Consideremos un sistema de m ecuaciones con n incógnitas:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots\dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right\}$$

para que las matrices de coeficientes y ampliada son, respectivamente:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots\dots\dots & a_{1n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots\dots\dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A/B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots\dots\dots & a_{1n} & b_1 \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots & b_2 \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots & \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots\dots\dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

El **teorema de Rouché- Frobenius** dice:

"La condición necesaria y suficiente para que un sistema de m ecuaciones y n incógnitas sea compatible (tenga solución) es que el rango de la matriz de coeficientes sea igual al rango de la matriz ampliada."

Rango(A) = Rango(A/B)

Si estudiamos los rangos de las matrices nos podemos encontrar con las siguientes situaciones:

$$\begin{cases} rango(A) = rango(A/C) ==> S.Compatible \begin{cases} rango(A) = n \quad S.C.Determinado \\ rango(A) < n \quad S.C.Indeterminado \end{cases} \\ rango(A) < rango(A/C) ==> S.Inconpatible \end{cases}$$

➔ Aplicación a ***Sistemas Homogéneos***:

Un sistema homogéneo tendrá siempre solución, ya que el rango de A siempre coincide con el de A/C, pues la última columna de la matriz ampliada son ceros.

"Un sistema homogéneo es siempre compatible"

La solución será única (la trivial) si rango(A) = número de incógnitas ➔ S.C. Determinado
y tendrá infinitas soluciones si rango(A) < número de incógnitas ➔ S.C. Indeterminado