

Polinomios

1.- Escribe la expresión algebraica que describe los siguientes enunciados:

- a) El perímetro de un rectángulo de base a y altura b.
- b) El volumen de un prisma de base cuadrada de lado x y altura h.
- c) La propiedad distributiva de tres números reales a, b y c.
- d) El logaritmo en base a de b es c.

2.- Dado el polinomio $P(x)=x^2-2x-15$:

- a) Calcula $P(1), P(-1), P(0)$ y $P(1000)$
- b) ¿Para qué valores de x el valor numérico de $P(x)$ se hace 0 ?

3.- La trayectoria de una pelota de tenis viene dada por la expresión algebraica :

$H(t)=-t^2+7t+2,2$. Donde H es la altura de la pelota en metros y t es el tiempo en segundos.

- a) Indica el grado del polinomio y los monomios que lo forman.
- b) Halla la altura a la que se encuentra la pelota para $t=0s$, $t= 3s$ y $t= 7s$.

4.- Considera un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide la mitad que uno de los lados iguales. Llama x al lado menor y encuentra la expresión algebraica del perímetro y el área.

Operaciones Polinomios

5.- Dados los polinomios $P(x)=2x-1$, $Q(x)=-2x^2+3x-5$ y $R(x)=4x^3-3x^2+1$

Calcula:

- a) $P(x)-Q(x)$
- b) $P(x) \cdot Q(x)$
- c) $2x^2 \cdot P(x)-R(x)$
- d) $[P(x)-R(x)]^2$

6.- Desarrolla aplicando las identidades notables:

- a) $(3-4xy)^2$
- b) $(-b+7x^2)^2$
- c) $(3a+2\sqrt{b})^2$
- d) $(3x^2-4y) \cdot (3x^2+4y)$

7.- Expresa como una identidad notable:

- a) $9x^2+12x+4$
- b) $4x^2-20xy+25y^2$
- c) $4a^2-36b^4$

8.- Extrae el factor común:

a) $16x^3 + 24x^2$ b) $3xy^3 - 27x^3y^2$ c) $-3x^2z^2 - 6xz^3 - 9x^2z^4$ d) $4xy^5 - 2y^2z + x^2zy^2$

9.- Efectúa y simplifica:

a) $(2x-3)^2 + 2x(x+5)(x-5) - (x+1)^2 - 3(2x-5)(x^2-x+1)$

b) $-2x^4(x-1)^2 + (1+x^2)^2(x^2-x)$

c) $\frac{x^3}{5} - 5x^4 - \left[3(2x^2+x)^2 - x\left(x^2 - 2\frac{x^3}{3}\right) - 4 \right]$

10.- Demuestra que $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$

Ruffini

11.- Calcula el cociente y el resto mediante Ruffini:

a) $(x^3 + 4x + 6):(x-4)$

c) $(x^3 - 2x^2 + 4):(x+3)$

b) $(5x^4 - 3x^2):(x-2)$

d) $(x^2 + 2):(x+4)$

12.- Responde a las siguientes cuestiones:

a) El valor numérico de un polinomio se calcula...

b) Calcula el resto de la siguiente división $(-x^5 + 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 10x - 1):(x+1)$

c) ¿La suma de dos polinomios de grado 5 puede tener grado 4? Justifica tu respuesta poniendo un ejemplo.

Fracciones algebraicas

13.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas y escríbelas como fracciones irreducibles:

a) $A(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$

b) $B(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$

c) $C(x) = \frac{x^5 - x^3}{2x^3 + 4x^2 - 6x}$

d) $D(x) = \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2}{4x^3 + 16x^2}$

e) $E(x) = \frac{x^4 + 3x^3 - 4x}{x^4 + x^3 - 2x^2}$

f) $F(x) = \frac{2x^2 - 2}{3x^2 + 6x + 3}$

g) $G(x) = \frac{x^2 + 2ax + a^2}{mx + ma}$

h) $H(x) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$

i) $I(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$

Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

14. Calcula las soluciones de estas ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{x-4}{5} - 4(-2x+1) - \frac{(-4x+2)}{10} = 2(x-3) + \frac{5x+6}{2}$

b) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2-3x) = 8x-1 - 2(x+3)$

c) $\frac{6-2(x-3)}{7x} = -\frac{8}{4}$

d) $\frac{3(x-2)}{5} + 2(-3x+1) - \frac{2}{5} = \frac{16}{3} - \frac{4x-3}{15}$

15. Si al triple de un número le restas dicho número, resulta 30. ¿Cuál es ese número?

16. Ana pregunta a Sergio la edad que tiene y Sergio contesta: la mitad de mis años, más la tercera parte, más la cuarta parte, más la sexta parte de mis años suman los años que tengo más 6.

17. Calcula la cantidad de colesterol en mg recomendada por persona y día sabiendo que la suma de su quinta parte y su sexta parte es 40 mg menor que su mitad.

18. La medida de los tres lados de un triángulo son tres números consecutivos. Si el perímetro del triángulo es 12 cm, ¿cuánto mide cada lado?

19. Una persona hace las $5/3$ de un viaje en tren, los $8/7$ del resto en coche y los 26 Km. que quedan en bicicleta. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido?

20. Calcula tres números impares consecutivos cuya suma sea 21.

21. Marisa tiene 5 años más que su hermana Esther y cuando Esther tenga los años que ahora tiene Marisa las edades de ambas sumarán 35 años. ¿Qué edad tiene cada una ahora?

22. Un padre tiene 48 años y su hijo 25. Averigua cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el doble que la del hijo.

23. Juan le preguntó a María cuántos años tenía y ésta le respondió: "El doble de los años que tenía hace 15 años más los que tengo ahora son el triple de los que tenía hace 10 años". ¿Cuántos años tiene María?

24. Calcula las longitudes de los lados de un rectángulo, sabiendo que su perímetro es de 30 metros y que uno de los lados mide 3 metros menos que el otro.

25. Dos amigas, Inés y María, han ahorrado entre las dos 17 euros, pero a María le faltan 4 euros para tener el doble de dinero que su amiga Inés. ¿Cuánto dinero ha ahorrado cada una?

26. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado:

a) $\frac{3x^2}{2} - \frac{4x-1}{4} = \frac{2x(x-3)}{6} + \frac{17}{12}$

b) $3x^2 - 4x + 5(x^2 - 2) = \frac{3x(x-2)}{2} + 14$

c) $6x^2 - 1 + \frac{2x(-x+3)}{3} = \frac{5x^2 - 2}{6} - 4x^2 + \frac{59}{6}$

d) $\frac{3(-x+2)}{5} + 4x\left(\frac{-2x+1}{3}\right) = x(-3x+1) - \frac{1}{2}$

e) $\frac{3x-1}{5} = \frac{13}{4x+5}$

f) $(x+1)^2 - (x-1)^2 = 0$

g) $\frac{2x^2-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1-x}{6}$

h) $4(5x+1)^2 - 9 = 0$

i) $\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = \frac{5}{2}$

j) $\frac{(2x+5)(3x-1)}{3} + \frac{x^2+5}{2} = \frac{7x-5}{6} + 1$

k) $(x^2+5)(\sqrt{x}-3) = 0$

l) $x(9x^2-1)(2x+3) = 0$

m) $(x+5)(x-5) + 2(x^2+4) = 2x^2+8$

n) $x^2 + 3x - (x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

27. Halla el área de un triángulo equilátero de 10 cm de lado.

28. Halla el área de un rectángulo de 25 cm de diagonal y 15 cm de altura.

29. Halla el área de un triángulo isósceles de 8 cm de base y 12 cm de altura.

30. Halla el perímetro y el área de un rombo de diagonal mayor 16 cm y diagonal menor 12 cm.

31. Halla 2 números cuya diferencia sea 5 unidades sabiendo que la suma de sus cuadrados es 73 unidades.

32. Halla el radio de un círculo sabiendo que si lo aumentamos en 6 cm el área se hace 9 veces mayor.

33. Calcula el área de un cuadrado sabiendo que si su lado aumenta en 4 cm su área aumentaría en 80 cm².

34. Resuelve las siguientes ecuaciones de tipo exponencial:

a) $6^{3-x} = 216$	e) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$	i) $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$
b) $5^{2x-3} = \frac{1}{25}$	f) $3^x \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$	j) $4^x - 8 = 2^{x+1}$
c) $2^{5x-3} = \frac{1}{2}^{2-x}$	g) $\left(\frac{2}{5}\right)^{3-5x} = \left(\frac{25}{4}\right)^{3x-1}$	k) $2^{3+2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 1 = 0$
d) $3^{2x-7} \cdot 27 = 3^{5x}$	h) $2^3 \cdot 2^{x-5} = 0,25$	l) $\frac{1}{2^{x-3}} = 5 - 2^{x-1}$

35. Resuelve los siguientes sistemas por 2 métodos distintos cada uno:

a) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{2y}{3} = 6 \\ -\frac{x}{10} + \frac{5y}{6} = -6 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3(-2x+1) - 4y = 1 \\ 4x - 2(3y+1) = 8 \end{cases}$	c) $\begin{cases} y = -3x - 7 \\ y = 2x + 8 \end{cases}$
--	--	--

36. Resuelve estos sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 25 \\ x + y = 25 \end{cases}$	b) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ y^2 - 2x^2 = 7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x + y = 5 \end{cases}$
---	--	--

37. El día que se iban a repartir 4000 € entre varios socios faltaron 9, con lo que los presentes tocaron a 90 € más cada uno. ¿Cuántos socios son?

38. La diagonal de un marco de fotos rectangular mide 2 cm más que el lado mayor. Si el perímetro mide 46 cm, ¿cuánto miden los lados del marco?

39. Una empresa mezcla pasta de papel de baja calidad, que compra a 0,25€/kg, con pasta de papel de mayor calidad, de 0,40€/kg, para conseguir 50 kg de pasta de 0,31 €/kg. ¿Cuántos kilogramos utiliza de cada tipo de pasta?

40. La diferencia entre el triple de un número entero y la cuarta parte de otro es igual a 6. Además, la suma de los cuadrados de los dos números es igual a 145. ¿Cuáles son esos números?

41. La suma de las áreas de dos cuadrados es 90 m² y la suma de sus perímetros es 48 m. ¿Qué medida tiene el lado de cada cuadrado?

42. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 100 cm y su perímetro, 224 cm. ¿Cuánto miden sus catetos?

43. La edad del profesor de matemáticas es un número de dos cifras, cuya suma es 6 y, si se intercambian sus cifras, se obtiene otro número 18 unidades mayor que el inicial.

44. Camila piensa en dos números. La suma de los dos números es 20, y su producto es igual al cuadrado del mayor. ¿Qué números pensó Camila?

45. Se mezclan dos líquidos. La proporción de uno con respecto al otro es 2:3. El producto de los volúmenes usados es 450. ¿Cuánto se usó de cada?

Inecuaciones lineales

46. Resuelve estas inecuaciones:

a) $3(x-5) - 5 > 5(x+1) - 1$

c) $\frac{5x-2}{2} - 3(x-1) \geq \frac{x+6}{10}$

b) $x - 2(x+3) > -5 + 19x$

d) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+3}{3} \leq \frac{x+5}{6}$

e) $9 + 9x - 11 \geq x + 21$

f) $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x+4}{2} \leq \frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{4}$

g) $\frac{x-1}{7} + \frac{x+1}{3} - \frac{3x+5}{2} \geq \frac{2x-7}{6} + x$

h) $7x+1 \leq 3x-5(x+2)$

47. Luis ha sacado un 6,2 y 8,1 en los dos primeros exámenes de matemáticas. ¿Qué nota tiene que sacar en el examen que le queda si quiere obtener una media de al menos 7,5 en la asignatura?

48. Un carpintero tiene que colocar un rodapié en una habitación rectangular de 6 m de ancho y con un perímetro menor que 30 m. ¿Cuánto puede medir el largo de la habitación?

49. Las ofertas de dos compañías telefónicas son :

Compañía A: fibra + llamadas a fijos 40€/mes, llamadas a móviles 0,30€/min

Compañía B: fibra + llamadas a fijos 60€/mes, llamadas a móviles 0,20€/min

¿Cuántos minutos al mes se debe llamar a móviles para que sea más económica la compañía B? ¿Cuál es el coste de la factura en este caso?

50. Una empresa A de alquiler de coches cobra un fijo de 40€ más 0,30€ por km recorrido. Otra empresa B no tiene canon fijo, pero cobra 0,5€ por km recorrido. ¿Cuántos kilómetros deberemos recorrer para que sea más económica la empresa A?

51. ¿Cuáles son los números en los que su triple no sobrepasa a su doble en más de 20?

52. Una madre y su hija se llevan 25 años. ¿En qué período de sus vidas la edad de la madre excede en más de 10 años al doble de la edad de la hija?

Sistemas de inecuaciones lineales

53. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita de forma gráfica y expresa como intersección de intervalos las soluciones:

a) $x+5 \geq 1-x$ b) $x+1 < 3x+5$ c) $\frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{3} \geq x$ d) $5(x+1) - 3(x+2) \geq 0$
 $2x+3 \leq 0$ $2x-4 \geq 7-x$ $\frac{2x-1}{5} \geq x$ $3(x-6) < 0$

Inecuaciones lineales con dos incógnitas

54. Indica qué semiplano es la solución de las siguientes inecuaciones lineales con dos incógnitas:

a) $3x + 2y < 6$ b) $5x - 3y \leq 15$ c) $x + 4y \leq 0$ d) $-2x + 3y > 0$
e) $x - 2y < 5$ f) $x \leq y$ g) $3x + 6y - 8 < 0$ h) $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} > -1$
i) $\frac{x}{9} + \frac{2y}{12} > -2$ j) $x - 1 + y + 5 > -7$

Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas

55. Dado el siguiente sistema de inecuaciones, indica justificadamente si los siguientes pares de valores son o no soluciones del mismo:

$$x + y \leq 1$$

$$x - y > 1$$

a) $x = 0, y = 0;$ b) $x = 2, y = -1;$ c) $x = 2, y = 0;$

56. Da dos soluciones distintas que cumplan el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x + y \leq 2$$

$$x - y > 0$$

57. Un cine vende entradas para adultos a 6 € y para niños a 4 €. Una familia compra un total de **como máximo 10 entradas** y gasta **menos de 50 €**. Transforma esta situación en un sistema de inecuaciones con dos incógnitas.

58. Una fábrica produce dos tipos de sillas: **modelo A** y **modelo B**. Cada silla A requiere 2 horas de carpintería y 1 hora de pintura. Cada silla B requiere 1 hora de carpintería y 2 horas de pintura. La empresa dispone como máximo de **16 horas de carpintería y 12 horas de pintura** a la semana. Escribe el sistema de inecuaciones que representa esta restricción.

59. Una persona necesita consumir al menos **60 g de proteína** y al menos **80 g de carbohidratos** al día. Un alimento A contiene 10 g de proteína y 20 g de carbohidratos por porción. Un alimento B contiene 20 g de proteína y 10 g de carbohidratos por porción. Plantea un sistema de inecuaciones que modele esta situación.

60. Una empresa tiene un presupuesto de **máximo 800 €** para invertir en publicidad. Puede invertir en anuncios en redes sociales (x) y en televisión (y). Un anuncio en redes cuesta 40 €, y uno en TV cuesta 200 €. Además, la empresa desea emitir **al menos 2 anuncios en cada medio**. Plantea el sistema de inecuaciones correspondiente.

61. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas:

a) $x \geq 1$ b) $x - 1 \leq y$ c) $y < -2x + 4$ d) $x + y \leq 3$ $y - 8$

$$3x - 3y \leq 9 \quad x - y + 2 \geq 0 \quad y \geq x \quad y \geq 2x + 4$$

e) $x \geq 1$ f) $x + y \leq 3$ g) $x + y < 3$

$$x + y \leq 1 \quad 2x + 2y > 7 \quad x + 2y < 1$$

$$y \geq 1 \quad x < 4 \quad x \geq 0$$