

Unidade 3 – Inferencia Estatística – Exercicios ADICIONAIS

Estimación de parámetros estadísticos		
Media A media da variable X na poboación é μ A media da variable X na mostra é $\bar{X}$ $\bar{X} = \sum x_i \cdot p_i$	Proporción A proporción da caract. C na poboación é p A proporción da caract. C na mostra é $\hat{p}$ $\hat{p} = 1/n \sum x_i$	Desviación típica A DT de X na poboación é σ A DT de X na mostra é S_{n-1} NON SE ESTUDA EN BACH
Teorema Central do Límite		
Distribución da media na mostraxe X é VA de calquera tipo medida nunha poboación. O tamaño da mostra é n. Entón: $\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = \mu$; $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$		
Se $n > 30$, $\bar{X}$ é aproximadamente unha VA normal: $n > 30 \Rightarrow \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$	Se X é normal, entón $\bar{X}$ tamén é VA normal $X \sim N(\mu, \sigma) \Rightarrow \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$	Se $X = \text{"Éxitos nunha mostra n"}$ entón $\hat{p} = \frac{X}{n}$ é VA normal Se $X \sim B(n, p)$ entón $\hat{p} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$
Intervalos de confianza		
$1 - \alpha$ é o nivel de confianza α é o nivel de significación $\alpha/2$ é a probabilidade da cola	Valor crítico $z_{\alpha/2}$ é o valor $N(0,1)$ que ten unha probabilidade acumulada de $1 - \alpha/2$: $P(Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$	Intervalos característicos $I_\alpha = [-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}]$ $P(-z_{\alpha/2} \leq Z \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha = P(Z \in I_\alpha)$
Intervalo de confianza para a media $I = (\bar{X} - E, \bar{X} + E) =$ $= \left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ sendo $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ o erro característico	Intervalo de confianza para a proporción $I = (\hat{p} - E, \hat{p} + E) = \left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}} \right)$ sendo $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$ o erro característico e sendo $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot (1 - 0,5)}{n}}$ o erro se $\hat{p}$ é descoñecida	

Problemas de PAU de Galicia [2016-2001]

O temario destas convocatorias era un pouco máis amplo que na actualidade e para facer algúns apartados destes exercicios hai que incluír algún coñecemento adicional que xa non forma parte do currículo (contrastes de hipóteses).

[38] xuño 2016, opción A - Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio non superior a 13 milímetros, que é o tope admitido polo laboratorio. Sábese que o diámetro dos comprimidos do fabricante segue unha distribución normal con desviación típica 0,6 milímetros. O laboratorio comproba unha mostra aleatoria de 100 comprimidos dese fabricante e obtén que o diámetro medio é 13,12 milímetros.

a) Calcula un **intervalo do 95% de confianza para o diámetro medio** dos comprimidos dese fabricante. Interpreta o intervalo obtido

[39] setembro 2016, opción A - Un estudo revela que polo menos o 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. Elexida unha mostra aleatoria de 200 universitarios galegos comprobouse que 146 deles practican algún deporte.

A partir da mostra dada, calcula un **intervalo do 95% de confianza para a proporción** de universitarios galegos que practican algún deporte. Interpreta o intervalo obtido.

40 setembro 2016, opción B - O peso das robalizas capturadas polos pesqueiros dun porto da costa galega distribúese normalmente con media μ e desviación típica $\sigma = 500$ gramos. Elíxese unha mostra aleatoria de 25 robalizas do devandito porto.

a) Obtense o **intervalo de confianza** (2083, 2517) **para a media μ** . Calcula o peso medio das robalizas da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.

41 setembro 2015, opción A - O tempo de conexión a Internet dos clientes dun cibercafé segue unha distribución normal de media μ e desviación típica $\sigma = 20$ minutos. Unha mostra aleatoria de 64 clientes deu como resultado o **intervalo de confianza** (84'4, 95'6) **para o tempo medio** de conexión a Internet dos clientes do cibercafé.

a) Calcula o valor observado da media mostral.

b) Calcula o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.

42 setembro 2015, opción B - Certa enfermidade parece afectar máis aos homes. Un estudo realizado nun hospital establece un **intervalo** do 95'44% **de confianza**, (0'58, 0'62), **para a proporción** de homes con esa enfermidade.

a) ¿Cal é a proporción mostral observada de homes con esa enfermidade, segundo o devandito estudo?

b) ¿Cal é o tamaño de mostra que se utilizou nese estudo?

43 setembro 2014, opción A - A proporción de mulleres dunha poboación portadoras de hemofilia é descoñecida. Para estimala elíxese unha mostra aleatoria de 500 mulleres entre as que se encontran 80 portadoras da enfermidade.

a) Calcula un **intervalo** do 95% **de confianza para a proporción** de mulleres portadoras de hemofilia desa poboación.

b) Supoñendo que aínda non se tomou a mostra e queremos facer a estimación cometendo un erro non superior ao 2%, cun 95% de confianza, ¿de que tamaño debería ser a devandita mostra?

44 setembro 2014, opción B - Nun estudo sociolóxico afirmábase que o tempo medio que os mozos están conectados á Rede non supera as 60 horas mensuais. Deséxase contrastar se actualmente segue en vigor ese estudo e, para iso, entrevístanse 400 mozos seleccionados ao azar e obtense que o tempo medio é de 62 horas. Supoñemos que o tempo dedicado polos mozos a conectarse á Rede segue unha distribución normal, de desviación típica 15 horas mensuais. Usando a información recollida na mostra, calcula o **intervalo** do 95% **de confianza para o tempo medio** mensual dedicado actualmente pola poboación de mozos a conectarse á Rede.

45 xuño 2013, opción B - Un estudo sobre o hábito de fumar entre os habitantes adultos dunha cidade informa que o **intervalo da proporción** de fumadores se estima entre un 30% e un 40%.

a) Determina a proporción mostral de fumadores observada, segundo o devandito estudo.

b) O estudo engade que os datos obtéñenos dunha enquisa aleatoria realizada a 364 habitantes adultos da cidade, ¿cal é entón o nivel de confianza do devandito intervalo de estimación da proporción de fumadores?

46 setembro 2013, opción A - En certo país, a renda anual familiar segue unha distribución normal de media 16260 euros e desviación típica 6320 euros. Un estudo realizado con 200 familias elixidas ao azar nunha comarca proporcionou unha renda media de 15308 euros. Supoñendo que se mantén a desviación típica

a) calcula un **intervalo de confianza** do 95% **para a renda media** anual das familias da comarca.

47 setembro 2013, opción B - Nun estudo sobre hixiene dental, a porcentaxe de nenos que presentaron indicios de carie utilizando un dentífrico tradicional foi de, polo menos, o 10%. Nun grupo de 500 nenos elixidos aleatoriamente que utilizaron un novo dentífrico, presentaron indicios de carie 35 deles.

a) Calcula un **intervalo** do 95% **de confianza para a proporción** de nenos con indicios de carie utilizando o novo dentífrico

48 setembro 2012, opción B -

- a) Quérese estimar a porcentaxe de españois que, tendo dereito a voto, non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. ¿Cal debe ser o tamaño da mostra para garantir unha marxe de erro non superior ao 2'5% cun nivel do 95% de confianza?
- b) Selecciónase unha mostra aleatoria de 1540 españois con dereito a voto e deles 693 aseguran que non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a porcentaxe de españois con dereito a voto que non votarán nas citadas eleccións. ¿Que erro máximo se está a cometer nesta estimación?

49 xuño 2010, opción A - O peso (en gramos) dos polos que chegan a un matadoiro segue unha distribución normal cunha desviación típica de 320 gramos.

- a) Se se estableceu o intervalo (2990, 3130) como intervalo de confianza para a media μ a partir dunha mostra de 64 polos, ¿cal é o valor da media mostral $\bar{x}$?, ¿con que nivel de confianza se construíu o intervalo?
- b) ¿Cantos polos deberíamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 97%?

50 xuño 2010, opción B

- a) As puntuacións dun test de aptitude feito aos alumnos dun centro de ensino seguen unha distribución normal $N(1000, 600)$. Calcula a probabilidade de que a puntuación media, para unha mostra de 64 alumnos, estea comprendida entre 964 e 1036 puntos.
- b) ¿Cantos alumnos deberíamos seleccionar, como mínimo, para garantir cun 99,5% de confianza unha estimación da puntuación media de todos os alumnos do centro, cun erro non superior a 150 puntos?

51 setembro 2010, opción A - Un equipo da garda civil de tráfico fai controis de velocidade nunha travesía dunha determinada poboación. Sábese que a variable velocidade en travesía (en km/h) segue unha distribución normal con media μ e desviación típica σ .

- a) Tras controlar o paso de 100 vehículos, dinnos que “a velocidade media en travesía, μ , toma valores entre 56,08 km/h e 63,92 km/h co 95% de confianza”. Con esta información calcula σ e o valor da media da mostra $\bar{x}$.
- b) Se tomamos como $\mu = 60$ km/h e co valor de $\sigma = 20$ km/h, calcula a porcentaxe de mostras de 64 vehículos cuxa velocidade media supere os 65 km/h.

52 setembro 2010, opción B

- a) Se os salarios anuais dos traballadores de certa empresa se distribúen segundo unha $N(\mu, 1200)$, calcula un intervalo do 95% de confianza para o salario medio anual dos traballadores da empresa, se para iso se seleccionan ao chou 64 traballadores e se obtén que o seu salario medio anual é 26000 euros.
- b) ¿Que tamaño de mostra se necesita para garantir, cun 97% de confianza, unha estimación do salario medio anual dos traballadores da empresa, cun erro non superior a 200 euros?

53 xuño 2009 -

- a) A renda anual por familia para os residentes dun gran barrio, segue unha distribución $N(\mu, \sigma)$, sendo a renda media anual por familia, μ , 20000 euros. Coñecemos que, de 100 familias seleccionadas ao chou dese barrio, 67 teñen renda anual inferior a 20660 euros. ¿Cal é entón o valor da desviación típica σ ?
- b) Se a renda anual por familia segue unha distribución $N(20000, 1500)$, calcula a porcentaxe de mostras de 36 familias cuxa renda media anual supere os 19500 euros.
- c) ¿Que número de familias teríamos que seleccionar, como mínimo, para garantir, cun 99% de confianza, unha estimación da renda media anual por familia para todo o barrio, cun erro non superior a 300 euros?

54 setembro 2009 - Un deseñador industrial desexa estimar o tempo medio que tarda un adulto en ensamblar un certo tipo de xoguete. Por experiencias previas coñece que a variable tempo de ensamblaxe segue unha distribución normal, con media μ e desviación típica $\sigma = 5$ minutos.

- a) Seleccionada ao chou unha mostra de 64 adultos a súa media resultou ser de 20 minutos. ¿Entre que valores se atopa o tempo medio real de ensamblaxe, cunha confianza do 95%?
- b) Supoñamos que $\mu = 20$ minutos. Por razóns comerciais decide que cambiará o modelo de xoguete se o tempo medio de ensamblaxe, en mostras de 64 adultos, é superior a 21 minutos, ¿con que probabilidade tomará esa decisión?
- c) Calcula cantos adultos deberá seleccionar, como mínimo, para garantir, cun 95% de confianza, unha estimación de dito tempo medio cun erro máximo non superior a un minuto.

55 xuño 2008 - Nunha determinada poboación sábese que o valor da taxa diaria de consumo de calorías segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 400$ calorías.

- a) Se a media poboacional é $\mu = 1600$ calorías e se elixe ao chou unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, determinar a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías.
- b) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que “o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías”, ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

56 setembro 2008 - Sábese que o tempo de reacción fronte a certo estímulo dos individuos dun grupo a estudo segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 0,1$ segundos.

- a) Para unha mostra de 36 individuos dese grupo obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo.
- b) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0,02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

57 xuño 2007 - O gasto mensual (en euros) en electricidade por familia, para as familias de certa cidade, segue unha distribución normal de media μ descoñecida e desviación típica $\sigma = 25$ euros.

- a) A partir dunha mostra de 100 familias desa cidade, obtívose o intervalo de confianza (45, 55) para o gasto medio mensual por familia en electricidade. Determinar o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.
- b) ¿Que número de familias teríamos que seleccionar ao chou, como mínimo, para garantir, cun nivel de confianza do 99%, unha estimación do devandito gasto medio cun erro máximo non superior a 3 euros?

58 setembro 2007 - Nun determinado país sábese que a altura da poboación segue unha distribución normal con desviación típica de 10 cm.

- a) Se a media poboacional fose de 172 cm, calcular a probabilidade de que a media dunha mostra de 64 persoas estea comprendida entre 171 e 173 cm.
- b) Se a media dunha mostra de 64 persoas é de 173,5 cm, achar un intervalo de confianza para a media poboacional cun nivel de confianza do 99%.
- c) ¿Que tamaño de mostra se debe tomar para estimar a media da altura da poboación cun erro menor de 2 cm e cun nivel de confianza do 95%?

59 xuño 2006

a) O soldo, en euros, dos empregados dunha fábrica segue unha distribución normal de media $\mu = 1500$ euros e desviación típica $\sigma = 400$ euros. Elíxese ó chou unha mostra de 25 empregados desa fábrica, ¿cal é a probabilidade de que a media dos seus soldos estea comprendida entre 1420 e 1600 euros?

b) Se só coñecemos a desviación típica $\sigma = 400$ euros e descoñecemos a media μ dos soldos dos empregados desa fábrica, ¿que tamaño de mostra deberíamos tomar para estimar μ cun nivel de confianza do 95% se se admite un erro máximo de 100 euros?

60 setembro 2006 - Un fabricante de lámpadas de baixo consumo sabe que o tempo de duración, en horas, das lámpadas que fabrica segue unha distribución normal de media descoñecida e desviación típica 180 horas. C unha mostra de ditas lámpadas, elixida ó chou, e un nivel de confianza do 97%, obtivo para a media o intervalo de confianza (10072´1, 10127´9).

a) Calcular o valor que obtivo para a media da mostra e o tamaño de mostra utilizado.

b) Se se quere que o erro da súa estimación sexa como máximo de 24 horas e se utiliza unha mostra de tamaño 225, ¿cal será entón o nivel de confianza?

61 xuño 2005 - O peso dos alumnos de bacharelato dunha certa cidade ten unha media μ descoñecida e unha desviación típica $\sigma = 5,4$ kg. Tomamos unha mostra aleatoria de 100 alumnos de bacharelato desa cidade,

a) se a media da mostra é de 60 kg, calcular cun nivel de confianza do 99%, o intervalo de confianza para o peso medio μ de todos os alumnos de bacharelato da cidade,

b) faise a seguinte afirmación: “o peso medio dos alumnos de bacharelato desa cidade está comprendido entre 59 e 61 kg”, ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

62 setembro 2005 - Unha fábrica desexa coñecer o tempo que tarda en estragarse un produto que ten almacenado. Para isto, elixe unha mostra de 100 unidades, resultando un tempo medio de descomposición de 120 horas. Por experiencias anteriores coñécese que a desviación típica da variable normal tempo de descomposición é de 5 horas.

a) ¿Como se distribúe a variable tempo medio de descomposición para mostras de 100 produtos?

b) C un nivel de confianza do 95%, ¿entre que valores se atopa o tempo medio de descomposición para a totalidade do produto almacenado?

63 xuño 2004 - Sábese que o gasto semanal (en euros) en ocio para os mozos dunha certa cidade segue unha distribución normal con desviación típica σ coñecida.

a) Para unha mostra aleatoria de 100 mozos desa cidade, o intervalo de confianza ó 95% para o gasto medio semanal μ é (27, 33). Calcular a correspondente media mostral e o valor de σ .

b) Que número de mozos teríamos que seleccionar ó chou, como mínimo, para garantir, c unha confianza do 95%, unha estimación de dito gasto medio cun erro máximo non superior a 2 euros semanais?

64 setembro 2004 - Para determinar a idade promedio dos seus clientes, un fabricante de roupa para cabaleiro colle unha mostra aleatoria de 50 clientes e calcula a súa idade media $\mu = 36$ anos. Se se sabe que a variable idade segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 12$ anos, determinar,

a) cun 95% de confianza o intervalo da media de idade de todos os clientes.

b) se se desexa que a media da mostra non difira en máis de 2 anos da media da poboación, con probabilidade 0,95, ¿cantos clientes se deberían tomar como mínimo na mostra?

65 xuño 2001

a) A duración de certo tipo de motor é unha variable normal cunha media de 10 anos e desviación típica de 2 anos. O fabricante garante o bo funcionamento dos motores por un período de 13 anos. Qué porcentaxe de motores se espera que non cumpran a garantía?

b) Unha fábrica de conservas desexa coñecer o tempo que tarda en estragarse un produto que ten almacenado. Elixen unha mostra de 400 unidades, resultando que o tempo medio de descomposición destes produtos é de 172 horas. Por experiencias anteriores coñécese que a desviación típica da variable normal tempo de descomposición é de 5 horas. Cun nivel de confianza do 95%, entre qué valores se atopa o tempo medio de descomposición para a totalidade do produto almacenado?

66 setembro 2001 - Un supervisor someteu unha mostra de 16 fusibles a unha certa sobrecarga. Os tempos que tardaron en fundirse deron unha media de 10,63 minutos. Considerando que a variable “tempo que tarda en fundirse un fusible sometido a esa sobrecarga” é normal cunha desviación típica de 2,48 minutos, construír un intervalo de confianza para a media poboacional cun nivel de confianza do 95%. Cal debe ser o tamaño da mostra para que o erro na estimación da media sexa inferior a 1 minuto cun nivel de confianza do 95%?