Determina la función f(x) teniendo en cuenta que su gráfica pasa por el punto (1,4).

c) Determina, si existen, los máximos y mínimos relativos de f(x).

103. **Setembro 2017**

Dada la función $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

a) Estudia, en x = 0, la continuidad y derivabilidad de f(x).

b) Determina los puntos de la gráfica de f(x) en los que la recta tangente es paralela a la recta x – 4y = 0 y determina las ecuaciones de esas rectas tangentes.

c) Calcula $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

104. **Xuño 2018**

a) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos de $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

b) Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola y = x^2 – 4x y la recta y = x – 4.

105. **Xuño 2018**

a) Calcula a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} e^{2x} + ax + b & si \quad x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2+2) & si \quad x \geq 0 \end{cases}$ **sea continua y derivable en x = 0.**

b) Calcula los vértices del rectángulo de área máxima que se puede construir, si uno de los vértices es (0,0), otro está sobre el eje X, otro sobre el eje Y y otro sobre la recta 2x + 3y = 8.

c) Calcula $\int_0^3 x\sqrt{x+1}dx$

106. **Setembro 2018**

a) Enuncia el teorema de Rolle.

Calcula a, b y c para que la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & si \quad x < 1 \\ bx + c & si \quad x \geq 1 \end{cases}$ **cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [0,2] y calcula el punto en el que se cumple el teorema.**

b) Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola y = x^2 – 2x y la recta y = x.

107. **Setembro 2018**

a) Calcula, si existe, el valor de m para que $\lim_{x \to 0} \frac{\cos 2x + mx^2 - 1}{sen(x^2)} = 3$

b) Calcula los valores de a,b,c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ **tenga un punto de inflexión en el punto (0,5) y la tangente a su gráfica en el punto (1,1) sea paralela al eje X.**

c) Calcula $\int_1^e \sqrt{x} lnx dx$

108. **Xuño 2019**

a) Mediante integración por partes, demuestra que $\int lnx dx = x(lnx - 1) + C$. **Luego, demuestra la misma igualdad mediante derivación.**

b) Si $f(x)=\begin{cases} lnx & si \quad x\in(0,e] \\ ax+b & si \quad x\in(e,\infty)\end{cases}$, ¿Qué relación tiene que existir entre a y b para que f sea continua y cuales tienen que ser sus valores para que f sea derivable?

c) Calcula el área de la región limitada por el eje X, la recta x = 4 y la gráfica de $f(x)=\begin{cases} lnx & si \quad x\in(0,e] \\ \frac{x}{e} & si \quad x\in(e,\infty)\end{cases}$.

109. Xuño 2019

Se considera la función $f(x)=\ x^2e^{-x}$. Se pide:

a) Calcular los límites $\lim_{x\to+\infty} f(x)\ y\ \lim_{x\to-\infty} f(x)$

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión.

c) Calcular $\int f(x)dx$.

110. Xullo 2019

a) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función $f(x)=x^2$ lnx.

b) Considérese un triángulo tal que: dos de sus vértices son el origen $O(0,0)$ y el punto $P(1,3)$, uno de sus lados está sobre el eje X y otro sobre la tangente en $P(1,3)$ a la gráfica de la parábola $y=4-x^2$. calcular las coordenadas del tercer vértice, dibujar el triángulo y calcular, por separado, el área de las dos regiones en las que el triángulo queda dividido por la parábola $y=4-x^2$.

111. Xullo 2019

a) De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola y = 4 – x², un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y. Obtén los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.

b) Enuncia los teoremas de Bolzano y de Rolle.

112. Xuño 2020

a) Calcule $\lim_{x\to0}\frac{cos^2x-1}{1+2x-e^{2x}}$

b) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f(x) = x(lnx – 1). Calcule, si existen, los máximos y mínimos relativos de la función f.

113. Xuño 2020

a) Calcule los valores de b y c para que la función $f(x)=\begin{cases} e^{2x} & si \quad x\le0 \\ x^2+bx+c & si \quad x>0\end{cases}$ sea, primero continua, y luego derivable en x =0.

b) Calcule $\int_1^2 x(\ln x - 1)dx$

114. Xullo 2020

Determine los valores de a y b que hacen que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{a-\cos x}{x} & si \quad x < 0 \\ bx & si \quad x \geq 0 \end{cases}$ sea, primero continua, y luego derivable.

115. Xullo 2020

a) Calcule el área de la región encerrada por el eje X y la gráfica de

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + 1 & si \quad x < 0 \\ (x-1)^2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

b) Calcule $\int x\sqrt{x^2 - 1}dx$

116. Xuño 2021

De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos lados sobre los ejes de coordenadas y un vértice sobre la recta x + 2y = 4, determine los vértices del que tiene mayor área.

117. Xuño 2021

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & si \quad x \leq 0 \\ -x^2 - x - 1 & si \quad x > 0 \end{cases}$, calcule el área de la región encerrada por la gráfica de f y las rectas y = 4x – 7 e y = 1.

118. Xullo 2021

a) Enuncie el teorema de Bolzano.

b) Obtenga los valores de a, b y c que hacen que f(x) = ax^3 + bx^2 – 3x + c cumpla f(0) = 1 y tenga extremos relativos en x = ±1. Decir luego si los extremos son máximos o mínimos.

119. Xullo 2021

a) Enuncie el teorema de Rolle.

b) Calcule el área de la región encerrada por las gráficas siguientes:

$$f(x) = x + 6 \qquad y \qquad g(x) = \begin{cases} -2x & si \quad x < 0 \\ x^2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

120. Xuño 2022

a) Calcule los límites $\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x}{\operatorname{sen} x}$ y $\lim_{x\to 0^+} x\ln x.$

b) Dibuje la gráfica de una función f continua y no negativa en el intervalo [0,3] tal que: f(0) = 0, f(3) = 0, f´´(x) > 0 en el intervalo (0,1), f´´(x) < 0 en el intervalo (2,3) y f(x) es constante en el intervalo (1,2).

121. Xuño 2022

Obtenga la función f, sabiendo que f´´(x) = 2x – e^{-x} y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0 es y = 3x – 1.

122. Xullo 2022

a) Obtenga las coordenadas de los vértices del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es tangente a la gráfica de f(x) = x^2 en el punto de abscisa x = 2 y que, además, tiene un cateto de longitud 2 situado sobre el eje X. Dibuje la gráfica de f, la recta tangente y el triángulo.

b) Halle los valores de a y b que hacen que la función $f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x \le 1 \\ ax^2 + bx & si \quad x > 1 \end{cases}$ sea derivable.

123. Xullo 2022

Calcule las siguientes integrales:

a) $\int 2x\sqrt{x^2+1}dx$ $\qquad$ $b)$ $\int (senx)sen(cosx)dx$

c) $\int x^2 senxdx$ $\qquad$ $d)$ $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)}dx$

124. Xuño 2023

a) Si f(x) = ae^x + b. Calcule qué valores deben tener a y b para que se cumplan f(0) = 0 y $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} = 3.$

b) Estudie si la función f(x) = x + senx tiene extremos o puntos de inflexión en el intervalo (0, 2π), diga dónde están en caso de que existan y esboce la gráfica de f en ese intervalo.

125. Xuño 2023

Dibuje y calcule el área de la región determinada por las desigualdades

$$x \ge 1, \qquad y \le x \qquad e \qquad y \ge xlnx.$$

126. Xullo 2023

a) Enuncie los teoremas de Rolle y del valor medio del cálculo diferencial.

b) Explique si f:[0,1] ➔ R, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ cumple o no las hipótesis del teorema del valor medio del cálculo diferencial. En caso que cumpla, calcule un valor c para el cual se cumpla la tesis de ese teorema.

127. Xullo 2023

a) Calcule mediante cambio de variable las integrales:

$$\int (senx)^5 cosxdx \qquad y \qquad \int \frac{lnx}{x}dx$$

b) Calcule $\int \frac{lnx}{x}dx$ empleando el método de integración por partes. Luego, obtenga algún valor de B tal que $\int_e^B \frac{lnx}{x}dx = \frac{3}{2}$.

128. Xuño 2024

a) Enuncie los teoremas de Rolle y de Bolzano.

b) Calcule $\int x^3 e^{x^2} dx$

129. Xuño 2024

Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{senx - ln(1+x)}{xsenx}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{senx} - e^x}{x^2}$

130. Xullo 2024

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - 1 & si \quad x \leq 0 \\ \frac{k - xe^x}{x} & si \quad x > 0 \end{cases}$

a) ¿Cuál es el valor de k que hace que f sea continua en x = 0 para cualquier valor de b?

b) ¿Para qué valores de b y k es f derivable en x = 0?

131. Xullo 2024

Determine el valor del número positivo “a” que hace que el área de la región encerrada por la recta y = - 2x y la parábola y = ax^2 + 4x sea igual a 9 unidades cuadradas.

132. Xuño 2025

Dada la función $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x & si \quad x \leq 1 \\ x^2 - m & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) ¿Qué condición deben cumplir k y m para que f sea continua en x = 1?

b) ¿Para qué valores de k y m es f derivable en x = 1?

133. Xuño 2025

Dibuje la región encerrada por la gráfica de $f(x) = \sqrt{2x+1}$, el eje X y las rectas x = 0, x = 4. Luego, calcule su área.

134. Xullo 2025

a) Enuncie el teorema del valor medio del cálculo diferencial.

b) Calcule $\int e^x \, cos3x \, dx$

135. **Xullo 2025**

Dada la función $f(x) = \begin{cases} xe^{4x} & si \quad x < 0 \\ \frac{ln(1+x)}{1+x} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad de la función f(x) en x = 0.

b) Estudie la derivabilidad de la función f(x) en x = 0.

Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva f(x) en x = -1.