

NOME:

TEMA 2

1 [5 puntos] [Galicia Mat II 2023 Ordinaria P8] Nunha certa zona húmida, a probabilidade de que un cabezolo chegue a ra adulta é do 2%. Se se escollen ao azar 2500 deses cabezolos, cal é a probabilidade de que polo menos 55 deles cheguen a ras adultas?

2 [5 puntos] [Galicia Mat II 2021 Ordinaria P8] O portador dunha certa enfermidade ten un 10% de probabilidades de contaxiala a quen non estivo exposto a ela. Se entra en contacto con 8 persoas que non estiveron expostas, calcule a probabilidade de que contaxie a un máximo de 2 persoas.

TEMA 3

3 [5 puntos] [Madrid 2020 Ordinaria B5] Estimase que o custe medio anual da cesta da compra dunha familia tipo podese aproximar por unha distribución normal de media μ e desviación típica $\sigma = 500$ euros.

- a) Analizouse o consumo de 100 familias tipo, obtendo un custe medio estimado de 5100 euros anuais. Calcule un intervalo de confianza ao 90 % para la media μ .
- b) A partir dunha mostra de 36 familias tipo, obtense un intervalo de confianza para μ cun erro de estimación de 160 euros. Determine o nivel de confianza utilizado para construír o intervalo.

4 [5 puntos] O número de días que os titulados en certo máster tardan en encontrar o seu primeiro traballo segue unha distribución Normal de media μ descoñecida e desviación típica 3 días.

- a) (3 punto) Elixese unha mostra aleatoria de 100 titulados obténdose unha media mostral de 8.1 días. Calcule un intervalo de confianza ao 97% para estimar a media poboacional.
- b) (2 puntos) Supoñendo $\mu = 7.61$ días e tomando mostras aleatorias de 36 titulados, ¿qué distribución de probabilidade segue a variable aleatoria media mostral? ¿Cal é a probabilidade de que a media mostral sexa superior a 8 días?

- ① $A = \text{"o caberolo chega a adulto"}; P(A) = 0,02$
 $n = 2500$ caberolos, $X = \text{"nº de caberolos que chegam a adultos"}$
 $X \sim B(2500; 0,02)$ com $\mu = 50$ e $\sigma = 7$
 Como $n \gg 30$; $np = 50 > 5$ e $nq = 2450 \gg 5$ podemos aproximar
 com $Y \sim N(50, 7)$ e então

$$P(X \geq 55) = P(Y \geq 54,5) = P\left(z \geq \frac{54,5 - 50}{7}\right) = P(z \geq 0,64) =$$

$$= 1 - P(z \leq 0,64) = 0,2611$$

- ② $A = \text{"contaxia a outra pessoa"}; P(A) = 0,1$
 $n = 8$, $X = \text{"nº de pessoas contaxiadas"}; X \sim B(8; 0,1)$

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$= \binom{8}{0} 0,1^0 \cdot 0,9^8 + \binom{8}{1} 0,1^1 \cdot 0,9^7 + \binom{8}{2} 0,1^2 \cdot 0,9^6 =$$

$$= 0,430 + 0,383 + 0,149 = 0,962$$

- ③ $X = \text{"Custo da compra anual numa família"}$
 $X \sim N(\mu, 500)$

a) $n = 100$ famílias, $\bar{X} = 5100$ €; $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha/2 = 0,05 \Rightarrow$
 $1 - \alpha/2 = 0,95$ e como $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$

Assí $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,645 \cdot \frac{500}{\sqrt{100}} = 1,645 \cdot 50 = 82,25$

e temos $I_{90\%} = (5100 \pm 82,25) = (5017,75; 5182,25)$

b) $E = 160 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{500}{\sqrt{36}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,92 \Rightarrow P(z \leq 1,92) = 1 - \alpha/2 = 0,9726 \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha/2 = 0,0274 \Rightarrow \alpha = 0,0548 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,9452 \Rightarrow$

O nível de confiança é de 94,52%

- ④ $X = \text{"nº de dias que tarda em trabalhar"}; X \sim N(\mu, 3)$

a) $1 - \alpha = 0,97$; $\alpha/2 = 0,015$; $1 - \alpha/2 = 0,985 \Rightarrow$ Como $P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0,985$
 então $z_{\alpha/2} = 2,17$ e $E = 2,17 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 0,651$

$I = (8,1 \pm 0,651) = (7,449; 8,751)$

b) $X \sim N(7,61; 3) \Rightarrow \bar{X} \sim N(7,61; 0,5)$ logo $P(\bar{X} > 8) = P(z > 0,78) = 0,2177$