

Funciones, límites, continuidad y asíntotas.

1.- Dada la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

- a) Calcula su dominio
- b) Calcula su inversa
- c) Comprueba que $f \circ f^{-1}(x) = x$

2.- Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 + 5x + 3}}{x^2 - 2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$

3.- Dada la siguiente función $f(x) = 5 - |2x - 6|$

- a) Estudia su continuidad
- b) Representa la función

4.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} 3x - b & x < 2 \\ 3 & x = 2 \\ -2x + 9 & x > 2 \end{cases}$

- a) Calcula b para que tenga límite en $x = 2$
- b) Después de hallar b estudia la continuidad de $f(x)$
- c) Si hay alguna discontinuidad indica el tipo

5.- Calcula todas las asíntotas de la siguiente función $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2}$

Derivadas

7.- Halla la derivada de las siguientes funciones usando la definición:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa -2

b) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ en el punto de abscisa 3

8.- Calcula la recta tangente a la curva $f(x) = \sqrt{x - 3}$ en los puntos de abscisas

a) $x=4$

b) $x=7$

9.- Calcula las siguientes derivadas:

a) $f(x) = \frac{5x}{x^2+4}$

b) $f(x) = \ln(x^5 - 3x) \cdot \operatorname{sen} x$

c) $f(x) = e^{\sqrt{7x^4 - \frac{1}{3}}}$

Aplicación derivadas

10.- Se desea construir una caja de base cuadrada, con tapa y con una capacidad de 80 dm³. Para la tapa y la superficie lateral se quiere utilizar un material que cuesta 2€/dm² y para la base otro que cuesta 3€/dm². Calcula las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

11.- Representa gráficamente la función $f(x) = \frac{x}{x^2-2}$ calculando

a) Dominio

b) Puntos corte con los ejes.

c) Asíntotas

e) Monotonía, máximos y mínimos.

f) Sabiendo que la derivada segunda es $f''(x) = \frac{2x \cdot (x^2-2) \cdot (x^2+6)}{(x^2-2)^4}$ estudia su curvatura y puntos de inflexión.

12.- Se desea construir una caja de base cuadrada, con tapa y con una capacidad de 80 dm³. Para la tapa y la superficie lateral se quiere utilizar un material que cuesta 2€/dm² y para la base otro que cuesta 3€/dm². Calcula las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

13.- Dibuja la gráfica de $f(x) = 1 + \frac{2}{(x-2)^2}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

14.- Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos relativos de la

función: $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

15.- Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x$$

Ecuaciones, inecuaciones y sistemas

16.- Resuelve el siguiente sistema por Gauss y clasifícalo.

$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ -2x + 3y - z = -6 \\ 2x - y + z = 4 \end{cases}$$

17.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{x+1} - \frac{16}{6} = \frac{x+1}{x}$ b) $\frac{3^{x^3+x^2-2}}{3^{2x^2-x}} = \frac{1}{3}$ c) $\log(x-2) - \frac{1}{2}\log(3x-6) = \log 2$

18.- Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{-x^2+5x}{x-2} \leq 0$

19.- Si aumentamos un lado de un cuadrado en 2 cm y los lados contiguos en 6 cm, se obtiene un rectángulo cuya área es 5 veces el área del cuadrado. Halla el perímetro del cuadrado.

20.- Una asesoría laboral tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. El próximo año quiere conseguir como clientes por lo menos a 5 empresas, y a un número de particulares que, como mínimo, debe superar en 4 a doble del número de empresas. Además, el número total de clientes anuales no debe superar los 40 clientes. Expresa las restricciones del problema y representa la solución.

21.- Una pastelera vendió 27 tartas. El número de las de Chocolate duplicó al de las de Nata y entre ambas excedieron en 3 unidades a las vendidas de Queso. ¿Cuántas tartas se vendieron de cada tipo? Resuélvelo usando Gauss.