UD1: NÚMEROS Y OPERACIONES

APARTADO 1: NÚMEROS NATURALES

Los **números naturales**, son los que utilizamos para contar elementos, el conjunto te todos los números naturales se denota por $\mathbb{N}$, $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,...\}$

1. OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS NATURALES

1.1- Suma

Sumar es unir, juntar, añadir 3 + 5 = 8. A los términos de una suma se les llama sumandos, el 3 y el 5 son sumandos.

La suma cumple las siguientes propiedades:

- Propiedad **conmutativa**: La suma no varía al cambiar el orden de los sumandos.
  3 + 5 = 5 + 3
- Propiedad **asociativa**: El resultado de la suma es independiente de la forma en que se agrupen los sumandos.
  (3 + 5) + 2 = 3 + (5 + 2)

1.2- Resta

Restar es quitar, suprimir, hallar lo que falta o lo que sobra; es decir, calcular la diferencia.
5 – 3 = 2
El 5 es el minuendo (M)
El 3 es el sustraendo (S)
El 2 es la diferencia (D)
Si sumamos el sustraendo y la diferencia nos da el minuendo D + S = M

1.3- Multiplicación

Multiplicar es una forma abreviada de realizar una suma repetida de sumandos iguales 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 · 6 = 18. A los términos de una multiplicación se les llama factores.

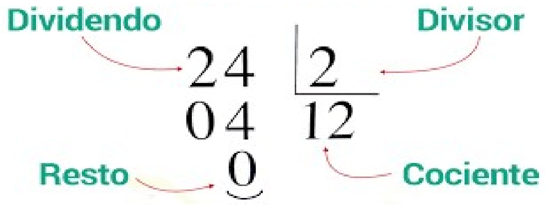
La multiplicación cumple las siguientes propiedades:

- **Conmutativa**: El producto no varía al cambiar el orden de los factores 3 · 6 = 6 · 3.
- **Asociativa:** El resultado de una multiplicación es independiente de la forma en que se agrupen los factores (3 · 5) · 2 = 3 · (5 · 2).

- **Distributiva**: El producto de un número por una suma (o resta) es igual a la suma (o resta) de los productos del número por cada sumando (3 + 5) · 2 = 3 · 2 + 5 · 2.

1.4- División

Dividir es repartir un todo entre varios, en partes iguales, para averiguar cuánto le toca a cada uno.



- Si la división es **exacta** (el resto es cero) entonces el dividendo es igual al divisor por el cociente.
- Si la división es **entera** (el resto no es cero) entonces el dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

2. OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS NATURALES

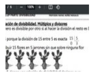
Al resolver expresiones con operaciones combinadas, debemos tener en cuenta una serie de normas:

1º Resolvemos los paréntesis
2º Resolvemos las multiplicaciones y divisiones
3º Resolvemos las sumas y las restas

APARTADO 2: FACTORES Y MÚLTIPLOS

2.1.- RELACIÓN DE DIVISIBILIDAD

Un número es **divisible** por otro si al hacer la división el resto es 0 (división exacta).



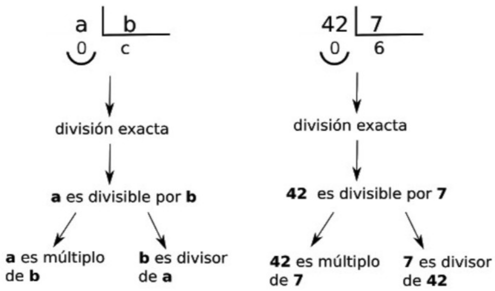
Por ejemplo, 15 es divisible por 5, porque la división 15:5 es exacta

Puedo repartir 15 bolígrafos en 5 lapiceros y no sobra ninguno.

Cuando dos números tienen una relación de divisibilidad decimos que :

- El mayor es **múltiplo** del menor
- El menor es **divisor** del mayor

En nuestro ejemplo, 15 es múltiplo de 5 y 5 es divisor de 15.



2.2.- MÚLTIPLOS Y DIVISORES

2.2.1- Múltiplos

Los **múltiplos** de un número son aquellos que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4…(por los números naturales).

Los múltiplos de 4: $\overset{\circ}{4} = 4, 8, 12, 16, 20, ...$ ó M(4) = {4, 8, 12, 16, 20,...}

- Todo número natural es múltiplo de sí mismo y de la unidad.

  4 es múltiplo de 4 y 4 es múltiplo de 1

- Cualquier número distinto de 0 tiene infinitos múltiplos.

  M(4) = {4, 8, 12, 16, 20,…}

2.2.2- Divisores

Los **divisores** de un número natural a son todos aquellos números que dividen de forma exacta al número a.

Para calcular los divisores de un número lo dividimos entre los números naturales menores o iguales que él. Los números que hacen que la división sea exacta serán sus divisores.

Los divisores del número 12: Div(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Porque 12:1 = 12	12:4 = 3	12:7 No es divisible	12:10 No es divisible
12:2 = 6	12:5 No es divisible	12:8 No es divisible	12:11 No es divisible
12:3 = 4	12:6 = 2	12:9 No es divisible	12:12 = 1

- Cualquier número, excepto el 1, tiene por los menos 2 divisores, el número 1 y el mismo número

  En el ejemplo anterior podemos comprobar que el 12 tiene 6 divisores

- El número de divisores es finito

  Div(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

2.3.- CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Los criterios de divisibilidad son unas reglas que sirven para saber, sin tener que dividir, si un número es divisible por otro. Vamos a ver las más importantes:

- **Divisibilidad por 2**: Un número es divisible por 2 si acaba en 0 o en cifra par.

  24 es divisible por 2 porque termina en cifra par.

  43 no es divisible por 2 porque no termina en 0 ni en cifra par.

- **Divisibilidad por 3**: Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras da múltiplo de 3.

  24 es divisible por 3 porque la suma de sus cifras 2+4 es 6 que es múltiplo de 3.

  16 no es divisible por 3 porque la suma de sus cifras 1+6 es 7 que no es múltiplo de 3.

- **Divisibilidad por 5**: Un número es divisible por 5 si acaba en 0 o en 5.

  20 es divisible por 5 porque termina en 0.

  14 no es divisible por 5 porque no termina en 0 ni en 5.

- **Divisibilidad por 10**: Un número es divisible por 10 si termina en 0.

  40 es divisible por 10 porque termina en 0.

  27 no es divisible por 10 porque no termina en 0.

2.4.- NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Un número es **primo** si sólo tiene dos divisores, el 1 y el mismo número. El 1 no se considera primo.Hay infinitos números primos.

Los números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19… .

Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

Los números 4, 6 y 15 son compuestos.

Para averiguar si un número es primo o compuesto comprobaremos si es divisible por los primos, empezando por el 2, hasta que el cociente sea menor que el divisor. Si es divisible por algún primo, entonces el número es compuesto. En caso contrario, el número es primo.

2.5.- FACTORIZACIÓN

Factorizar un número es descomponerlo en factores primos, es decir, expresarlo como producto de divisores primos.

Cualquier número compuesto se puede factorizar, para ello lo vamos dividiendo entre sus factores primos:

1) Dividimos entre 2 (tantas veces como sea posible)

2) Dividimos entre 3 (tantas veces como sea posible)

3) Dividimos entre 5 ….hasta obtener la unidad

Por ejemplo , vamos a factorizar los números 48 y 60:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$48 = 2^4 \cdot 3 \qquad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

2.6.- MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (mcm)

El **mínimo común múltiplo** de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes a todos los números. Se puede calcular de las siguientes formas:

1. Si son dos números pequeños:

   - Buscamos el primer múltiplo que sea común a todos los números.

     Ejemplo: Calcula el mcm(5,8)

     M(5) = { 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, …}

     M(8) = { 8, 16, 24, 32, 40, 48,…}

     mcm(5,8) = 40

   Nota: este método NO es práctico cuando son muchos números o son números grandes.

2. Utilizando el método de la factorización:

   - Descomponemos los números en factores primos (factorizar) y los escribimos como potencias.
   - Escogemos los factores primos, comunes y no comunes, elevados al mayor exponente.
   - El producto de las potencias es el mcm.

     Ejemplo: Calcula el mcm(48, 60)

     $48 = 2^4 \cdot 3$ y $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

     $\text{mcm}(48, 60) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 16 \cdot 3 \cdot 5 = 240$

2.7.- MÁXIMO COMÚN DIVISOR (mcd)

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes a dichos los números. Se puede calcular de las siguientes formas:

A) Si son dos números pequeños:

- Buscamos el mayor de los números que divida a ambos.

  Ejemplo: Calcula el mcd(8, 12)

  Div(8) = { 1, 2. 4, 8}

  Div(12) = { 1, 2, 3, 4, 6, 12}

  mcd(8, 12) = 4

Nota: este método NO es práctico cuando son muchos números o son números grandes.

B) Utilizando el método de la factorización:

- Descomponemos los números en factores primos (factorizar) y los escribimos como potencias.
- Escogemos los factores primos comunes elevados al menor exponente.
- El producto de las potencias es el mcd.

Ejemplo: Calcula el mcd(28, 42, 70)

$28 = 2^2 \cdot 7$

$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$

$\text{mcd}(28, 42, 70) = 2 \cdot 7 = 14$

APARTADO 3: NÚMEROS ENTEROS Y POTENCIAS

3.- EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

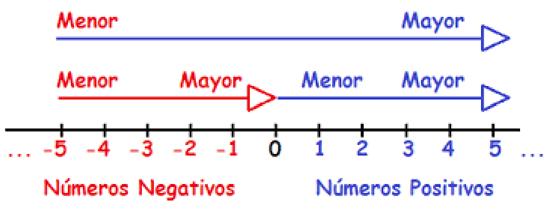
- Los números negativos van precedidos de un signo menos, – 3, – 2, – 1. Usamos los números negativos por ejemplo para expresar una deuda de dinero, los metros que me sumergí en el mar, los sótanos de un edificio, etc.
- Cuando un número no lleva signo asumimos que es positivo 3 = +3

El **conjunto de los números naturales** $\mathbb{N}$, está formado por los números positivos, que usamos para contar $\mathbb{N}=\{1,2,3,4,...\}$

El **conjunto de los números enteros** $\mathbb{Z}$, está formado por los números positivos, el cero y los números negativos $\mathbb{N}=\{...-2,-1,0,1,2,...\}$

3.1.- Ordenación y comparación de números enteros

El conjunto de los números enteros se representa en la recta numérica:



- Cualquier número positivo es mayor que 0

  5 > 0, 86 > 0, 1 > 0, 126 > 0.

- Cualquier número negativo es menor que 0

  – 5 < 0, – 86 < 0, –1 < 0, –126 < 0.

- Cualquier número negativo es menor que cualquier número positivo

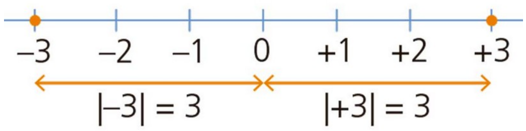
  –5 < 89, –1 < 1, –4 < 3, –40 < 8.

- Los números negativos, se ordenan "al revés" de los positivos, cuanto mayor sea la cifra sin el menos, menor es el número.

  –5 > –89, –4 < –3, –7 > –15, –1 > –2.

3.2.- Valor absoluto de un número entero

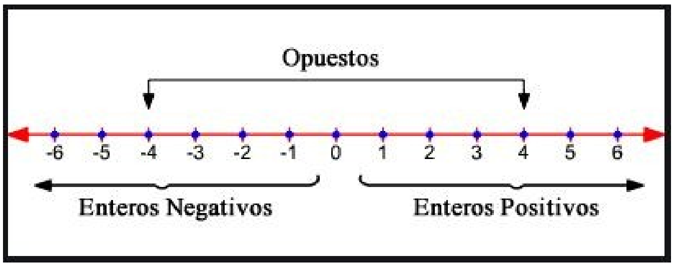
El **valor absoluto** de un número entero es la longitud del segmento que lo separa del cero en la recta numérica. El valor absoluto es siempre el número sin el signo



| –5 | = 5, | + 5 | = 5, | –36 | = 36, | + 36 | = 3

3.3.- Opuesto de un entero

El **opuesto** de un número es su simétrico respecto del cero en la recta. El opuesto de un número entero es otro entero del mismo valor absoluto pero de signo contrario.



Op (–5) = 5, op (+ 5) = – 5, op (–36) = 36, op (+ 36) = –36.

3.4.- SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

En las operaciones los números negativos se escriben entre paréntesis, no podemos poner dos signos juntos. Ejemplo: 5 + (– 2) .

- Cuando los números tienen el **mismo signo**: se **suman** los valores absolutos y se pone el mismo signo que tenían los números.

  3 + 4 = 7   5 + 3 = 8   6 + 7 = 13

  –3 – 4 = –7   –4 – 8 = –12   –9 – 1 = –10

- Cuando los dos números tienen **distinto signo**: se **restan** los valores absolutos (al más grande se le resta el más pequeño) y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

  – 3 + 5 = 2   – 3 + 10 = 7   – 8 + 5 = –3

  3 – 4 = –1   3 – 8 = –5   10 – 8 = 2

Para hacer sumas y restas con más de dos números podemos:

- Ir operando paso a paso, en el orden en el que aparecen los números de la expresión

  $\underline{2 - 7} + 6 - 3 = \underline{-\mathbf{5} + 6} - 3 =$ $\mathbf{1} - 3 = -2$

- Sumar los positivos por un lado y los negativos por otro, y después se resta el resultado.

  $\underline{2} - \mathbf{7} + \underline{6} - \mathbf{3} = \underline{8} - \mathbf{10} = -2$

3.5- Sumas y restas con paréntesis

- Para **sumar** un número entero **se quita el paréntesis** y se deja el signo del propio número.

  + (+5) = 5   + (+10) = 10   3 + (+ 4) = 3 + 4 = 7

  + (–5) = –5   + (–10) = –10   – 3 +(– 4)= – 3 – 4 = –7

- Para **restar** un número entero, **se quita el paréntesis** y se le pone al número el **signo contrario**

  – (+5) = –5   – (+10) = –10   – 3 – (– 5) = – 3 + 5 = 2

  – (–5) = +5   – (–10) = +10   3 – (+ 4) = 3 – 4

3.6- Sumas y restas dentro de paréntesis

- Al sacar un paréntesis precedido del **signo +**, los signos de los sumandos dentro del paréntesis quedan como están, no cambian.

  + (+ 5 – 4 + 9) = + 5 – 4 + 9

  + (– 1 + 6 – 3) = – 1 + 6 – 3

- Al sacar un paréntesis precedido del **signo –** , los signos de los sumandos dentro del paréntesis se cambian por el opuesto.

  – (+ 5 – 4 + 9) = – 5 + 4 – 9

  – (– 1 + 6 – 3) = + 1 – 6 +3

3.7- MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE ENTEROS

- **Producto** de dos números **positivos**: es **positivo**

  (+ 5) · (+ 4) = + 20   (+ 3) · (+ 6) = + 18   (+ 2) · (+ 7) = + 14

- **Producto** de un número **positivo** por otro **negativo**: es **negativo**

  (+ 5) · (– 4) = – 20   (+ 3) · (– 6) = – 18   (+ 2) · (– 7) = – 14

- **Producto** de un número **negativo** por otro **positivo**: es **negativo**

  (– 5) · (+ 4) = – 20   (– 3) · (+ 6) = – 18   (– 2) · (+ 7) = – 14

- **Producto** de dos números **negativos**: es positivo: es **negativo**

  (– 5) · (– 4) = + 20   (– 3) · (– 6) = + 18   (– 2) · (– 7) = + 14

Los signos en la división son igual que en el producto, Como resumen, para multiplicar o dividir números enteros vamos a seguir las siguientes reglas de signos:

3.8- OPERACIONES COMBINADAS

En las **operaciones combinadas** con enteros, igual que con las de naturales, debemos seguir los siguientes pasos:

1º Paréntesis y corchetes

2º Productos y divisiones

3º Sumas y restas

- 20 – (9 – 12) · (+ 4) = 20 – (– 3) · (+ 4) = 20 – (– 12) = 20 + 12 = 32
- [8 – (– 6)] : (+ 7) + (– 9) = (8 + 6) : (+ 7) + (– 9) = (+ 14) : (+ 7) + (– 9) = (+ 2) + (– 9) = = + 2 – 9 = – 7
- 18 – (– 2) · [(+ 15) : (8 – 11)] = 18 – (– 2) · [(+ 15) : (– 3)] = 18 – (– 2) · (– 5) = = 18 – (+ 10) = 18 – 10 = 8

3.9- POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

Una **potencia** es una forma abreviada de expresar una multiplicación de factores iguales. a^n es una potencia dónde a es la base y n es el exponente $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n\,veces}$

Vemos algunos ejemplos: $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$, $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ y $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Al elevar un número negativo a una potencia:

- Si el **exponente es par**, el resultado es **positivo** $(-a)^{par} \rightarrow positivo$
  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$, $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$

- Si el **exponente es impar**, el resultado es **negativo** $(-a)^{impar} \rightarrow negativo$
  $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$, $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

3.10- Propiedades de las potencias

Propiedad		**Ejemplo**
Potencia de un producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(3 \cdot 2)^5 = 3^5 \cdot 2^5$
Potencia de un cociente	$(a : b)^n = a^n : b^n$	$(6 : 2)^5 = 6^5 : 6^5$
Producto de potencias con la misma base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^4 \cdot 2^7 = 2^{4+7} = 2^{11}$
Cociente de potencias con la misma base	$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$2^4 : 2^7 = 2^{4-7} = 2^{-3}$
Potencias de exponente cero	$a^0 = 1$	$8^0 = 1$
Potencia de otra potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(3^5)^2 = 3^{5 \cdot 2} = 3^{10}$

APARTADO 4: FRACCIONES

4. FRACCIONES

Una **fracción** es un cociente indicado de dos números enteros. El **denominador** indica el número de partes iguales en que se divide la unidad. El **numerador** indica el número de partes que se toman de la unidad.

$\frac{a}{b}$ dónde a es el numerador y b el denominador.

Ejemplos: $\frac{4}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$

Para leer una fracción, se lee primero el numerador y luego el denominador. Si el denominador es menor o igual que 10 se leen medios, tercios, cuartos,…., décimos. Si el denominador es mayor que 10 se lee el numerador y luego el denominador seguido de la terminación –avos.

Ejemplos: $\frac{4}{3} : cuatro\, tercios, \frac{1}{2} : un\, medio, \frac{5}{11} : cinco\, onceavos$

4.1- Interpretaciones de una fracción

- **Fracción como partes de un todo:**
  En una fracción el denominador indica las partes iguales en las que se divide la unidad y el numerador las partes que se toman.
  Ejemplos: $\frac{3}{4}$ indica que dividimos la unidad en 4 y cogemos 3.

- **Fracción como proporción:**
  Ejemplos: Si en una clase 2 de cada 3 estudiantes aprueban → aprueban $\frac{2}{3}$
  Si tengo 20€ y gasto 3€, me he gastado $\frac{3}{20}$ de mi dinero y me quedan $\frac{17}{20}$

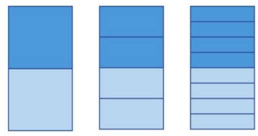
- **Fracción de una cantidad:**
  Para calcular la fracción de una cantidad dividimos entre el denominador y e resultado lo multiplicamos por el numerador. También se puede hacer primero el producto y en segundo lugar, el cociente:
  Ejemplos: $\frac{2}{3} de\, 12 = 12:3\cdot 2 = 4\cdot 2 = 8$ $\quad \frac{2}{3} de\, 12 = 12\cdot 2:3 = 24:3 = 8$

4.2-FRACCIONES EQUIVALENTES. AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN

Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma cantidad. Diremos que dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si $a \cdot d = b \cdot c$

Ejemplo: $\frac{2}{4} y \frac{1}{2}$ son fracciones equivalentes

Podemos comprobar que $2 \cdot 2 = 4 \cdot 1$



$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

- **Amplificación de fracciones**: amplificar una fracción es obtener otra fracción equivalente multiplicando numerador y denominador por un mismo número entero distinto de cero. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$
- **Simplificación de fracciones**: simplificar una fracción es obtener una fracción equivalente dividiendo numerador y denominador por un mismo divisor común. $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$

- Una fracción que no se puede simplificar se llama **irreducible**.

4.3- REDUCCIÓN A COMÚN DENOMINADOR

- Para comparar, sumar y restar fracciones, tenemos que buscar fracciones equivalentes con el mismo denominador. Para **reducir fracciones a común denominador,** tenemos que calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores y después multiplicar los dos miembros de cada fracción por el número que resulta de dividir el mínimo común múltiplo entre el denominador correspondiente.

Ejemplo: Queremos reducir a común denominador las fracciones: $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{30}$ y $\frac{11}{20}$

- Primero calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores $mcm(12,30,20)$, para ello factorizamos estos números y escogemos los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

$$\underbrace{12=2^2 \cdot 3 , 30=2 \cdot 3 \cdot 5 , 20=2^2 \cdot 5}_{mcm(12,30,20)=2^2 \cdot 3 \cdot 5=60}$$

- Ahora en cada fracción, multiplicamos numerador y denominador, por el número adecuado para obtener 60 en el denominador y de esta forma conseguir las fracciones equivalentes a las iniciales con denominador común 60:

$$\frac{7}{12}=\frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5}=\frac{35}{60} \quad , \quad \frac{13}{30}=\frac{13 \cdot 2}{30 \cdot 2}=\frac{26}{60} \quad , \quad \frac{11}{20}=\frac{11 \cdot 3}{20 \cdot 3}=\frac{33}{60}$$

- Para **ordenar fracciones** debemos tener en cuenta:
  - Si las fracciones tienen el mismo denominador, es menor la que tiene menor numerador.

    Ejemplo: $\frac{1}{4}<\frac{3}{4}$
  - Si las fracciones tienen el mismo numerador, es menor la que tiene el mayor denominador.

    Ejemplo: $\frac{2}{5}<\frac{2}{3}$
  - Cuando las fracciones no tengan el mismo numerador ni el mismo denominador, las reduciremos a común denominador para poder compararlas.

    Ejemplo: Queremos ordenar las fracciones del ejemplo del apartado anterior: $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{30}$ y $\frac{11}{20}$. Una vez que las tenemos reducidas a común denominador, ya podemos ordenar las fracciones $\frac{26}{60}<\frac{33}{60}<\frac{35}{60}\rightarrow\frac{13}{30}<\frac{11}{20}<\frac{7}{12}$

4.4- OPERACIONES CON FRACCIONES

Vamos a ver como realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones.

4.4.1- Suma y resta de fracciones

- Si las fracciones tienen el **mismo denominador**, se mantiene el denominador y se suman o restan los numeradores.

  Ejemplos: $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$ $\quad \frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$
- Si las fracciones tienen **diferente denominador**, se reducen a común denominador y luego sumamos o restamos los numeradores.

  Ejemplos: $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}$ $\quad \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$
- NOTA.- Si aparece un **número entero**, lo sustituimos por si fracción equivalente.

Ejemplo: $2=\frac{2}{1}$ por lo tanto, $2+\frac{1}{6}-\frac{1}{3}=\frac{2}{1}+\frac{1}{6}-\frac{1}{3}=\frac{12}{6}+\frac{1}{6}-\frac{2}{6}=\frac{11}{6}$

4.4.2- Multiplicación de fracciones

- Para multiplicar fracciones, se realiza el producto en linea (numerador por numerador y denominador por denominador): $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

  Ejemplo: $\frac{6}{4}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6\cdot 2}{4\cdot 5}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

- Potencia de una fracción, si elevamos un fracción a un número entero n , se elevan numerador y denominador $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

  Ejemplo: $\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{3^4}{2^4}=\frac{81}{16}$

4.4.3- División de fracciones

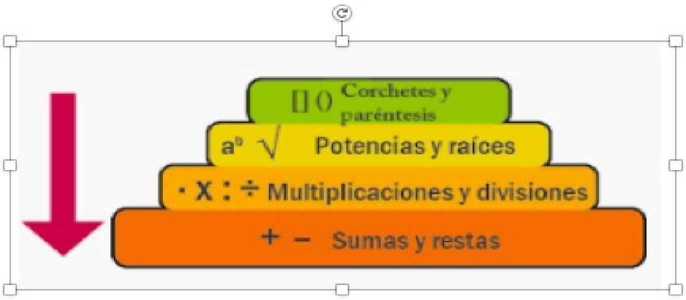
- La inversa de una fracción $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$

  Ejemplo: La fracción inversa de $\frac{6}{4}$ es $\frac{4}{6}$

- El cociente de dos fracciones es el producto de la primera por el inverso de la segunda. También se puede calcular multiplicando en cruz: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$

4.5- Operaciones combinadas con fracciones

- Para realizar operaciones combinadas con fracciones seguimos el mismo orden que vimos para números enteros:



4.6-Potencia de exponente entero

Para calcula la potencia de una fracción, elevamos el numerados y el denominador al exponente de la fracción.

Ejemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}$

También podemos tener potencias cuyo exponente sea negativo: 3^{-2} 4^{-15} $(-2)^{-5}$

Propiedad	Ejemplo
$a^{-1}=\frac{1}{a}$	$3^{-1}=\frac{1}{3}$
$a^{-n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n=\frac{1}{a^n}$	$3^{-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1^2}{3^2}=\frac{1}{9}$

APARTADO 5: NÚMEROS DECIMALES

5. DECIMALES

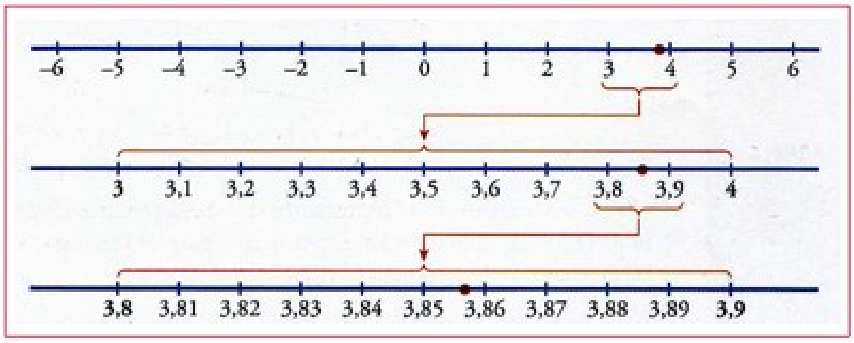
Para expresar cantidades comprendidas entre dos números enteros, utilizamos los **números decimales**. Un número decimal se compone de una parte entera, situada a la izquierda de la coma (unidades, decenas, centenas…) y una parte decimal, situada a la derecha de la coma (décimas, centésimas, milésimas...)

Una unidad → 1.
Una centésima → 0,01.
Una diezmilésima → 0,0001.
Una millonésima →0,000001.

Una décima → 0,1.
Una milésima → 0,001.
Una cienmilésima → 0,00001.

- Para **leer** un número decimal se lee la parte entera y después la parte decimal seguida del orden de unidades que corresponde a la última cifra decimal.
  Ejemplo: 12,074 doce unidades y 74 milésimas.

- Para **representar** un número decimal en la recta real, procedemos igual que con los números naturales y los enteros, teniendo en cuenta que los decimales se colocan de forma aproximada entre dos enteros.



Entre dos números enteros podemos encontrar infinitos números decimales, y a su vez, entre dos números decimales hay infinitos decimales.

- Para **ordenar** dos números decimales comparamos cifra a cifra las unidades del mismo orden, comenzando por la izquierda. En el momento que se comparen dos cifras distintas será mayor el número cuya cifra sea mayor.
  Ejemplo: $35,20 < 37,20$ $4,35 > 4,345$

5.1- APROXIMACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Cuando tenemos números con muchas cifras decimales resultan incómodos y vamos a sustituirlos por otros más manejables de valor aproximado:

- **Truncamiento**: truncar un número a un cierto orden consiste en eliminar las cifras de órdenes inferiores.

Truncar	Décima	Centésima	Milésima
3,14159	3,1	3,14	3,141

- **Redondeo**: redondear un número a un cierto orden consiste en truncar el número a ese orden y sumarle uno a la última cifra cuando la primera cifra suprimida sea mayor o igual que 5.

Redondear	Décima	Centésima	Milésima
3,14159	3,1	3,14	3,142

5.2- OPERACIÓN NÚMEROS DECIMALES

- **Sumar y restar**: para sumar o restar números decimales, estos se colocan en columna haciendo coincidir los órdenes de las unidades correspondientes.

$124{,}6 + 45{,}802 + 4{,}18$

$$\begin{array}{rr} & 124{,}600 \\ & 45{,}802 \\ + & 4{,}180 \\ \hline & 174{,}582 \end{array}$$

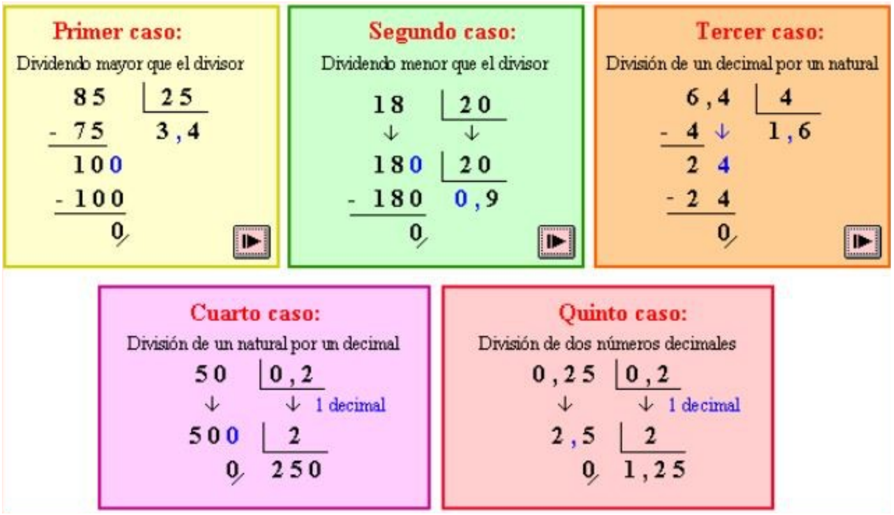
$3{,}4 - 1{,}987$

$$\begin{array}{rr} & 3{,}400 \\ - & 1{,}987 \\ \hline & 1{,}413 \end{array}$$

- **Multiplicar**: para multiplicar dos números decimales, se multiplica como si fueran enteros, y después se separan en el producto las cifras decimales de ambos factores.

$$\begin{array}{rrl} & 6{,}\mathbf{815} & \leftarrow \text{3 cifras decimales} \\ \times & 3{,}\mathbf{08} & \leftarrow \text{2 cifras decimales} \\ \hline & 54520 & \\ 20445 & & \\ \hline & 20{,}\mathbf{99020} & \leftarrow \text{5 cifras decimales} \end{array}$$

- **Dividir**: para dividir, se pueden presentar varios casos, que mostramos en los siguientes ejemplos.



- ¿Qué pasa si **multiplicamos o dividimos** números decimales por **potencias de 10**, es decir, 10, 100, 1000, etc? En el caso de estar multiplicando se corre la coma del número decimal hacia la derecha tantos lugares como ceros tenga el número por el que se está multiplicando. En el caso de dividir se corre la coma hacia la izquierda.

$9{,}34\cdot 10=93{,}4$	$9{,}34:10=0{,}934$
$9{,}34\cdot 100=934$	$9{,}34:100=0{,}0934$
$9{,}34\cdot 1000=9340$	$9{,}34:1000=0{,}00934$

5.3- RELACIÓN ENTRE FRACCIONES Y DECIMALES

Tenemos varios **tipos de números decimales**:

- **Decimales exactos**: tienen un número limitado de cifras decimales, por ejemplo $4{,}75$
- **Decimales periódicos**: tienen infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente, pueden ser de dos tipos, periódico puro o mixto. Decimal periódico puro: si las cifras se repiten indefinidamente a partir de la coma $7{,}151515...=7{,}\widehat{15}$. Decimal periódico mixto: Si entre el período y la coma hay alguna cifra decimal $8{,}2464646...=8{,}2\widehat{46}$

- **Decimales no exactos y no periódicos: tienen infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente,** **por ejemplo** $\pi=3{,}14159...\ y\ \sqrt{2}=1{,}41421...$

- Para pasar de **fracción a decimal** se divide numerador entre denominador. En algunos casos al realizar la división obtenemos una o varias cifras decimales que se repiten indefinidamente. Estas cifras forman el período.
  Para escribir de forma abreviada los números decimales periódicos colocamos un arco sobre la o las cifras que forman el período.
  Ejemplo: $\frac{1}{3}=0,33333333....=0,\hat{3}$ $\frac{37}{45}=0,8222....=0,8\hat{2}$

APARTADO 6: NOTACIÓN CIENTÍFICA

6. NOTACIÓN CIENTÍFICA

La notación científica se usa para escribir de forma abreviada números muy pequeños (como por ejemplo 0,000000000000017) o números muy grandes (como por ejemplo 3000000000000000000000).

Un número en **notación científica** consta de dos factores: un número decimal y una potencia en base 10: $N=a,bcd...10^n$

- A **n** se le llama **orden de magnitud**.
  - Si n es positivo el número es “grande”.
  - Si n es negativo el número es “pequeño”.
- El número decimal es **mayor o igual que 1 y menor que 10**.
- La potencia de base 10 tiene exponente entero.

Por ejemplo 10^5 , $3,12\cdot10^{-2}$ o $5,7\cdot10^{23}$

Dados 2 números en notación científica, es mayor el que tenga mayor orden de magnitud.

6.1- Operaciones con números en notación científica

Vamos a recordar como multiplicar y dividir un número decimal por una potencia de 10, de exponente negativo o positivo. En el caso de estar multiplicando se corre la coma del número decimal hacia la derecha tantos lugares como ceros tenga el número por el que se está multiplicando. En el caso de dividir se corre la coma hacia la izquierda.

$9,34\cdot10=93,4$	$9,34:10=0,934$
$9,34\cdot10^2=9,34\cdot100=934$	$9,34:10^2=9,34:100=0,0934$
$9,34\cdot10^3=9,34\cdot1000=9340$	$9,34:10^3=9,34:1000=0,00934$

- **Cociente y producto**: para multiplicar o dividir dos números expresados en notación científica, por un lado multiplicamos o dividimos la parte decimal y por el otro las potencias de 10. Por ejemplo,
  $(4,25\cdot10^9)\cdot(5,6\cdot10^7)=(4,25\cdot5,6)\cdot(10^9\cdot10^7)=23,8\cdot10^{16}$
- **Suma y resta**: para sumar y restar dos números expresados en notación científica, tenemos que preparar los sumandos para que tengan la misma potencia de base 10 y así sacar factor común. Por ejemplo,
  $1,43\cdot10^8+5,2\cdot10^7=14,3\cdot10^7+5,2\cdot10^7=(14,3+5,2)\cdot10^7=19,5\cdot10^7=1,95\cdot10^8$

APARTADO 7: PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

7.1- MAGNITUD, RAZÓN Y PROPORCIÓN

Una **magnitud** es una propiedad que se puede medir numéricamente. En general el resultado de esa medición se representará con un número y una unidad.

Ejemplos de magnitudes son:

- La longitud de una prueba de atletismo. Ej: 2,5 km
- La capacidad de una botella de agua. Ej: 33 cl.
- El peso de la fruta que compramos en el mercado. Ej: 1,75 kg
- La superficie de una vivienda. Ej: 86,7 m^2
- El tiempo que dura una canción. Ej: 3,19 min

La **razón, r,** de dos magnitudes A y B es el cociente $A:B=\frac{A}{B}=r$. La razón permite comparar A y B. La razón se expresa como división A:B, como fracción $\frac{A}{B}$ o como número decimal **r**. Diremos "razón de A y B" o "razón de A respecto de B".

- La razón no tiene unidades de medida: se dice que es **adimensional**.

Proporción: Dos razones iguales forman una proporción (el cociente, **r** es el mismo). Al igual que con las fracciones, dos razones forman una proporción *si y solo si* el producto en cruz de sus elementos es el mismo entonces podemos obtener **valores desconocidos en una proporción** igualando las razones correspondientes

7.2- RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

- **Relación de proporcionalidad directa:**

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar (o dividir) una cierta cantidad de uno de ellos por un n.º , la cantidad correspondiente de la otra queda multiplicada (o dividida) por el mismo número.

Ejemplo:

N.º Cajas	1	2	3	4	5
Coste	6	12	18	24	30

La **constante de proporcionalidad** es el cociente entre dos valores correspondientes, siempre es el mismo.

Ejemplo: r=6:1=6, r=12:2=6, r=18:3=6, r= 24:4=6, r= 30:5=6.

- **Relación de proporcionalidad inversa:**

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar (o dividir) una cierta cantidad de uno de ellos por un n.º, la cantidad correspondiente de la otra queda dividida (o multiplicada) por el mismo número.

Ejemplo:

N.º perros	1	2	3	5	6
N.º días dura comida	30	15	10	6	5

La **constante de proporcionalidad** es el producto (multiplicación) entre dos valores correspondientes, siempre es el mismo

r= 1·30=30; r=2·15=30; r= 3·10=30 …

7.3- PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Lo vemos con un ejemplo: 3 botes de mermelada pesan 600gr ¿cuánto pesan 4 botes?

- **Reglas de tres**

n.º botes	peso (gr)
3	600
4	x

Directa

$$\frac{3}{4}=\frac{600}{x}\Rightarrow x=\frac{4\cdot 600}{3}=800$$ 4 botes pesarán 800 g

7.4- PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Lo vemos con un ejemplo: 3 trabajadores tardan 12 días en realizar un trabajo, ¿cuánto tardarán 6 trabajadores?

- **Reglas de tres**

n.º T.	tiempo (días)
3	12
6	x

Inversa

$$\frac{6}{3}=\frac{12}{x}\Rightarrow x=\frac{3\cdot 12}{6}=6$$

6 trabajadores tardarán 6 días.

7.5- PORCENTAJES

- El **% o porcentaje** de un n.º que significa que si dividimos en 100 partes ese número, cogemos el % indicado.

  $9\% = \frac{9}{100}$ → cojo 9 de cada 100

- **Cálculo de porcentajes:** Para calcular el % de una cantidad, se multiplica la cantidad por el % y se divide entre 100

  $20\%\, de\, 50 = \frac{20 \cdot 50}{100} = 10$

- **Relación entre porcentajes y proporciones:** Un % expresa la relación de proporcionalidad existente entre la parte que se toma de un total y el total.

  Ejemplo: El 20% de las 180 habitaciones de un hotel están vacías ¿cuántas habitaciones hay vacías?

  Total hab. Hab. vacías

  100 —— 20 $x = \frac{180 \cdot 20}{100} = 36$ o también $20\%\, de\, 180 = 36$

  180 —— x

- **Porcentajes fracciones y números decimales:** Para pasar de **porcentaje a fracción**, basta con dividir por 100; para pasar de **fracción a decimal**, hacemos la división.

  $35\% = \frac{35}{100} = 0{,}35$

7.6- AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

- **Aumentos:** Aumentamos una cantidad un %

Las reservas de agua de un embalse han aumentado un 20% respecto a los del año pasado que eran 60 millones de litros ¿Cuáles son las reservas actuales?

F1) Vemos lo que aumentó $20\%\, de\, 60 = \frac{20 \cdot 60}{100} = 12$ millones de litros ha aumentado.

Entonces $60 + 12 = 72$ millones de litros en total.

F2) Lo hacemos con reglas de 3

Reserva pasada (M litros) Reserva actual (M litros)

100 —— 120 $x = \frac{60 \cdot 120}{100} = 72$ millones litros.

60 —— x

directa

- **Disminuciones:** Disminuimos una cantidad un %

Las reservas de agua de un embalse han disminuido un 20% respecto a los del año pasado que eran 60 millones de litros ¿Cuáles son las reservas actuales?

F1) Vemos lo que disminuyó $20\% \, de \, 60 = \frac{20 \cdot 60}{100} = 12$ millones de litros ha disminuido.

Entonces $60 - 12 = 48$ millones de litros en total.

F2) Lo hacemos con reglas de 3

Reserva pasada (M litros)		Reserva actual (M litros)
100	———	80
60	———	x

$x = \frac{60 \cdot 120}{100} = 48$ millones litros.

UD1: NÚMEROS Y OPERACIONES

APARTADO 1: NÚMEROS NATURALES

1. Realiza las siguientes operaciones, paso a paso:

$2\cdot 5+2\cdot 7-2\cdot 4$

$10\cdot(3+8-6)$

$(4+8-3+5)\cdot 4+2$

$(6+8):2+18:(5+4)$

$8+(10-15:3)+3\cdot 4-6$

$6\cdot 3-(2+5\cdot 2)+(5\cdot 3-8)-1$

2. Calcula el resultado de las siguientes operaciones combinadas:

a) $8\cdot 3:4:(10:2-4)+20$

b) $(16-3\cdot 4)+(15-15:3)-20:2-8$

c) $4\cdot 2\cdot 5:10+(12+5\cdot 3)-6\cdot 5$

d) $(3\cdot 4+4\cdot 5)-(12:3+20:4)+2\cdot 5-6$

e) $4\cdot(9-3)+5\cdot(12-7)$

f) $17-3\cdot(8-4)+54:2$

3. Calcula prestando atención a los paréntesis:

a) $5\cdot[3+2\cdot(2+5-3)]-10\cdot 2:4$

b) $[(3+12-5):2-4+2]\cdot(4+2-1)$

c) $(1+7-3)\cdot(3+2)-30:(5-2+3)$

d) $4\cdot[3+6\cdot(5+3-6)]-3\cdot(5-(1+2))$

4. En un vivero tienen 18 cajas de 50 rosas preparadas para la venta. ¿Cuántas cajas, iguales a las anteriores, les faltan para cubrir un pedido de 100 docenas de rosas?

5. Miguel ahorra 18€ a la semana y tiene ya 540 € en su cuenta del banco. ¿Cuántas semanas debe esperar aún para poder comprar una bicicleta que cuesta 900€?

6. Un frutero compra las manzanas a 22 € la caja y las vende a 2 € el kilo. Sabiendo que una caja contiene 15 kg. ¿Cuántas cajas ha de vender para ganar 600 €?

7. ¿Cuántos sacos de 25 kg se pueden llenar con 1860 kg de patatas? ¿Cuántos kg sobran?

8. Una furgoneta transporta 32 cajas. Cada caja contiene 6 paquetes de 500 folios. ¿Cuántos folios transporta la furgoneta?

9. Un pastelero fabrica todos los días 13 docenas de pasteles de crema. ¿Cuántos habrá fabricado en el mes de enero si ha cerrado el negocio 6 días?

10. Un pastelero tiene 720 pasteles para colocar en bandejas. ¿Cuál es el valor de cada bandeja si ha utilizado 40 de ellas y cada pastel vale 0,75 euros?

11. Un camión transporta 23 400 botellas. A causa de un accidente se le rompen la tercera parte de las botellas. ¿Cuántos envases de 12 botellas serán necesarios para recoger las que no se han dañado?

12. Comprueba la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma o la resta realizando las siguientes operaciones de 2 formas distintas:
a) $3\cdot(5-2)$
b) $(7+2)\cdot 4$
c) $5\cdot(8+3)$
d) $12\cdot(4+6)$
e) $(14-8)\cdot 2$

APARTADO 2: FACTORES Y MÚLTIPLOS

1.- Escribe los 5 primeros múltiplos de 7, 8, 11 y 15

2.- Obtén todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 130

3.- ¿Cuál es el número que tiene por divisores a 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24?

4.- Investiga y descubre:
a) Tres números que tengan solo dos divisores
b) Tres números que tengan solo tres divisores
c) Tres números que tengan solo cuatro divisores
d) El número que sólo tiene un divisor
e) El número que tiene infinitos divisores

5.- Completa escribiendo *múltiplo* ó *divisor:*

a) 9 es _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ de 9	b) 81 es _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ de 27
c) 100 es _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ de 25	d) 56 es _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ de 8
e) 12 es _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ de 36	f) 7 es _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ de 49

6.- Encuentra TODOS los divisores de los siguientes números:

a) 6	b) 12	c) 8	d) 24	e) 28	f) 17
g) 30	h) 47	i) 20	j) 26	k) 40	l) 41

7.- Contesta verdadero (V) ó falso (F) indicando el porqué:
a) 17 no tiene ningún divisor.
b) 10 puede dividirse por 3.
c) 10 solo tiene 4 múltiplos: 10, 20, 30 y 40
d) 7 solo tiene dos múltiplos: 1 y 7.
e) 1 es el único número que solo tiene un divisor.
f) 12 es divisor de 24.

8.- Comprueba si estos números son divisibles por 3 y escribe la explicación de porqué es así.

a) 15	b) 67	c) 55	d) 57	e) 324
f) 479	g) 6342	h)7504	i) 2614	j) 30345

9.- Comprueba si estos números son divisibles por 5 y escribe la explicación de porqué es así.

a) 24 b) 25 c) 51 d) 95 e) 7260

f) 640 g) 7542 h)7504 i) 2604 j) 30345

10.- Comprueba si estos números son divisibles por 11 y escribe la explicación de porqué es así.

a) 44 b) 97 c) 77 d) 671 e)2673

f) 3345 g) 6041 h)7051 i) 827211 j) 303445

11.- Añade el último dígito para que el número resultante...

a) ... sea *divisible* por *5:* 83_ 456_

b) … sea *divisible* por *3:* 65_ 123_

c) … sea *divisible* por *10:* 34_ 752_

12.- Completa las tablas respondiendo sí (S) o no (N)

	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 8	Divisible por 10
40					
126					
231					
785					

13.- Investiga si estos números son primos o compuestos y justifica la respuesta brevemente

(a) 81 **(g)** 118 **(m)** 49

(b) 85 **(h)** 137 **(n)** 197

(c) 87 **(i)** 143 **(o)** 201

(d) 91 **(j)** 27 **(p)** 127

(e) 93 **(k)** 23 **(q)** 210

(f) 103 **(l)** 21 **(r)** 1923

14.- Descompón los siguientes números en sus factores primos:

a) 58	b) 60	c) 62	d) 63	e) 64	f) 65
g) 66	h) 75	i) 110	j) 111	k) 112	l) 113
m) 114	n) 117	ñ) 128	o) 256	p) 165	q) 175
r) 185	s) 195	t) 201	u) 202	v) 203	w) 204

15.- Obtén el mínimo común múltiplo de:

a) 8 y 16	b) 3, 5 y 15	c) 8, 12 y 24	d)3 y 11
e) 2, 4 y 8	f) 8 y 16	g) 1, 5 y 15	h)13 y 26
i) 8 y 16	j) 12 y 18	k) 1 y 15	l) 6, 12 y 24
n) 9 y 10	ñ)25 y 50	o) 8 y 9	p) 1 y 15
q) 9, 18 y 27	r) 10, 15 y 20	s) 7 y 21	t) 1 y 11

16.- Obtén el máximo común divisor de:

a) 7 y 14	b) 4, 5 y 20	c) 11 y 12	d) 8 y 15
e) 3, 6 y 12	f) 18 y 6	g) 1, 7 y 14	h)11 y 33
i) 5 y 15	j) 8 y 12	k) 1 y 191	l) 4, 8 y 16
n) 17 y 19	ñ)14, 15 y 16	o) 1 y 12	p) 8 y 12
q) 4, 8 y 12	r) 10, 15 y 20	s) 6 y 24	t) 1 y 9

17.- Calcula el mínimo común múltiplo (mcm) y máximo común divisor de:

a) 36 y 48	b) 10, 15 y 25	c) 20, 30 y 40	d) 54 y 60
e) 40, 55 y 60	f) 140 y 180	g) 168 y 196	h) 180 y 270

18.- Para construirnos una cabaña hemos ido al bosque y hemos talado dos árboles: uno mide 9 m y el otro 12 m. Queremos cortarlos para obtener unas columnas para la cabaña, pero queremos que todas las columnas que saquemos de estos árboles midan lo mismo para que el techo no esté inclinado. También queremos que sean lo más altas posibles para tener espacio suficiente.

a) ¿Cuánto tendrá que medir cada columna?
b) ¿Cuántas columnas sacaremos de estos árboles?

19.- Te vas de excursión con tus amigos y te han encargado que hagas los bocadillos. En la panadería sólo quedaban tres barras: una de 36 cm, otra de 54 cm y otra de 90 cm. Si quieres que todos los bocadillos sean iguales y que, además, sean lo más grandes posibles,

a) ¿Cuánto tendrá que medir cada bocadillo? b) ¿Cuántos bocadillos haremos?

20.- Tienes una habitación rectangular cuyas paredes largas miden 450 cm cada una y las cortas miden 300 cm. Quieres que unos grafiteros amigos tuyos te la decoren, así que piensas en dividir las paredes en trozos iguales para que todos tengan el mismo espacio para dibujar. Si quieres que cada grafiti tenga el máximo espacio posible,

a) ¿Cada cuántos centímetros tendrás que dividir las paredes?

b) ¿Cuántos grafitis cabrán?

21.- El dragón que tengo en el corral pone un huevo cada 12 días, y mi unicornio cocina unas patatas fritas para chuparse los dedos cada 8 días. Si el 1 de enero disfruté de un huevo con patatas, ¿cuándo podré volver a probar ese manjar?

22.- En una tienda de mascotas venden una peluca para ranas cada 5 minutos, un bañador para patos cada 6 minutos y una depiladora de gorilas cada 10 minutos. Si acaban de vender uno de cada, ¿cuánto tiempo pasará hasta que vendan otra vez los tres productos juntos?

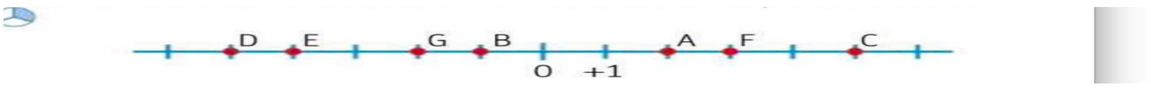
23.- Con el dinero que ganaste en el concurso de matemáticas, te has comprado una mansión. En el camino de entrada has puesto un farol cada 2 m, una fuente de Coca Cola cada 21 m, y un señor calvo con traje que te dice lo guay que eres cada 7 m. Si empiezas a contar la distancia desde la puerta de la mansión, ¿Cuánto tendrás que caminar para volver a encontrarte un calvo trajeado que beba Coca Cola al lado de un farol?

24.- El número de alumnos de una clase se puede agrupar por parejas, por grupos de 3 y por grupos de 4. Obtén el número de alumnos sabiendo que son más de 20 y menos de 30.

APARTADO 3: NÚMEROS ENTEROS Y POTENCIAS

1.- Expresa estos datos utilizando números enteros:
a) Luis debe 55 € a Laura.
b) El pueblo está a nivel del mar.
c) El agua hierve a 100ºC
d) La fosa de las Marianas tiene unos 11 000 m de profundidad.
e) Tengo el coche aparcado en el segundo sótano.

2.- a) Representa en la recta numérica: 0, +4, +4. -5, -3, +3.
b) Escribe en tu cuaderno los números representados



3.- Ordena las temperaturas siguientes de las más alta a la más baja :
12 ºC, -3 ºC, 18 ºC, 0 ºC, -6 ºC, 5 ºC, -8 ºC, 24 ºC

4.- Los números 5 y -5 son opuestos.
a) Halla sus valores absolutos.
b) ¿A qué distancia está cada uno de cero?
c) ¿A qué distancia se encuentra el 5 del -5?

5.- Halla todos los números enteros a que cumplan que $|a|<4$

6.- Calcula el valor absoluto de estos números:
a) +9 b) -8 c) -4 d) -32 e) 0

7.- Copia y completa en tu cuaderno las siguientes expresiones usando los signos < y >:
a) 2 8 c) 2 -8 e) -14 -25
b) -2 8 d) -2 -8 f) -12 0

8.- Calcula:

(s) $-5+3$	**(t)** $-15+20$	**(u)** $-6-3$	**(v)** $-13+10$
(w) $-16+5$	**(x)** $+20+35$	**(y)** $-24+14$	**(z)** $-15+32$
(aa) $-7+7$	**(ab)** $-24+13$	**(ac)** $-35+5$	**(ad)** $+12-24$
(ae) $-27-15$	**(af)** $-27+17$	**(ag)** $+6-11$	**(ah)** $-14+14$
(ai) $2-6$	**(aj)** $-16-4$	**(ak)** $-21-9$	**(al)** $-35-15$

9.- Realiza las siguientes sumas quitándole los paréntesis previamente:

a) $(+8)+(+22)$ b) $(-16)+(-5)$ c) $(+11)+(+11)$ d) $(-13)+(-23)$

e) $(-16)+(+16)$ f) $(+12)+(-12)$ g) $(-9)+(+14)$ h) $(-8)+(+4)$

10.- Realiza las siguientes restas quitándole los paréntesis previamente:

a) $(+8)-(+22)$ b) $(-16)-(-5)$ c) $(+11)-(+11)$ d) $(-13)-(-23)$

e) $(-16)-(+16)$ f) $(+12)-(-12)$ g) $(-9)-(+14)$ h) $(-8)-(+4)$

11.- Simplifica las expresiones y obtén el resultado

a) $-(5)+(-3)$ b) $(-35)+(+20)$ c) $(-6)+(-3)$ d) $(-13)+(+10)$

e) $(-16)+(-5)$ f) $(+20)+(+35)$ g) $(-24)+(+14)$ h) $(-31)+(-15)$

i) $(-9)+(+9)$ j) $(-26)+(+13)$ k) $(-5)+(-15)$ l) $(+12)-(+26)=$

m) $(-17)+(-25)$ n) $(-17)+(+25)$ o) $(+5)+(-11)$ p) $(-1)+(-1)$

a) $-(5)+(-3)$ b) $(-35)+(+20)$ c) $(-6)+(-3)$ d) $(-13)+(+10)$

q) $(-4)+(+4)$ r) $(-16)+(+4)$ s) $(-9)+(-11)$ t) $(-25)+(-5)$

12.- Calcula

(a) $2+(-3)$ **(b)** $(+30)+(+25)$ **(c)** $(-56)+(-13)$ **(d)** $-13+(-10)$

(e) $-12-4$ **(f)** $(+20)-(+35)$ **(g)** $-24+(-14)$ **(h)** $(+31)+(-15)$

(i) $-9+9=$ **(j)** $6+13=$ **(k)** $-4-14=$ **(l)** $(+10)-(+25)=$

(m) $(-19)-26$ **(n)** $(-19)+26$ **(o)** $5-(-11)=$ **(p)** $-1-(-1)$

(q) $-4-(-4)=$ **(r)** $-16+4$ **(s)** $-9-11$ **(t)** $-25-(-5)$

13.- Obtén el resultado

(a) $-3-5+2$ **(b)** $36+6-1$ **(c)** $-16+4-9$ **(d)** $-9-11-3$

(e) $-25+3-5$ **(f)** $-10-5+15$ **(g)** $+45+15-25$ **(h)** $-78+26+19$

(i) $1-7-10$ **(j)** $1+3-(-4)$ **(k)** $-(-9)-11-3$ **(l)** $-10+8-5+6$

(m) $21-7+10$ **(n)** $1-7-(-4)$ **(o)** $-2-(-7)-11$ **(p)** $20-5-5$

(q) $-56+14+6$ **(r)** $-30+30-30$ **(s)** $8-1+5-2=$

(t) $7-3+3-11-4=$ **(u)** $-5+4-1+2-7+6=$ **(v)** $11+3-5+3-4-11+9=$

14.- Calcula el resultado, eliminando los paréntesis previamente

(a) $2+(+3)+(-6)+(-13)$

(w) $(+30)+(-25)-(+12)-10$

(x) $21-40+7+9-16$

(y) $(-11)-(-9)+(-13)-(-7)$

(z) $+50-(-30)-20+(-10)$

(aa) $-(-13)+(-9)+(-17)$

(ab) $8-7+4-3-2=$

(ac) $6-3-3-10-4+13=$

(ad) $-7-5+3-9-1+11=$

(ae) $-4-2+5-1+4+1=$

(af) $6+(-4+2)-(-3-1)=$

(ag) $7-(4-3)+(-1-2)=$

(ah) $3+(2-3)-(1-5-7)=$

(ai) $-8+(1+4)+(-7-9)=$

(aj) $21-40+7+9-16$

(ak) $-(-10-2)-(12-3)=$

(al) $-4+(-2)+(-5)-(-6)-(-9)=$

(a) $2+(+3)+(-6)+(-13)$ **(w)** $(+30)+(-25)-(+12)-10$ **(x)** $21-40+7+9-16$

(am) $-18-(-4+7)+(-2-5)=$ **(an)** $6-(+9)-(-5)+(-3)-4-(-1)=$

15.- Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones con enteros:

(a) $-3\cdot(-5)$ **(b)** $(-56):(-14)$ **(c)** $-16:4$ **(d)** $-9\cdot(-11)$ **(e)** $-25:(-5)$

(f) $36:(+6)$ **(g)** $(+30):(+30)$ **(h)** $(-78):26$ **(i)** $(+45):(+15)$ **(j)** $-10:(-5)$

(k) $+5\cdot(-4)=$ **(l)** $-36:(-12)=$ **(m)** $-16:(-16)$ **(n)** $-16:(+16)$ **(o)** $-16:(-1)$

(p) $-2\cdot(-3)\cdot(-9)=$ **(q)** $18\cdot(-2):(-4)=$ **(r)** $-14:2:(-7)=$

(s) $-2\cdot(-9):(-3)=$ **(t)** $21\cdot(-2):(-14)=$ **(u)** $-5:(+5)\cdot(-4)=$

16.- Obtén el resultado

(a) $5+(-9\cdot 2)$ **(b)** $8\cdot 2\cdot(-4)$ **(c)** $(-17+(-4)):3$ **(d)** $-8\cdot(13-3)$

(e) $5-20:(-4)$ **(f)** $(-3)\cdot(-2)\cdot(-6)$ **(g)** $4\cdot2+3\cdot(-5)$ **(h)** $-4\cdot(-7)-11$

(i) $-5\cdot6:(-5)$ **(j)** $6-2\cdot10$ **(k)** $(90-9):(-27)$ **(l)** $(7-13)-5$

(m) $-63:(-7):3$ **(n)** $24:(-6)-3\cdot5$ **(o)** $4\cdot(-5)+(+25)$ **(p)** $(-25:5)+(+25)$

(q) $21\cdot(-2):(-14)=$ **(r)** $-5:(+5)\cdot(-4)=$ **(s)** $-2\cdot(-9):(-3)=$

17.- Calcula el resultado de estas operaciones combinadas.

(a) $4\cdot(-3-2)-6\cdot3$ **(b)** $9\cdot(8-4)+17-(30:6)$ **(c)** $(12\cdot3-6)-6+9$

(d) $(23-8):5-8$ **(e)** $3-3\cdot(-12-3)+3\cdot4$ **(f)** $(7\cdot3+4):5-15$

(a) $4\cdot(-3-2)-6\cdot 3$

(b) $9\cdot(8-4)+17-(30:6)$

(c) $(12\cdot 3-6)-6+9$

(g) $22:11-10\cdot(-3)+3$

(h) $[(-2)\cdot(+7)]:(-14)\cdot(+3)=$

(i) $(120-20):5-15$

(j) $7\cdot(-3)-3\cdot(-5)+20:(-1-3)=$

(k) $(3-5)\cdot(7-9)\cdot(4-6)\cdot(9-11)=$

(l) $25:(-1+6)+35:(-4-3)=$

(m) $(150:50+3)\cdot 9-1$

(n) $(4-7)\cdot(7-10)\cdot(3-6)\cdot(8-11)=$

(o) $2\cdot[5\cdot(-8)-(-15)\cdot 4]=$

18.- Simplifica la escritura y obtén el resultado

(a) $4\cdot(-6)-30\div 5$ **(b)** $-3\cdot 9-4\cdot(-5)$ **(c)** $5\cdot[25:(-5)+9]$

(d) $18:(-6):3$ **(e)** $(-1)\cdot(-5)\cdot(-4)$ **(f)** $42:6-8\cdot(-3)+(3+1)$

(g) $-3\cdot(-7)-11$ **(h)** $-45:(-3):3$ **(i)** $22:11-10\cdot(-3)$

(j) $5-20:(-4)$ **(k)** $(-3)\cdot(-2)\cdot(-6)$ **(l)** $12\cdot[30:(-6)+11]$

(m) $-4\cdot(-7)-11$ **(n)** $-63:(-7):3$ **(o)** $24:(-6)-3\cdot 5$

19.- Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 975 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 48 m de altura. ¿Cuántos metros sube el petróleo?

20.- ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de las verduras, que se encuentra a 4° C, a la del pescado congelado, que está a −35° C? ¿Y si pasase de la cámara del pescado la de la verdura?

21.- La temperatura más alta registrada en la Tierra fue de 58° C, en Libia en septiembre de 1922. La más baja fue de $-88\,°C$ en la Antártida en agosto de 1960. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura registrada en Libia y la registrada en la Antártida?

22.- En cierto lugar de las montañas de Lugo, el termómetro marca una temperatura de 8 ˚C a las 13 horas. A las 24 horas la temperatura ha descendido 18 grados. ¿Qué temperatura señala el termómetro a las 24 horas?

23.- Un topo se encuentra en su madriguera a 240 cm bajo tierra. Si excava 60 cm hacia abajo y desde allí asciende otros 80 cm para comer unas lombrices, ¿a qué altura estaban las lombrices?

24.- Sandra está practicando submarinismo. Ha descendido a una profundidad de 100 metros y tiene que iniciar el ascenso a la superficie. En una primera etapa sube 23 metros, deteniéndose para hacer descompresión. Si sube otros 15 metros más antes de hacer la segunda descompresión,

(p) ¿cuántos metros le faltarán para llegar a la superficie?

¿Cuánto ha variado su altura?

25.- Pedro y su padre van de compras. Pedro tiene 59€ y se quiere comprar unos zapatos que cuestan 36€ y una sudadera de 25€. ¿Tendrá suficiente dinero para pagarlo todo? ¿Cuánto tendrá que pedir prestado a su madre si quiere comprárselo?

26.- Camila tiene en su cuenta bancaria 73 euros. Cada mes su padre le ingresa 21 euros y ella saca para sus gastos 11 euros. Cuantos euros tendrá en su cuenta después de seis meses?

27.- Ángela tiene 46 años y su hijo 17. ¿Qué edad tendrá Ángela cuando su hijo tenga 28 años?

28.- Manuela visita un gran rascacielos. Monta en el ascensor y desde el cuarto sótano sube 17 pisos. Después sube otros 8 y, por último, vuelve a subir 7 pisos más. ¿En qué piso se para el ascensor definitivamente?

29.- Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) -3^3	b) $(-3)^3$	c) $(-5)^2$	d) -5^2	e) -2^4	f) $(-2)^4$
g) -10^7	h) $(-10)^7$	i) $(-4)^3$	j) -4^3	k) $(-2)^6$	l) -2^6
m) -2^5	n) $(-2)^5$	o) $(-5)^0$	p) 5^0	q) $(-3)^4$	r) $(-40)^3$

30.- Calcula el valor del exponente, si es posible:

a) $[\ \ ]^3=27$ b) $(-2)^{[\ \ ]}=4$ c) $-2^{[\ \ ]}=-16$

d) $-2^{[\ \ ]}=-16$ e) $1^{[\ \ ]}=2$ f) $(-2)^{[\ \ ]}=-16$

g) $(-10)^{[\ \ ]}=10000$ h) $-10^{[\ \ ]}=1000$ i) $(-5)^{[\ \ ]}=25$

j) $(-6)^{[\ \ ]}=-216$ k) $1^{[\ \ ]}=1$ l) $(-1)^{[\ \ ]}=1$

32.- Calcula

a) 2^2-1^2 b) $(2-1)^2$ c) 3^2-6^2 d) $(3-6)^2$

e) $(4-2)^2$ f) 4^2-2^2 g) $(-2)^2-7$ h) $7-(-2)^2$

i) 3^2-2^3+1 j) $8-3^2-(-1)^2$ k) $2^3-(-1)^2-7$ l) 2^2+2-2^3

m) $(4-7)^2+6\cdot(-1)$ n) $(4^2-7^2)+6\cdot(-1)$ o) $(3-5)^2-4-2:(-2)$

33.- Realiza las siguientes operaciones combinadas

a) $2\cdot(-1)^4-3\cdot(-1)-(-1)=$ b) $(-3)^3+(-3)^2-4\cdot(-3)-(-3)=$

c) $(-2)^3-2\cdot(-2)^2-5=$ d) $(-1)^3-2\cdot(-1)^2+3\cdot(-1)-1$

e) $(-1)^3-2\cdot(-1)^2+3\cdot(-1)-1$ f) $(1-3)^2-(-1-1)^2=$

g) $(-2-3)^2-(4-2)^2=$ h) $2\cdot1^4-3\cdot1-1=$

i) $2^3-2\cdot2^2+3\cdot2-1$ j) $2\cdot3^4-3\cdot3-3=$

k) $2\cdot0^4-3\cdot0-0=$ l) $2\cdot(-2)^4-3\cdot(-2)-(-2)=$

34.- Escribe las siguientes multiplicaciones en forma de pontencia y viceversa:

a)3·3·3·3·3= c) 6^3= e) 5^4=

b) 4^6= d) 2·2·2·2= f) 4·4·4·4·4·4·4·4=

35.- Reduce las siguientes expresiones a una única potencia utilizando las propiedades de las pontencias:

a) $3^2\cdot3^4$= e) $2^4\cdot3^4$= j) $5^2\cdot3^2$= n) $10^2\cdot10^3$=

b) $2^5:2^3$= f) $10^5:2^5$= k) $(3^2)^3$= ñ) $5^3\cdot5^5$=

c) $(2^3)^5$= g) $6^3\cdot6^5$= l) $4^3:2^3$= o) $(5^5)^5$=

d) $5^5:5^5$= i) $4^3\cdot2^3$= m) $4^6:4^5$= p) $25^4:5^4$=

36. Reduce las siguientes expresiones usando las propiedades de las potencias:

a) $\dfrac{2^2 \cdot 4^3 \cdot 8 \cdot 16}{2^6 \cdot 4^2}$

b) $\dfrac{3^2 \cdot 81^2 \cdot 27 \cdot 3^4}{(3^2)^3 \cdot 3 \cdot 9}$

c) $\dfrac{5^4 \cdot 25^4 \cdot (5^3)^2}{25^2 \cdot 125}$

APARTADO 4: FRACCIONES

1.- Expresa los siguientes resultados mediante una fracción:

a) Abel comió 2 huevos de los 6 que había en la fuente

b) Blanca pagó 25 € de los 150 que debe

c) Carmen hizo el examen en 40 min de los 50 que tenía

d) Este domingo Daniel durmió 11 horas

e) 3 de cada 9 niños tienen una mascota

f) El 25 por ciento de las personas son miopes

g) La fracción que representan 45 minutos en una hora

h) La fracción que representan 45 minutos en un día

i) La fracción que representan 4 meses en un año un año

j) La fracción que representan 5 días en

k) La fracción que representan 5 días en una semana

l) La fracción que representan 4 años en un siglo

2.- Representa gráficamente las siguientes fracciones

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{10}$

3.- Estas fracciones representan cocientes de dos números. Indica a qué número entero corresponde cada una:

a) $\frac{18}{3}$ b) $\frac{30}{10}$ c) $-\frac{45}{9}$ d) $\frac{-36}{4}$

4.- Obtén las cantidades en cada caso:

a) $\frac{2}{6}$ de 30 =　　b) $\frac{5}{3}$ de 351 =　　c) $\frac{3}{4}$ de 2 =　　d) $\frac{10}{500}$ de 70 =

5.- En una clase de 1º de ESO hay 12 chicos y 15 chicas. ¿Qué fracción del total de alumnos son chicas? ¿Y chicos?

7.- Laura ha leído las dos novenas partes de una novela. ¿Qué fracción le falta por leer? .Si el libro tiene 63 páginas, ¿cuántas le quedan para acabar el libro?

8.- Comprueba si la siguientes fracciones son equivalentes, indicando porqué:

a) $\frac{1}{9}$ y $\frac{9}{1}$　　b) $\frac{14}{7}$ y $\frac{15}{6}$　　c) $\frac{-1}{3}$ y $\frac{1}{3}$

d) $\frac{56}{27}$ y $\frac{75}{94}$　　e) $\frac{-2}{5}$ y $\frac{2}{-5}$　　f) $\frac{-3}{5}$ y $\frac{12}{-20}$

9.- Completa para que las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{1}{2}=\frac{\quad}{4}=\frac{\quad}{6}=\frac{\quad}{8}=\frac{\quad}{18}$　　b) $\frac{2}{7}=\frac{\quad}{14}=\frac{\quad}{28}=\frac{\quad}{70}=\frac{\quad}{210}$

c) $\frac{2}{\quad}=\frac{4}{\quad}=\frac{10}{\quad}=\frac{20}{30}$

10.- Simplifica las fracciones hasta que sean irreducibles:

a) $\frac{50}{35}$　　b) $\frac{6}{4}$　　c) $\frac{-10}{-20}$　　d) $\frac{66}{68}$

e) $\frac{5}{-7}$　　f) $\frac{55}{-77}$　　g) $\frac{24}{36}$

11.- Reduce estas fracciones a común denominador y ordénalas de menor a mayor:

a) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$　　b) $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{14}$, $\frac{7}{14}$

c) $\frac{7}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{-11}{12}$　　d) $\frac{-1}{5}$, $\frac{-2}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$

13.- Realiza las siguientes sumas y restas:

a) $\frac{16}{15}+\frac{7}{30}$ b) $\frac{7}{8}+\frac{7}{5}$ c) $\frac{3}{12}-\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{30}-\frac{9}{42}$

e) $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}$ f) $\frac{5}{5}+\frac{11}{10}+\frac{3}{8}$ g) $\frac{7}{12}-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}$ h) $\frac{13}{24}+\frac{3}{4}-\frac{5}{6}$

i) $\frac{3}{2}+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}$ j) $\frac{5}{3}-\frac{7}{3}+\frac{8}{3}$ k) $\frac{5}{2}+\frac{9}{2}-\frac{8}{2}$ i) $\frac{3}{5}+\frac{3}{5}-\frac{11}{5}$

14.- Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones, expresando el resultado en forma de fracción irreducible:

a) $\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{9}$ b) $\frac{3}{4}\cdot 7$ c) $\frac{8}{27}\cdot\frac{9}{16}$ d) $8\cdot\frac{5}{16}$

e) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{8}$ f) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}$ g) $\frac{8}{9}:\frac{4}{9}$ h) $\frac{9}{7}:\frac{5}{2}$

i) $8:\frac{4}{5}$ j) $\frac{5}{12}:10$ k) $\frac{21}{5}:\frac{7}{10}$ l) $\frac{1}{4}:\frac{1}{12}$

15.- Calcula y simplifica el resultado:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ b) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$ c) $\left(\frac{12}{7}\right)^2$ d) $\left(\frac{-2}{3}\right)^4$ e) $\left(\frac{-3}{5}\right)^3$

f) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ g) $\left(\frac{1}{10}\right)^5$ h) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ i) $\left(\frac{-1}{10}\right)^3$ j) $\left(\frac{4}{5}\right)^4$

16.- Calcula y simplifica el resultado:

a) $\frac{5}{12}+\left(\frac{1}{3}-\frac{8}{9}\right)$ b) $\frac{1}{3}:2+\frac{-4}{6}$ c) $\frac{3}{-4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{-3}{3}$

d) $\frac{-3}{2}\div 5+2\cdot\frac{-2}{3}$ e) $\dfrac{\frac{-8}{18}}{\frac{-7}{27}}$ f) $\left(4-\frac{2}{3}\right)^2$

g) $\left(\frac{9}{2}\right)^2-2\cdot\frac{1}{3}$ h) $\frac{7}{5}-2:\frac{4}{6}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$ i) $1+\left(1-\frac{1}{2}\right)^2$

j) $2-\frac{-1}{4}$ k) $\frac{-10-8}{12}\cdot\frac{-15}{3\cdot 6}$ l) $\frac{-7}{18}\div\left(-\frac{1}{6}\right)$

m) $(-3-6)\cdot\left(-\frac{7}{21}\right)$ n) $\dfrac{\frac{2}{3}-5}{6-\frac{1}{3}}$

17.- Realiza las operaciones y obtén la fracción irreducible:

a) $6\cdot\left(\frac{3}{12}+\frac{2}{18}\right)=$ b) $(-2)\cdot\left(\frac{1}{3}:\frac{6}{4}\right)=$ c) $8\cdot\left(\frac{5}{12}+\frac{2}{15}\right)=$

d) $\left(1-\frac{3}{2}\right):\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=$ e) $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{8}=$ f) $(-4)\cdot\left(\frac{1}{4}:\frac{3}{10}\right)=$

g) $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{8}=$ h) $\left(\frac{3}{2}-1\right):\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)=$ i) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right):\left(1-\frac{11}{12}\right)$

j) $\frac{7}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}+\frac{4}{9}$ k) $\frac{2}{9}-\frac{4}{15}+2$ l) $\frac{-4}{9}:\frac{8}{3}$

m) $\frac{7}{10}\cdot\left(-\frac{5}{14}\right)$ n) $\frac{-5}{4}\cdot\frac{8}{5}\cdot\frac{7}{-3}$ o) $\frac{-5}{4}\cdot\frac{8}{5}\cdot\frac{7}{-3}$

p) $\frac{5}{8}:\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}$ q) $\frac{5}{8}:\left(\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}\right)$ r) $\frac{5}{8}-\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}$

s) $\left(\frac{5}{8}-\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{4}{5}$ t) $\frac{5}{20}-\frac{8}{15}+\frac{7}{12}$ u) $\frac{3}{10}-\frac{5}{14}-\frac{2}{5}=$

v) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}-1\right):\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)=$ w) $\frac{1}{3}:\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{2}-1\right):\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)=$

18.- Señala la respuesta correcta:

a) La fracción $\frac{2138}{2136}$ es ...	① $\frac{2138}{2136}<1$	② $\frac{2138}{2136}>2100$	③ $\frac{2138}{2136}>1$	④ irreducible
b) El inverso de $\frac{a}{b}$ es ...	① $\frac{-b}{a}$	② $\frac{-a}{b}$	③ $\frac{b}{a}$	④ las tres respuestas
c) El opuesto de $\frac{3}{8}$ é ...	① $\frac{3}{-8}$	② $-\frac{3}{8}$	③ $\frac{-3}{8}$	④ las tres respuestas
d) Un cuarto de un cuarto es ...	① $\frac{1}{8}$	② $\frac{1}{16}$	③ $\frac{4}{4}=1$	④ ninguna de las tres
e) La fracción $\frac{-6}{-7}$ es ...	① positiva	② negativa	③ depende	④ ni positiva ni negativa

19.- De los animales del zoo, 2/3 son mamíferos y 1/5 aves.¿qué fracción son conjuntamente los mamíferos y las aves?

20.- Dos hermanos se reparten las canicas de un bote. El primero se lleva 3/8 del total, ¿Qué fracción se lleva el segundo? Si el bote tenía 80 canicas ¿cuántas canicas tiene cada hermano?

21.- Una persona tiene 1/4 de su fortuna en joyas, y 2/5 en terrenos. ¿Qué parte de su fortuna tiene entre joyas y terrenos?¿Cuánto le falta o le sobra para llegar a la mitad de su fortuna?

22.- Un poste tiene $\frac{1}{7}$ de su longitud clavado en el fondo de un estanque, y $\frac{1}{4}$ de su longitud, fuera del agua. ¿Qué parte del poste está cubierta por el agua? Si el poste mide 28 m, cuántos metros están clavados, cuantos en el agua y cuántos fuera del agua?

23.- Julia emprende un viaje de 30 km. En la primera hora recorre $\frac{1}{4}$ del trayecto, y en la segunda, $\frac{1}{3}$. ¿Qué parte del camino ha recorrido en las dos primeras horas? ¿Cuántos km le faltan para el final del trayecto?

24.- Claudia tenía 16 € y se ha gastado los $\frac{3}{4}$ en un regalo. Ángel tenía 30 € y se ha gastado los $\frac{2}{5}$. ¿Quién se ha gastado más dinero?

25.- Alberto ha resuelto bien $\frac{2}{3}$ de los ejercicios de una prueba y su amiga Irene los $\frac{3}{5}$. ¿Quién tendrá mejor nota?

27.- Adrián sale de su casa con 32 €. En diversas compras se gasta los $\frac{3}{8}$ de esa cantidad. ¿Qué parte le queda? ¿Cuántos euros ha gastado?

28.- Un contribuyente paga al principio del año la mitad de sus impuestos; al cabo de seis meses, la tercera parte de ellos, y al final del año paga el resto. ¿Qué parte de los impuestos paga al final del año? Suponiendo que tiene que pagar 1440 €, ¿qué cantidad ha pagado en cada uno de los tres plazos?

29.- De un depósito que contenía 600 litros de agua han sacado primero 1/6 del total y después 3/4 del total. ¿Cuántos litros quedan?

30.- Expresa en forma de fracción las siguientes potencias de exponente negativo:

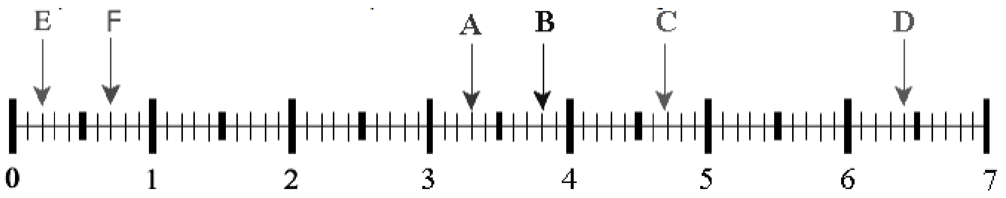
a) $3^{-2}=$ b) $5^{-1}=$ c) $4^{-2}=$ d) $5^{-3}=$ e) $6^{-2}=$ f) $3^{-4}=$

31.- Calcula el número que falta para que la igualdad sea verdadera:

a) $\frac{3}{4}=\frac{6}{x}$ b) $\frac{x}{10}=\frac{20}{5}$ c) $\frac{4}{x}=\frac{8}{22}$ d) $\frac{5}{10}=\frac{6}{x}$ e) $\frac{x}{4}=\frac{24}{16}$

APARTADO 5: NÚMEROS DECIMALES

1.- Indica qué números decimales corresponden a las letras del dibujo:



2.- Ordena situando los signos “>” ó “<”

a) 67,563 ____ 67,548 b) 103,31 ____ 103,342

c) 7,021____7,02 d) 98,3 ____ 98,2

3.- Halla dos números decimales que estén entre:

a) 12,65 y 12,66 b) 6,071 y 6,072 c) 0,001 y 0,01

4.- Redondea según se indica:

	Unidades	Décimas	Centésimas
6,723			
5,099			
0,094			
0,856			

5.- Completa el siguiente cuadro

Número	hasta las	Redondeo	Truncamiento
1235,68	décimas		
0,1239	milésimas		
453,48264	centésimas		
9362,3995	unidades		
31,548732	diezmilésimas		
1367	centenas		
3998	decenas		

6.- Calcula mentalmente:

a) El triple de 6,2 b) 0,689 · (-100) c) La mitad de 1,4
d) 3,5 · 0,1 e) 0,8·0,4 f) 1,65 : 1000

g) la tercera parte de 12,6
h) 3,25 + 1,75
i) 73,58 : 0,01
j) el doble de 7,3
k) 12 · 0,3
l) el triple de 5,2
m) la décima parte de 2,5
n) 0,5 · 0,7
o) la mitad de 20,4

7.- Realiza las siguientes operaciones:

a) 0,5294 · 10
b) 3,54 · 1000
c) 0,675 · 100
d) 0,475 · (-10)
e) – 6,24 ·100
f) 5 : 10
g) 3,6 : 10
h) 57,25 : 100
i) 8 : 100
j) 2,5 · 0,1
k) 0,15 : 0,1
l) 3,5 · 0,01
m) 73,58 : 0,01
n) 73,58 · 0,01
o) 0,3 : 1000

8.- Completa la tabla:

Número	Forma abreviada	Tipo de decimal	Periodo	Antiperiodo
7,30222…				
74,67676…				
0,040340340…				
3,5702222…				
2,7457457…				
3,02				

9.- Pasa las siguientes fracciones a un número decimal:

a) $\frac{10}{5}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{100}{9}$ d) $\frac{2}{14}$ e) $\frac{3}{10}$

10.- Escribe 3 números decimales exactos, otros 3 que sean decimales periódicos puros (en forma extensa y abreviada) , otros 3 que sean decimales periódicos mixtos (en forma extensa y abreviada) y 3 decimales no exactos y no periódicos.

11.- El kilo de merluza está a 11,20 €. Si una merluza pesa 1,450 kg, ¿cuánto costará?

12.- Fernando ha comprado 3,6 kg de peras que valen a 1,35 €/kg y 650 gramos de cerezas que valen a 3,20 € el kilo. Si ha pagado con un billete de 10 €, ¿cuánto le devolverán?

13.- En una estantería de una tienda hemos contado 135 frascos de perfume. Si cada uno de los frascos contiene 25 mililitros, ¿cuántos litros de perfume hay en total?

14.- El precio de cada frasco de perfume es de 8,90 €. Si una semana se venden 57 frascos, ¿cuánto habrá sido la recaudación total por su venta?

15.- En la ferretería se vende el cable blanco a 0,80€ el metro, y el negro, más grueso, a 2,25€ el metro. ¿cuánto pagaremos por 3,5 m del blanco y 2,25 m del negro?
16.- Un paquete con seis yogures pesa 0,678 kg. Expresa en kilos el peso de un yogur.

17.- Los melones se venden a 1,25€/kg. ¿Cuánto pesa un melón que cuesta 4,40 €?

18.- Las alturas de tres amigos suman 5 m. María mide 1,61 m y Luis 1,67 m. Halla cuánto mide Alberto

19.- Sara ha comprado 3 botes de tomate y un refresco que cuesta 1,05 €. Ha pagado con 5 € y le han devuelto 1,40 €. ¿Cuánto le ha costado cada bote de tomate?

20.- Manuel quiere hacer una ensalada para su restaurante pero no puede gastar más de 2 € por ración. para 50 personas necesita: 12,5 kg de atún, 7 kg de espárragos, 15 kg de queso y 20 kg de manzanas. Si 1 kg de atún cuesta 2,3 €, 1 kg de espárragos 32,2 €, 1k g de queso 8,25 € y 1 kg de manzana 1,99 €. ¿Consigue Manuel no pasarse del presupuesto?

21.- Una jarra vacía pesa 0,64 kg, y llena de agua 1,728 kg. ¿Cuánto pesa el agua?

22.- Se tienen 240 cajas con 25 bolsas de café cada una. Si cada bolsa pesa 0,62 kg, ¿cuál es el peso del café?

APARTADO 6: NOTACIÓN CIENTÍFICA

1.- Expresa en notación científica
a) 312000000 b) 432782 c) 0,236 d) 0,000101 e) 0,000000003

2.- ¿Verdadero o falso?
a) $5{,}83\cdot 10^{-5}<2{,}01\cdot 10^{4}$
b) $58{,}35\cdot 10^{4}>3{,}5\cdot 10^{6}$
c) $6{,}2\cdot 10^{-3}<5{,}8\cdot 10^{-4}$
d) $(3{,}1\cdot 10^{5})\cdot(3{,}3\cdot 10^{-5})<10$

10.- Calcula
a) $(3{,}2\cdot 10^{7})\cdot(9\cdot 10^{-15})$
b) $(5{,}73\cdot 10^{4})+(-3{,}2\cdot 10^{5})$
c) $(4{,}8\cdot 10^{12}):(2{,}4\cdot 10^{3})$
d) $(1{,}17\cdot 10^{8})-(3{,}24\cdot 10^{-6})$
e) $5{,}3\cdot 10^{11}-1{,}2\cdot 10^{12}+7{,}2\cdot 10^{10}$
f) $4{,}2\cdot 10^{-6}-8{,}2\cdot 10^{-7}+1{,}8\cdot 10^{-5}$
g) $(2{,}5\cdot 10^{22})\cdot(4\cdot 10^{-15}):(5\cdot 10^{-3})$
h) $(1{,}5\cdot 10^{-7})^{2}:(5\cdot 10^{-5})$

APARTADO 7: PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

1.-Manolo tiene 15 años y su amigo, Pedro, tiene 5. ¿Cuál es la razón de la edad de Manolo con relación a la de Pedro? Y, ¿cuál es la razón de la edad de Pedro con relación a la de Manolo?

2.- En 1º ESO del instituto Pedro Floriani hai 12 niñas y 14 niños. En 1º ESO del instituto Mendiño hay 6 niñas. ¿Cuántos niños tiene que haber para que la las razón de niños y niñas formen proporción en ambos institutos?

3.- Di si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o no proporcionales:

a) El número de personas que van en el autobús y la recaudación del autobús

b) El número de páginas de un libro y su precio

c) El número de vacas que posee un granjero y la cantidad de pienso que gasta a la semana

d) El número de páginas de un libro y el peso que tiene

e) El número de hijos de una familia y el número de días que tiene de vacaciones el padre

f) El tamaño de una caja y el número de cajas iguales que se pueden almacenar en una nave

g) El tiempo que está encendida una bombilla y el gasto de energía

h) La velocidad de un tren y el tiempo que tarda en cubrir la distancia entre dos ciudades

i) El precio de un coche y el número de asientos que lleva

j) El número de horas trabajadas y el salario percibido

k) El número de operarios y el tiempo empleado en hacer determinado trabajo

4.- Un naranjo proporciona al año 50 kg de naranjas. Completa la siguiente tabla indicando si las magnitudes son inversa o directamente proporcionales.

Kg fruta	50			200	400		3000
n.º árboles	1	2	3			20	

5.- Un albañil me va a arreglar el tejado de mi casa en 30 días. Completa la siguiente tabla indicando si las magnitudes son inversa o directamente proporcionales.

Albañiles	1	2			6		
Días	30		10	6		2	30

6.- Calcula la x en cada caso

a) $\frac{6}{10}=\frac{30}{x}$

b) $\frac{14}{21}=\frac{x}{69}$

c) $\frac{39}{x}=\frac{13}{17}$

d) $\frac{5}{9}=\frac{1}{x}$

7.- Un trozo de queso de 400 gramos cuesta 4,60 €. ¿Cuánto costará otro trozo del mismo queso, pero de 0,32 kg?

8.- Un motorista que transita por una autopista ha recorrido 4,8 km en los últimos 3 minutos. Si no varía la velocidad, ¿qué distancia recorrerá en los próximos 10 minutos?

9.- Juan y Carmen dejan sus coches en un aparcamiento a las 8 de la mañana. Juan lo retira a las 12 h y paga 3,40 €. ¿Cuánto pagará Carmen si lo retira a las 17 h?

10.- Una fuente arroja 42 litros de agua en 6 minutos. ¿Cuántos litros arrojará en 15 minutos?

11.-Un empleado recibió la semana pasada 60 € por 5 horas extraordinarias de trabajo. ¿Cuánto recibirá esta semana por solo 3 horas?

12.- En un taller de confección se han fabricado 5880 vestidos en 21 días. Si se mantiene el ritmo de producción, ¿cuántos vestidos se fabricarán en los próximos 15 días?

13.- Las grosellas se venden a 2,30 euros el cuarto. ¿Cuánto cuesta cuarto y mitad?

14.- Las almendras se venden a 10,50 €/kg. ¿Cuánto cobrarán por 230 gramos?

15.- Un besugo de un kilo y doscientos gramos ha costado 14,40 €. ¿Cuánto costará otro besugo de ochocientos gramos?

Cálculo de porcentajes

16.- Calcula

a) 30% de 200

b) 8% de 300

c) 40% de 25

d) 7% de 300

e) 4% de 175

f) 63% de 830

17.- Completa la siguiente tabla

Porcentaje	Fracción	Decimal
30%		
	1/4	
		0,07
50%		
	1/10	

18.- En una caja hay cuatro docenas de bombones, de los que el 25% están envueltos en papel de plata. ¿Cuántos van envueltos?

19.- En un barrio viven 400 familias, de las que el 75% están pagando la hipoteca del piso. ¿Cuántas familias tienen hipoteca?

20.- El camión de reparto deja en el supermercado 580 cajas de leche. El 15% son de leche desnatada. ¿Cuántas cajas de leche desnatada se han recibido?

21.- Un mayorista compra un camión de 5000 kg de melocotones, los selecciona y los envasa para venderlos al detalle. Si en la selección desecha un 15%, ¿cuántos kilos quedan para la venta?

22.- En un pueblo, tres de cada cuatro habitantes viven de la agricultura. ¿Qué tanto por ciento de la población vive de la agricultura?

23.- Marta tenía 200 euros en la hucha y se ha gastado 10. ¿Qué tanto por ciento de sus ahorros ha gastado?

24.- En mi clase somos 28 alumnos, y uno de cada cuatro pertenece al club para la defensa del medio ambiente. ¿Qué tanto por ciento pertenece al club? ¿Cuántos alumnos no pertenecen al club?

25.- Una fábrica tiene 245 empleados. Tres de cada cinco son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en la fábrica? ¿Cuál es el porcentaje de mujeres entre los empleados de la fábrica?

26.- Un barco pesquero ha capturado dos toneladas de pescado. El 35% de la captura es merluza, que alcanza en la lonja un precio de 5,40 €/kg. ¿Cubren con la merluza los gastos de la expedición, que asciende a 3500 €?

27.- En las elecciones municipales de una pueblo con 5400 votantes, el partido A ha sacado el 42% de los votos. El partido B obtuvo 1890 votos. ¿Cuántos votos obtuvo el partido A? ¿Qué diferencia, en tanto por ciento, hubo entre los dos partidos?

Aumentos y disminuciones porcentuales

28.- Un sofá que costaba 890 euros se ha rebajado un 40%. ¿Cuál es el precio tras la rebaja?

29.- Un embalse contenía, al finalizar el verano, 2,4 hectómetros cúbicos de agua. En otoño, las reservas han aumentado un 25%. ¿Cuánta agua tiene al comenzar el invierno?

30.- Un libro de 20 € aumenta su precio en un 15%, ¿cuánto vale ahora?

31.- En unos grandes almacenes hay una prenda de vestir que tiene marcado un precio de 39 €. Si en rebajas su precio disminuye un 15%, ¿Cuál será su nuevo precio?

32.- Marta ha comprado una blusa que costaba 35 €, pero estaba rebajada un 20 %. ¿Cuánto ha pagado finalmente por la blusa?

33.- El precio de un objeto en una tienda de regalos es de 180 euros. En primer lugar reduce el precio un 12% y posteriormente aumenta un 27%. ¿Cuál es el precio final?