Solución : Contrastes de hipótese

1. X = " diámetro medio de los comprimidos

$X \sim N(\mu; 0{,}6)$

$\mu_0 = 13$

$\bar{X} = 13{,}12$

$n = 100$

$\alpha = 0{,}05$

$1-\alpha = 0{,}95$

a) • Test

$H_0: \mu \leq 13$

$H_1: \mu > 13$

• Región aceptación

contraste unilateral derecho

RA: $(-\infty, z_\alpha)$

$P(z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(z \leq z_\alpha) = 0{,}95$

$z_\alpha = 1{,}645$

RA: $(-\infty; 1{,}645)$

• Estadístico

$$z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{13{,}12-13}{0{,}6/\sqrt{100}} = 2$$

$2 \notin RA$

Rechazamos H_0

Aceptamos H_1

Con los datos de la mostra y un riesgo de equivocarnos del 5% concluimos que el diámetro de los comprimidos es superior a 13 cm.

b) $I = \left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \; \bar{X} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$1-\alpha = 0{,}89$

$\alpha = 0{,}11$

$\frac{\alpha}{2} = 0{,}055$

$1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}945$

$P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1-\frac{\alpha}{2}$

$P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0{,}945$

$z_{\alpha/2} = 1{,}6$

$$I = \left(13{,}12 - 1{,}6\cdot\frac{0{,}6}{\sqrt{100}}, \; 13{,}12 + 1{,}6\cdot\frac{0{,}6}{\sqrt{100}}\right)$$

$I = (13{,}024;\ 13{,}216)$

Con un nivel de confianza del 89% concluimos que el diámetro medio de los comprimidos está entre 13,024 y 13,216 mm.

2. P = " proporción de empleados satisfechos "

$p_0 = 0{,}45$

$\hat{p} = \frac{672}{1600} = 0{,}42$

$n = 1600$

$\alpha = 0{,}01$

$1-\alpha = 0{,}99$

a) • Test

$H_0: p \geq 0{,}45$

$H_1: p < 0{,}45$

• Región aceptación

contraste unilateral izquierdo.

RA: $(-z_\alpha, \infty)$

$P(z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(z \leq z_\alpha) = 0{,}99$

$z_\alpha = 2{,}33$

RA: $(-2{,}33; \infty)$

• Estadístico

$$z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}42-0{,}45}{\sqrt{\frac{0{,}45\cdot 0{,}55}{1600}}} = -2{,}41$$

$-2{,}41 \notin RA$

Rechazamos H_0

Cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos dun 1% concluimos que a porcentaxe de empregados satisfeitos na delegación española é inferior á da delegación francesa.

b) Erro tipo I → Rexeitar H_0 cando é verdadeira

Concluír que a porcentaxe de empregados satisfeitos na delegación española é inferior a da delegación francesa, cando é superior

Erro tipo II → Aceptar H_0 cando é falsa
Concluír que a porcentaxe de empregados satisfeitos na delegación española é polo menos a da delegación francesa, cando é inferior

(3) p = "porcentaxe de universitarios galegos que practican algún deporte"

$p_0 = 0{,}8$
$\hat{p} = \frac{146}{200} = 0{,}73$
$n = 200$
$\alpha = 0{,}07$
$1-\alpha = 0{,}93$

a) • Test
$H_0: p \geq 0{,}8$
$H_1: p < 0{,}8$

• Rexión aceptación
contraste unilateral esquerdo
Rexión aceptación: $(-z_\alpha, \infty)$
$P(Z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$
$P(Z \leq z_\alpha) = 0{,}93$
$z_\alpha = 1{,}48$
RA: $(-1{,}48 ; \infty)$

• Estatístico
$$Z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}73-0{,}8}{\sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 0{,}2}{200}}} = -2{,}47$$
$-2{,}47 \notin RA$
Rexeitase H_0

Cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos dun 7% concluímos que a porcentaxe de universitarios galegos que practican algún deporte é inferior a 80%

b) $$I = \left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \, , \, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$$

$1-\alpha = 0{,}93$
$\alpha = 0{,}07$
$\frac{\alpha}{2} = 0{,}035$
$1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}965$

$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1-\frac{\alpha}{2}$
$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 0{,}965$
$z_{\alpha/2} = 1{,}81$

$$I = \left(0{,}73 - 1{,}81 \cdot \sqrt{\frac{0{,}73 \cdot 0{,}27}{200}} \, , \, 0{,}73 + 1{,}81 \cdot \sqrt{\frac{0{,}73 \cdot 0{,}27}{200}}\right)$$
$I = (0{,}6781 ; 0{,}7868)$

Con nivel de confianza do 95%, estimamos que a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte está entre o 67,81% e o 78,68%

(4) X = "peso das robalizas capturadas nun porto galego"
$X \sim N(\mu, 500)$
$n = 25$

a) $I = (2083 , 2517)$

$\bar{X} = \frac{2517+2083}{2} = 2300$

$E = \frac{2517-2083}{2} = 217$

$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$217 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{500}{\sqrt{25}}$

$z_{\alpha/2} = 2{,}17$

$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2$
$P(Z \leq 2{,}17) = 0{,}985$
$1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}985$
$\frac{\alpha}{2} = 0{,}015$
$\alpha = 0{,}03$
$1-\alpha = 0{,}97$

O peso medio das robalizas é 2300 gr e o nivel de confianza co que se constrúe o intervalo é 97%

b) $\mu_0 = 2500$
$\bar{x} = 2300$
$n = 25$
$\alpha = 0{,}04$
$1-\alpha = 0{,}96$

• Test
$H_0: \mu \geq 2500$
$H_1: \mu < 2500$

• Rexión aceptación
contraste unilateral esquerdo
Rexión aceptación: $(-z_\alpha, \infty)$
$P(z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$
$P(z \leq z_\alpha) = 0{,}96$
$z_\alpha = 1{,}75$
RA: $(-1{,}75 \,;\, \infty)$

• Estatístico
$$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{2300-2500}{\frac{500}{\sqrt{25}}} = -2$$
$-2 \notin RA$
Rexeitase H_0

Cos datos da mostra e cun risco que equivocarnos dun 4% concluimos que o peso medio das robalizas é inferior ao que afirman os pescadores.

(5) X = "puntuación do coeficiente intelectual"
$X \sim N(100, 16)$

a) $n = 25$
$\bar{X} \sim N\left(100, \frac{16}{\sqrt{25}}\right) = N(100, 3{,}2)$ por el teorema central del límite

$P(\bar{X} > 108) = P(z > 2{,}5) = 1 - P(z < 2{,}5) = 1 - 0{,}9938 = 0{,}0062$

A probabilidade de que a puntuación media do CI sexa superior a 108 é 0,0062

b) $n = 400$
$\bar{x} = 101$
$\mu_0 = 100$
$\alpha = 0{,}06$
$1-\alpha = 0{,}94$
$\sigma = 16$

• Test
$H_0: \mu \leq 100$
$H_1: \mu > 100$

• Rexión aceptación
contraste unilateral dereito
Rexión aceptación $(-\infty, z_\alpha)$
$P(z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$
$P(z \leq z_\alpha) = 0{,}94$ $\quad z_\alpha = 1{,}555$
RA: $(-\infty, 1{,}555)$

• Estatístico
$$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{101-100}{16/\sqrt{400}} = 1{,}25$$
$z \in RA$
Acéptase H_0

Cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos do 6% concluímos que a puntuación media do test non supera os 100 puntos, tal e como afirma o estudio.

(6) p = "proporción de demandas que se resolven nunha compañía de seguros antes dos 30 días"

$p_0 = 0{,}9$
$\hat{p} = \frac{102}{120} = 0{,}85$
$n = 120$

a) • Test
$H_0: p \geq 0{,}9$
$H_1: p < 0{,}9$

b) $\alpha = 0{,}05$
$1-\alpha = 0{,}95$

contraste unilateral esquerdo
RA: $(-z_\alpha, \infty)$
$P(z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$
$P(z \leq z_\alpha) = 0{,}95$
$z_\alpha = 1{,}645$
RA: $(-1{,}645 \,;\, \infty)$

Estatístico
$$z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}85-0{,}9}{\sqrt{\frac{0{,}9 \cdot 0{,}1}{120}}} = -1{,}83$$

$z \notin RA$ rexeitase H_0

cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos do 5% concluímos que a porcentaxe de demandas que resolve a compañía en 30 días é menor do 90%

$\alpha = 0{,}01$

$1-\alpha = 0{,}99$

contraste unilateral esquerdo

RA: $(-z_\alpha, \infty)$

$P(Z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(Z \leq z_\alpha) = 0{,}99$

$z_\alpha = 2{,}33$

RA: $(-2{,}33, \infty)$

$z = -1{,}83$

$z \in RA$ acéptase H_0

Non chegariamos a mesma conclusión, xa que cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos dun 1% concluiriamos que a porcentaxe de demandas que resolve a compañía en 30 días é de polo menos o 90%

7. p = "porcentaxe de lesións de xeonllo entre futbolistas que xogan sobre céspede e calzan botas convencionales"

$p_0 = 0{,}05$

$\hat{p} = \frac{20}{250} = 0{,}08$

$n = 250$

a) • Test

$H_0: p < 0{,}05$

$H_1: p \geq 0{,}05$

b) $\alpha = 0{,}05$

$1-\alpha = 0{,}95$

contraste unilateral dereito

RA: $(-\infty, z_\alpha)$

$P(Z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(Z \leq z_\alpha) = 0{,}95$

$z_\alpha = 1{,}645$

RA: $(-\infty, 1{,}645)$

Estatístico

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}08 - 0{,}05}{\sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{250}}} = 2{,}18$$

$z \notin RA$

cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos do 5% concluímos que a porcentaxe de lesións de xeonllo con botas convencionales supera á de tales lesión xogando co novo modelo

$\alpha = 0{,}01$

$1-\alpha = 0{,}99$

contraste unilateral dereito

RA: $(-\infty, z_\alpha)$

$P(Z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(Z \leq z_\alpha) = 0{,}99$

$z_\alpha = 2{,}33$

RA: $(-\infty, 2{,}33)$

$z = 2{,}18$

$z \in RA$ acéptase H_0

Non chegariamos a mesma conclusión, xa que cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos dun 1% concluiriamos que a porcentaxe de lesións de xeonllo con botas convencionales non supera á de tales lesións xogando co novo modelo.

⑧ X = " tempo (h) que os mozos están conectados á Rede"

$X \sim N(60, 15)$

$\mu_0 = 60$ $\quad \bar{X} = 62$ $\quad n = 400$

a) $\alpha = 0{,}02$

$1-\alpha = 0{,}98$

• Test

$H_0: \mu \leq 60$

$H_1: \mu > 60$

• Rexión aceptación

Contraste unilateral dereito

$RA: (-\infty, z_\alpha)$

$P(z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(z \leq z_\alpha) = 0{,}98$ $\quad z_\alpha = 2{,}05$

$RA: (-\infty, 2{,}05)$

• Estatístico

$$z = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{62-60}{15/\sqrt{400}} = 2{,}67$$

$z \notin RA$

Rexeitase H_0

Cos datos da mostra e cun risco de equivocarnos do 2%, concluímos que o tempo medio mensual que dedican os xóvenes actualmente, a conectarse á Rede aumentou

b) $1-\alpha = 0{,}98$

$\alpha = 0{,}02$

$\frac{\alpha}{2} = 0{,}01$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}99$

$P(z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0{,}99$

$z_{\alpha/2} = 2{,}33$

$$I = \left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \ \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$I = \left(62 - 2{,}33 \cdot \frac{15}{\sqrt{400}}, \ 62 + 2{,}33 \ \frac{15}{\sqrt{400}}\right)$$

$$I = (60{,}25 \ ; \ 63{,}75)$$

Estimase con 95% de confianza, que a media de horas mensuais que os xóvenes dedican actualmente a conectarse á Rede está entre 60,25 y 63,75 horas

⑨

X = " nº de unidades que contine cada dósis de un medicamento"

$\mu_0 = 10000$

$\bar{x} = 9940$

$\sigma = 120$

$1-\alpha = 0{,}992$

• Test

$H_0: \mu \geq 10.000$

$H_1: \mu < 10.000$

• Región aceptación

$P(z < z_\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(z < z_\alpha) = 0{,}992$

$z_\alpha = 2{,}41$

$RA: (-2{,}41 ; \infty)$

• Estadístico

$$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$z = \frac{9940-10000}{120/\sqrt{100}} = -5$$

$-5 \notin RA$

Se rechaza H_0

Con los datos de la muestra y con un riesgo de equivocarnos de un 0,8% concluimos que el número de unidades que contiene cada dosis de un medicamento es inferior a 10.000.

⑩

p = " porcentaje de eficacia de la acupuntura"

$p_0 = 0{,}9$

$\hat{p} = \frac{37}{49} = 0{,}755$

$n = 49$

$\alpha = 0{,}015$

$1-\alpha = 0{,}985$

• Test

$H_0: p \geq 0{,}9$

$H_1: p < 0{,}9$

• Región aceptación

$(-z_\alpha, \infty)$

$P(z < z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(z < z_\alpha) = 0{,}985$

$z_\alpha = 2{,}17$

$RA: (-2{,}17 ; \infty)$

• Estadístico

$$z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

$$z = \frac{0{,}755-0{,}9}{\sqrt{\frac{0{,}9 \cdot 0{,}1}{49}}} = -3{,}38$$

$-3{,}38 \notin RA$

Se rechaza H_0.

Con los datos de la muestra y con un riesgo de equivocarnos de un 1,5% concluimos que la acupultura no es eficaz en el 90% de los casos, sino que es inferior.

11

$n = 80$

$p_0 = 0{,}5$

$p_1 = \frac{45}{80} = 0{,}5625$

$\alpha = 0{,}039$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9805$

• Test

$H_0: p = 0{,}5$

$H_1: p \neq 0{,}5$

• Región aceptación

$(-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2})$

$P(Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(Z < z_{\alpha/2}) = 0{,}9805$

$z_{\alpha/2} = 2{,}06$

$(-2{,}06 ; 2{,}06)$

• Estadístico

$$Z = \frac{0{,}5625 - 0{,}5}{\sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{80}}} = 1{,}11$$

$Z \in RA$

Aceptamos H_0.

Con los datos de la muestra y un riesgo de equivocarnos de un 3,9% afirmamos que la moneda no está trucada.

12

p = " proporción de clientes muy satisfechos"

$n = 608$

$\hat{p} = \frac{371}{608} = 0{,}61$

$p_0 = 0{,}6$

$\alpha = 0{,}054$

$1 - \alpha = 0{,}946$

• Test

$H_0: p \geq 0{,}6$

$H_1: p < 0{,}6$

• Región aceptación

Contraste unilateral izquierdo

Rexión aceptación: $(-z_\alpha, \infty)$

$P(Z \leq z_\alpha) = 1 - \alpha$

$P(Z \leq z_\alpha) = 0{,}946$

$z_\alpha = 1{,}61$

RA: $(-1{,}61 ; \infty)$

• Estadístico

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}61 - 0{,}6}{\sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{608}}} = 0{,}5$$

$0{,}5 \in RA$

Se acepta H_0.

Con los datos de la muestra y con un riesgo de equivocarnos de un 5,4% concluimos que la proporción de clientes muy satisfechos es superior al 60%.

13

p = "porcentaje de personas que podrían haber esperado y no ir a urgencias"

$p_0 = 0{,}3$

$\hat{p} = \frac{90}{120} = 0{,}75$

$n = 120$

$\alpha = 0{,}01$

$1 - \alpha = 0{,}99$

a) $H_0: p \geq 0{,}3$

$H_1: p < 0{,}3$

H_0: no mejoró la situación

H_1: sí mejoró la situación

Aceptar H_0 cuando es falsa

↳ Error tipo II

b) Región aceptación

Contraste unilateral izquierdo

Rexión aceptación: $(-z_\alpha, \infty)$

$P(Z \leq z_\alpha) = 1 - \alpha$

$P(Z \leq z_\alpha) = 0{,}99$

$z_\alpha = 2{,}33$

RA: $(-2{,}33 ; \infty)$

• Estadístico

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}75 - 0{,}3}{\sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{120}}} = 10{,}28$$

$10{,}28 \in RA$ Se acepta H_0

Con los datos de la muestra y un riesgo de equivocarnos de un 1% concluimos que la situación en urgencias no ha mejorado.

(14)

X = " longitud de una pieza"

$\mu_0 = 12$

$\bar{x} = 11{,}5$

$\sigma = 1$

$n = 25$

$\alpha = 0{,}056$

$1-\alpha = 0{,}944$

• Test

$H_0: \mu = 12$

$H_1: \mu \neq 12$

• Región aceptación

Contraste bilateral

$P(Z < Z\alpha) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(Z < Z\alpha) = 0{,}972$

$Z\alpha = 1{,}91$

$RA: (-1{,}91 ; 1{,}91)$

• Estadístico

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$z = \frac{11{,}5 - 12}{1/\sqrt{25}} = -2{,}5$$

$-2{,}5 \notin RA$

Se rechaza H_0

Sol: Con los datos de la muestra y con un riesgo de equivocarnos de un 5,6% concluimos que la máquina no está funcionando correctamente.

b) $I = (\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$P(Z < Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(Z < Z_{\alpha/2}) = 0{,}95$

$Z_{\alpha/2} = 1{,}645$

$I = (11{,}5 - 1{,}645 \cdot \frac{1}{\sqrt{25}} , 11{,}5 + 1{,}645 \cdot \frac{1}{\sqrt{24}})$

$I = (11{,}17 ; 11{,}83)$

(15) X = " Horas semanales que dedican los universitarios de cierto país al estudio"

$\sigma = 7$

$\bar{x} = 30$

$n = 200$

$1-\alpha = 0{,}89$

$\alpha = 0{,}11$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}945$

a) $I = (\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$P(Z < Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$P(Z < Z_{\alpha/2}) = 0{,}945$

$Z_{\alpha/2} = 1{,}6$

$I = (30 - 1{,}6 \cdot \frac{7}{\sqrt{200}} , 30 + 1{,}6 \cdot \frac{7}{\sqrt{200}})$

$I = (29{,}21 ; 30{,}79)$

b) • Test

$H_0: \mu \leq 35$

$H_1: \mu > 35$

• Región de aceptación

Contraste unilateral derecho

$RA: (-\infty, Z\alpha)$

$P(Z < Z\alpha) = 1 - \alpha$

$P(Z < Z\alpha) = 0{,}9457$

$Z\alpha = 1{,}6$

$RA: (-\infty ; 1{,}6)$

• Estadístico

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{30 - 35}{7/\sqrt{200}} = -10{,}1$$

$z \in RA$

Se acepta H_0

Con los datos de la muestra y un riesgo de equivocarnos de un 5,43% concluimos que los estudiantes universitarios estudian menos de 35h.

Soluciones : Boletín repaso contrastes

① $p =$ " proporción de clientes que causará baja en la nueva entidad "

$p = 0{,}05$

$\hat{p} = 1 - \frac{370}{400} = 0{,}075$

$n = 400$

$\alpha = 0{,}055$

$1 - \alpha = 0{,}945$

· Test

$H_0 : p \leq 0{,}05$

$H_1 : p > 0{,}05$

· Región aceptación

Contraste unilateral derecho

RA: $(-\infty, z_\alpha)$

$P(Z < z_\alpha) = 1 - \alpha$

$P(Z < z_\alpha) = 0{,}945$

$z_\alpha = 1{,}6$

RA: $(-\infty ; 1{,}6)$

· Estadístico

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

$$t = \frac{0{,}075 - 0{,}05}{\sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{400}}} = 2{,}29$$

$2{,}29 \notin RA$

Se rechaza H_0

Con los datos de la muestra y un riesgo de equivocarnos de un 5,5% concluimos que la proporción de bajas con la nueva entidad es superior al 5%.

b)

Error tipo I → Rechazar H_0 pese a ser verdadera

Concluir que el porcentaje de personas que se dan de baja es superior al 5% cuando es inferior.

Error tipo II → Aceptar H_0, pese a ser falsa.

Concluir que el porcentaje de personas que se dan de baja es inferior al 5% cuando es superior.

②

$X =$ " nº de telespectadores de un programa semanal de televisión "

$X \sim N(\mu ; 0{,}5)$ $\quad n = 10 \quad \bar{x} = 6{,}54$

a) $I = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$P(Z < z_\alpha) = 1 - \alpha/2$

$P(Z < z_\alpha) = 0{,}955$

$z_\alpha = 1{,}7$

$1 - \alpha = 0{,}91$

$\alpha = 0{,}09$

$\frac{\alpha}{2} = 0{,}045$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}955$

$I = \left(6{,}54 - 1{,}7 \cdot \frac{0{,}5}{\sqrt{10}} , 6{,}54 + 1{,}7 \cdot \frac{0{,}5}{\sqrt{10}} \right)$

$I = (6{,}27 ; 6{,}81)$

b) · Test

$H_0 : \mu \geq 7$

$H_1 : \mu < 7$

· Región aceptación

Contraste unilateral izquierdo

RA: $(-z_\alpha, \infty)$

$P(Z < z_\alpha) = 0{,}91$

$z_\alpha = 1{,}34$

RA: $(-1{,}34 ; \infty)$

· Estadístico

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$z = \frac{6{,}54 - 7}{0{,}5/\sqrt{10}} = -2{,}9$$

$-2{,}9 \notin RA$

Se rechaza H_0

Con los datos de la muestra y con un riesgo de equivocarnos de un 9% concluimos que el nº de telespectadores de un programa semanal es inferior a 7 millones.

c) En el apartado a) concluimos que el número de telespectadores está entre 6,27 y 6,81 millones, un número inferior a 7 millones, que es la conclusión que obtenemos en el apartado b).

3

X = " Renta por persona de un ciudadano en un país "

$X \sim N(10840; 2700)$

$n = 100$

$\bar{x} = 10500$

$\alpha = 0{,}01$

· Test

$H_0: \mu \geq 10840$

$H_1: \mu < 10840$

· Región aceptación

contraste unilateral izquierdo

$RA: (-z_\alpha, \infty)$

$P(z \leq z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(z \leq z_\alpha) = 0{,}9$

$z_\alpha = 2{,}33$

$RA: (-2{,}33; \infty)$

· Estadístico

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$z = \frac{10500-10840}{2700/\sqrt{100}} = -2{,}52$$

$-2{,}52 \notin RA$

Se rechaza Ho

Con los datos de la muestra y un riesgo de equivocarnos de un 1% concluimos que la renta por persona en ese país en la administración es inferior a 10840 €.

4 p = " porcentaje de ciudadanos a favor de la central de tratamiento de residuos "

$p_0 = 0{,}1$ $\alpha = 0{,}06$

$\hat{p} = \frac{14}{100} = 0{,}14$ $1-\alpha = 0{,}94$

$n = 100$

a) Test

$H_0: p \leq 0{,}1$

$H_1: p > 0{,}1$

Si el porcentaje aumentó y es falso

Rechazar Ho siendo verdadera

Error tipo I

b) · Región aceptación

contraste unilateral izquierdo

$RA: (-z_\alpha, \infty)$

$P(z < z_\alpha) = 1-\alpha$

$P(z < z_\alpha) = 0{,}94$

$z_\alpha = 1{,}555$

$RA: (-1{,}555; \infty)$

· Estadístico

$$z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

$$z = \frac{0{,}14-0{,}1}{\sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 0{,}9}{100}}} = 1{,}33$$

$1{,}33 \in RA$

Se acepta Ho.

Con los datos de la muestra y un riesgo de equivocarnos de un 6% concluimos que el porcentaje de personas a favor de la central ha disminuido