

TEOREMAS DE CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

CONTINUIDAD

BOLZANO (De las Raíces)

- 1) Sea f continua en $[a, b]$
- 2) $f(a) \cdot f(b) < 0$

$$\Downarrow$$

$$\exists c \in (a, b) / f(c) = 0$$

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

La gráfica de f corta al eje X.
El teorema nos sirve para resolver de forma **aproximada** $f(x)=0$

CONSECUENCIAS: Teorema del Valor intermedio

“La función f alcanza todos los valores entre $f(a)$ y $f(b)$ ”
Si trasladamos f verticalmente, podemos resolver también $f(x)=k$ siendo k un n° entre $f(a)$ y $f(b)$

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

“Hay un punto en la gráfica mayor o igual que el resto de los del intervalo y viceversa, menor o igual”

WEIERSTRASS (Del Máximo-mínimo)

Sea f continua en $[a, b]$

\Downarrow
 f alcanza el **máximo** y el **mínimo** en $[a, b]$

DERIVABILIDAD

ROLLE

- 1) Sea f continua en $[a, b]$
- 2) f derivable en (a, b)
- 3) $f(a)=f(b)$

$$\Downarrow$$

$$\exists c \in (a, b) / f'(c) = 0$$

CONSECUENCIA

Entre dos raíces de la original siempre hay una raíz de la derivada.
 $f(a)=f(b)=0$

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

“Hay un punto c en el que la **tangente** es **paralela** a la **cuerda** que pasa por $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ ”

Caso particular de

LAGRANGE (Valor Medio del cálculo diferencial)

- 1) Sea f continua en $[a, b]$
- 2) f derivable en (a, b)

$$\Downarrow$$

$$\exists c \in (a, b) / f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

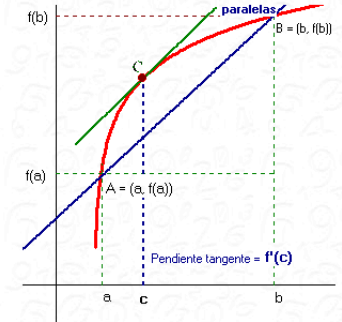
CONSECUENCIAS

Despejando $f(b)$ podemos aproximar el valor de una función usando la derivada.
 $f'(c)(b-a)+f(a) = f(b)$

si $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (a, b) \Rightarrow f$ es creciente
si $f'(x) < 0 \quad \forall x \in (a, b) \Rightarrow f$ es decreciente
si $f'(x) = 0 \quad \forall x \in (a, b) \Rightarrow f$ es constante

INTERPRETACIÓN Física: $TVM_{[a,b]} = TVI_c$

Vista geométrica del teorema del valor medio



Los teoremas pueden usarse en sentido afirmativo o negativo
 $A \Rightarrow B$ es lo mismo que $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$