

## UD 2: PROPORCIONALIDAD

### 1.- RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

**Magnitud:** es una cualidad o característica de un objeto que se puede medir.

**Ejemplo:** longitud, masa, volumen, n.º alumnos,...

Las magnitudes se expresan en unidades de medida

**Ejemplo:** lm, km, g, kg, l, n.º personas,...

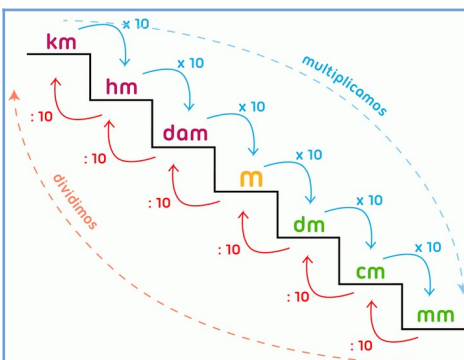
#### 1.1- Sistema métrico decimal

El **sistema métrico decimal** es un conjunto de unidades de medida para las magnitudes básicas

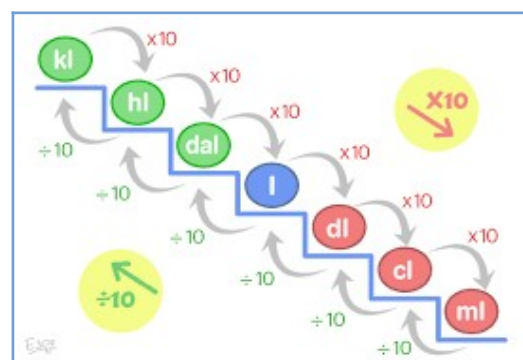
Magnitud	Unidad Fundamental	Múltiplos	Submúltiplos
Longitud	El metro	Kilómetro, hectómetro, decámetro	Decímetro, centímetro, milímetro
Capacidad	El litro	Kilolitro, hectolitro, decalitro	Decilitro, centilitro, mililitro
Peso	El gramo	Kilogramo, hectogramo, decagramo	Decigramo, centigramo, miligramo

#### 1.2- Cambios de unidades

##### Longitud



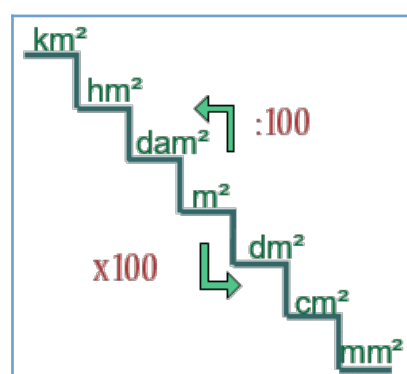
##### Capacidad



##### Peso



##### Superficie



## 2.- RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

La **razón** de los números a y b es la fracción  $\frac{a}{b}$

Una **proporción** es la igualdad de dos razones  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  y se lee a es a b como c es a d.

Para calcular el término desconocido en una proporción, se aplica esta propiedad de las fracciones

equivalentes  $\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \rightarrow a \cdot x = b \cdot c \rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$

- **Relación de proporcionalidad directa:**

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar (o dividir) una cierta cantidad de uno de ellos por un n.º, la cantidad correspondiente de la otra queda multiplicada (o dividida) por el mismo número.

**Ejemplo:**

N.º Cajas	1	2	3	4	5
Coste	6	12	18	24	30

La **constante de proporcionalidad** es el cociente entre dos valores correspondientes, siempre es el mismo.

**Ejemplo:**  $6:1=6$ ,  $12:2=6$ ,  $18:3=6$ ,  $24:4=6$ ,  $30:5=6$ .

- **Relación de proporcionalidad inversa:**

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar (o dividir) una cierta cantidad de uno de ellos por un n.º, la cantidad correspondiente de la otra queda dividida (o multiplicada) por el mismo número.

**Ejemplo:**

N.º perros	1	2	3	5	6
N.º días dura comida	30	15	10	6	5

La **constante de proporcionalidad** es el producto entre dos valores correspondientes, siempre es el mismo.

**Ejemplo:**  $30 \cdot 1=30$ ,  $2 \cdot 15=30$ ,  $3 \cdot 10=30$ ,  $5 \cdot 6=30$ ,  $6 \cdot 5=30$

## 3.- PORCENTAJES

- El **% o porcentaje** de un n.º que significa que si dividimos en 100 partes ese número, cogemos el % indicado.

$$9\% = \frac{9}{100} \rightarrow \text{cojo 9 de cada 100}$$

- **Cálculo de porcentajes:** Para calcular el % de una cantidad, se multiplica la cantidad por el % y se divide entre 100

$$20\% \text{ de } 50 = \frac{20 \cdot 50}{100} = 10$$

- **Relación entre porcentajes y proporciones:** Un % expresa la relación de proporcionalidad existente entre la parte que se toma de un total y el total.

**Ejemplo:** El 20% de las 180 habitaciones de un hotel están vacías ¿cuántas habitaciones hay vacías?

Total hab.		Hab. vacías	
100	_____	20	$x = \frac{180 \cdot 20}{100} = 36$ o también $20\% \text{ de } 180 = 36$
180	_____	x	

- **Porcentajes fracciones y números decimales:** Para pasar de **porcentaje a fracción**, basta con dividir por 100; para pasar de **fracción a decimal**, hacemos la división.

$$35\% = \frac{35}{100} = 0,35$$

#### 4.- PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

- **Reducción a la unidad:**

3 botes de mermelada pesan 600gr ¿cuánto pesan 4 botes?

n.º botes		peso
3	_____	600gr
1	_____	$600 : 3 = 200\text{gr}$
4	_____	$200 \cdot 4 = 800 \text{ gr}$

- **Fracciones equivalentes**

N.º botes	3	600
Peso (gr)	4	?

$$\frac{3}{4} = \frac{600}{?} \rightarrow \text{Para pasar de 3 a 600, multiplicamos por 200, entonces } 4 \cdot 200 = 800.$$

- **Reglas de tres directa**

n.º botes		peso	
3	_____	600	$\frac{3}{4} = \frac{600}{x} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 600}{3} = 800$
4	_____	x	

#### 5.- PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

- **Reducción a la unidad:**

Un granjero tiene pienso para alimentar a sus 3 vacas durante 10 días ¿cuánto le durará el pienso si tuviera 5 vacas?

n.º vacas		tiempo (días)
3	_____	10
1	_____	$10 \cdot 3 = 30$
5	_____	$30 : 5 = 6$

- **Reglas de tres inversa**

n.º vacas		tiempo (días)	
3	_____	10	$\frac{3}{5} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 5}{3} = 6 \text{ días}$
5	_____	x	

## 6.- PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

Llamamos proporcionalidad compuesta a aquellas situaciones en las que intervienen más de dos magnitudes ligadas

En un comedor escolar con 60 comensales se han consumido 36 kilos de verdura en 3 semanas. ¿Cuántos kilos de verdura se consumirán, en cuatro semanas, con 80 comensales?

Comensales		Tiempo (semanas)		Peso (kg)
60	_____	3	_____	36
80	_____	4	_____	x

$$\frac{60}{80} \cdot \frac{3}{4} = \frac{36}{x} \Rightarrow x = \frac{80 \cdot 4 \cdot 36}{60 \cdot 3} = 64$$

## 7.- REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Tres amigos adicionales al bricolaje alquilan un taladro para hacer arreglos en casa. El primero lo utiliza durante los días y se lo pasa al segundo, que lo tiene cinco días. Después lo recibe el tercero, que lo usa durante tres días y lo devuelve a la tienda. ¿Cuánto debe poner cada uno para pagar los 60€ que cuesta en total el alquiler?

Días	2	5	3	2+5+3=10
Coste	x	y	z	60

Veamos el coste por día  $60 : 10 = 6$  euros

El primero pagará  $\rightarrow 2 \cdot 6 = 12$  euros

El segundo pagará  $\rightarrow 5 \cdot 6 = 30$  euros

El tercero pagará  $\rightarrow 3 \cdot 6 = 18$  euros

## 8.- AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

- **Aumentos:** Aumentamos una cantidad un %

Las reservas de agua de un embalse han aumentado un 20% respecto a los del año pasado que eran 60 millones de litros ¿Cuáles son las reservas actuales?

**F1)** Vemos lo que aumentó  $20\% \text{ de } 60 = \frac{20 \cdot 60}{100} = 12$  millones de litros ha aumentado.

Entonces  $60 + 12 = 72$  millones de litros en total.

- F2)** Lo hacemos con reglas de 3

Reserva pasada		Reserva actual	
100	_____	120	$x = \frac{60 \cdot 120}{100} = 72$ millones litros.
60	_____	x	

- **Disminuciones:** Disminuimos una cantidad un %

Las reservas de agua de un embalse han disminuido un 20% respecto a los del año pasado que eran 60 millones de litros ¿Cuáles son las reservas actuales?

**F1)** Vemos lo que disminuyó  $20\% \text{ de } 60 = \frac{20 \cdot 60}{100} = 12$  millones de litros ha disminuido.

Entonces  $60 - 12 = 48$  millones de litros en total.

- F2)** Lo hacemos con reglas de 3

Reserva pasada		Reserva actual	
100	_____	80	$x = \frac{60 \cdot 120}{100} = 48$ millones litros.
60	_____	x	

## 9.- INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

- **Interés simple:**

capital  $\rightarrow C \rightarrow$  Cantidad depositada o prestada.

rédito  $\rightarrow r\% \rightarrow$  Porcentaje anual de beneficios.

tiempo  $\rightarrow t \rightarrow$  Periodo de duración del préstamo.

interés  $\rightarrow I \rightarrow$  Beneficio total obtenido.

- **Interés compuesto:**

Capital final, al cabo de n años, al depositar un capital C al r% anual  $\rightarrow C_F = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

Capital final, al cabo de k meses, al depositar un capital C al r% anual  $\rightarrow$

$$C_F = C \cdot \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^k$$