

## TEMA 7: FIGURAS PLANAS

### 1.- ELEMENTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA EN EL PLANO

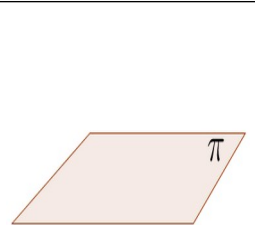
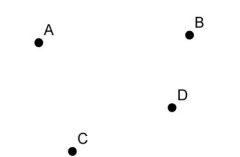
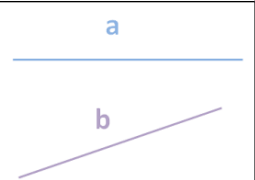
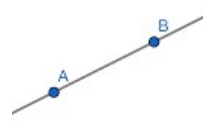

**Plano:** Es una superficie sobre la que trazar puntos, líneas, círculos u otras figuras. Una hoja de papel, nuestra pantalla o una pizarra sirven para representar un plano.

**Punto:** es un elemento geométrico cuyo largo y cuyo ancho es cero. Señala un lugar en un plano. A los puntos se les suele denominar con letras mayúsculas **A, B, P, Q, ...**

**Recta:** es una línea sin principio ni final (se extiende hasta el infinito). Su anchura es cero y su longitud infinita. Un hilo tenso, el borde de la mesa o la regla son representaciones adecuadas de rectas. A las rectas se les suele denominar con letras minúsculas: **r, s, t ...**

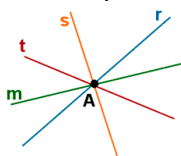
**Segmento:** Es un trozo de recta comprendido entre dos puntos. Estos son los extremos del segmento. A este segmento se le denomina **a**.

Si prolongamos un segmento por uno solo de sus extremos obtenemos una **semirrecta**. En este caso decimos que el punto P es el origen de esta semirrecta. Una semirrecta tiene principio pero no final.

Plano	Punto	Recta	Segmento	Semirrecta
				

### 1.1- Propiedades de las rectas

1.- Por un punto pasan infinitas rectas



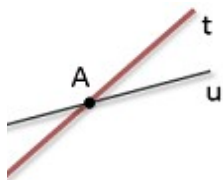
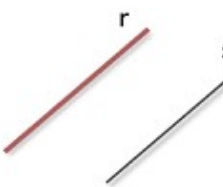
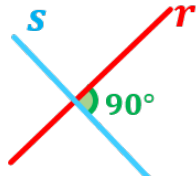
2.- Dados dos puntos distintos en un plano, existe una única recta que los une:



3.- Dos rectas distintas que tienen un punto en común son **rectas secantes**. Al punto en común se le llama **punto de corte**. Las rectas secantes tienen direcciones diferentes.

4- Dos rectas distintas que NO tienen ningún punto en común son **rectas paralelas**. Las rectas paralelas señalan la misma dirección. Por un punto exterior a una recta, es decir, que no pertenece a ella, se puede trazar una y solo una paralela a la otra recta.

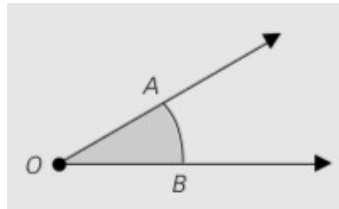
5.- Dos rectas son **perpendiculares** si dividen al plano en cuatro regiones de igual amplitud. También diremos que son perpendiculares si forman un ángulo de  $90^\circ$

o Secantes	o Paralelas	o Perpendiculares
		

## 2- ÁNGULOS Y SUS RELACIONES

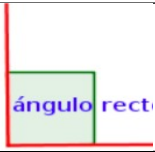
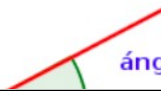

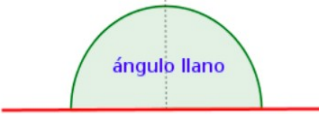
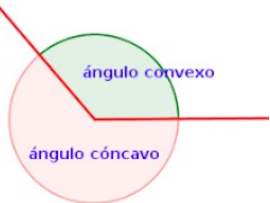
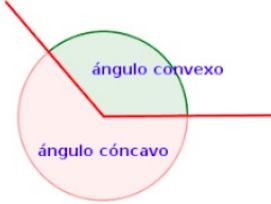
**Ángulo:** es la región del plano que forman dos semirrectas que tienen el mismo origen .

**Vértice O:** origen de las semirrectas.  
**Lados A y B:** semirrectas de origen O.  
**Amplitud:** abertura del ángulo.

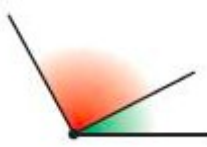

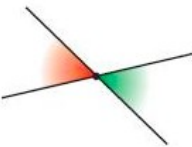
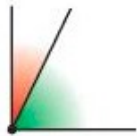



Los ángulos se nombran poniendo el símbolo “^” encima de una letra mayúscula, por ejemplo:  $\hat{A}$

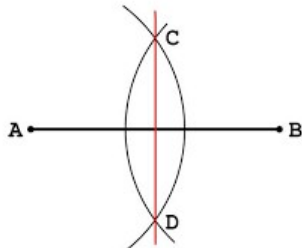
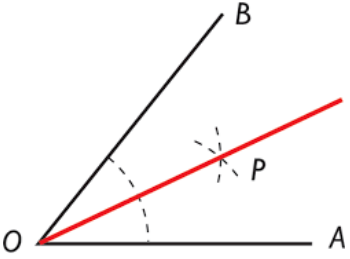
### 2.1.- Clasificación de ángulos según su amplitud

Recto	Agudo	Obtuso
		
Es aquel cuyos lados son perpendiculares, la amplitud forma un ángulo de $90^\circ$ .	Un ángulo es agudo si la amplitud es menor que la del ángulo recto. Amplitud menor de $90^\circ$	Un ángulo es obtuso si la amplitud es mayor que la del ángulo recto. Amplitud mayor de $90^\circ$
Llano	Convexo	Cóncavo
		
Es el que resulta al trazar dos semirrectas con igual origen pero sentido opuesto. La amplitud es $180^\circ$ .	Su amplitud es menor que la de un ángulo llano.	Su amplitud es mayor que la de un ángulo llano.

## 2.2.- Relaciones entre ángulos

Consecutivos	Adyacentes	Opuestos por el vértice
		
Tienen el vértice y un lado común.	Tienen el vértice y un lado en común y los lados no comunes están sobre la misma recta	Tienen el vértice en común y sus lados están sobre las mismas rectas
Complementarios		Suplementarios
		
Dos ángulos se llaman complementarios si su suma es un ángulo recto.		Dos ángulos se llaman suplementarios si su suma es un ángulo llano.

## 3.- CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS SENCILLAS

Mediatriz	Bisectriz
La <b>mediatriz</b> de un segmento es la recta perpendicular a dicho segmento y que pasa por su punto medio. Todos los puntos de la mediatriz están a la misma distancia de los dos extremos del segmento.	La <b>bisectriz</b> de un ángulo es la semirrecta que divide al ángulo en dos partes iguales. Todos los puntos de la bisectriz están a la misma distancia de los dos lados del ángulo.
	

## 4.- FIGURAS PLANAS ELEMENTALES

**Línea poligonal:** Está formada por la unión de varios segmentos. Una línea poligonal es cerrada si está formada por la unión de varios segmentos de forma que se unen el extremo inicial del primer segmento con el final del último. En otro caso se llama línea poligonal abierta.



poligonal abierta

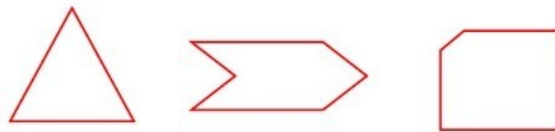


poligonal cerrada

**Línea poligonal simple y compleja:** En el siguiente dibujo tenemos dos líneas poligonales cerradas. La azul es simple porque los segmentos que la forman no se cortan entre sí. La verde es compleja porque algunos elementos se cortan.



**Polígono:** región del plano que queda delimitada por una línea poligonal cerrada.



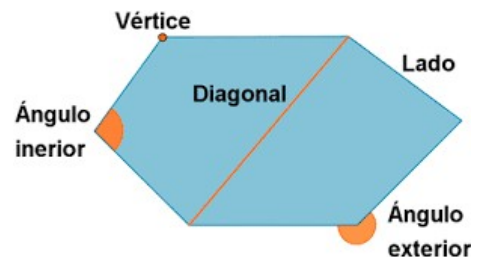
### 4.1- Elementos de los polígonos

**Lados:** segmentos que limitan el polígono.

**Ángulos:** ángulos formados por los lados del polígono.

**Vértices:** Puntos donde se unen los lados.

**Diagonales:** Segmentos que unen dos vértices no consecutivos.



## 4.2- Clasificación de polígonos

- Según sus ángulos:

**Convexos:** Los polígonos convexos son aquellos en los que todos sus ángulos interiores miden menos de  $180^\circ$ . Todos los polígonos regulares son convexos.

**Cóncavos:** Los polígonos cóncavos son aquellos en los que uno o más ángulos interiores miden más de  $180^\circ$ .

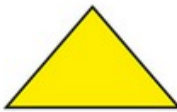
polígono convexo



polígono cóncavo

- Según sus lados:

Triángulo  
3 lados



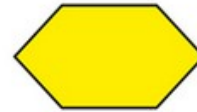
Cuadrilátero  
4 lados



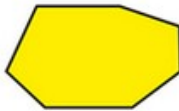
Pentágono  
5 lados



Hexágono  
6 lados



Heptágono  
7 lados



Octógono  
8 lados



Eneágono  
9 lados

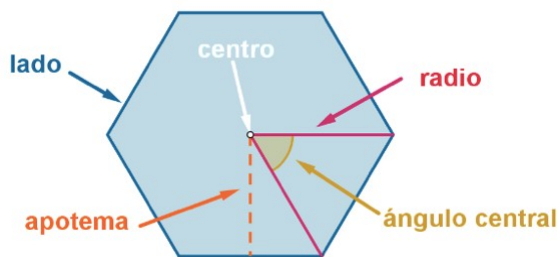


Decágono  
10 lados



## 4.3- Polígonos regulares

**Polígono regular** es el que tiene todos los lados y todos los ángulos que miden lo mismo. En caso contrario, se llama **polígono irregular**.



**Centro:** Puntos que está a la misma distancia de todos los vértices

**Radio:** Segmento que une el centro con un vértice

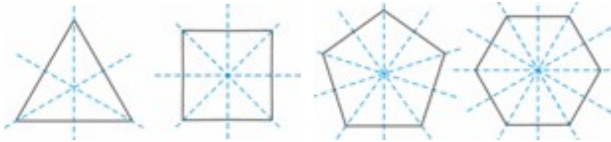
**Ángulo central:** Ángulo determinado por dos radios consecutivos

**Apotema:** Segmento que une el centro con el punto medio de un lado

## 4.4- Simetrías

Un **eje de simetría** es la recta que divide a una figura plana en dos partes que coinciden exactamente al doblarla por esa recta.

Los polígonos regulares tienen tantos ejes de simetría como lados.



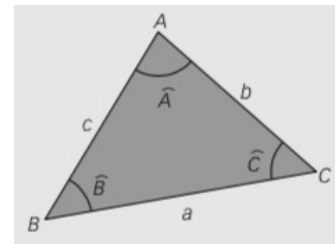
## 5.- TRIÁNGULOS

Un triángulo es un polígono de 3 lados:  $a$ ,  $b$  y  $c$

Tiene 3 vértices:  $A$ ,  $B$  y  $C$

Tiene 3 ángulos:  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$

**Clasificación de triángulos según sus lados y sus ángulos:**





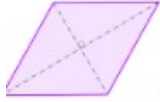
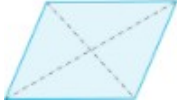




SEGÚN SUS LADOS		
Equilátero	Isósceles	Escaleno
3 lados iguales	2 lados iguales	3 lados desiguales
SEGÚN SUS ÁNGULOS		
Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
3 ángulos agudos	1 ángulo recto	1 ángulo obtuso

La suma de los ángulos de un triángulo es  $180^\circ$

## 7.- CUADRILÁTEROS

Un **cuadrilátero** es un polígono de cuatro lados.

**Clasificación de cuadriláteros:**

<b>Paralelogramos</b> Lados opuestos paralelos e iguales, ángulos opuestos iguales	<b>Cuadrado</b>  4 lados y 4 ángulos iguales	<b>Rectángulo</b>  Lados iguales 2 a 2 4 ángulos iguales
	<b>Rombo</b>  4 lados iguales Ángulos iguales 2 a 2	<b>Romboide</b>  Lados iguales 2 a 2 Ángulos iguales 2 a 2
<b>Trapecios</b> Tienen dos lados paralelos llamados bases	<b>Trapecio rectángulo</b>  Tiene 2 ángulos rectos	<b>Trapecio isósceles</b>  Lados no paralelos iguales Ángulos iguales 2 a 2
	<b>Trapecio escaleno</b>  4 ángulos y 4 ángulos distintos	
<b>Trapezoide</b> Tiene los cuatro lados no paralelos		

La suma de los ángulos de un cuadrilátero es  $360^\circ$

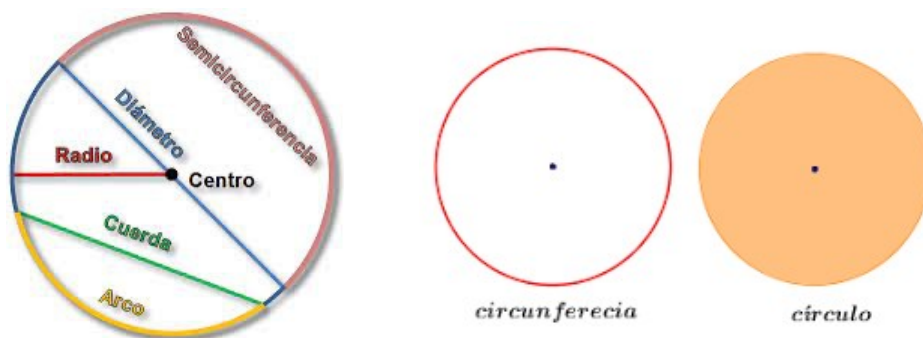
## 6.- CIRCUNFERENCIA, CÍRCULO Y SECTOR CIRCULAR

Una **circunferencia** es una curva cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de un punto llamado centro.

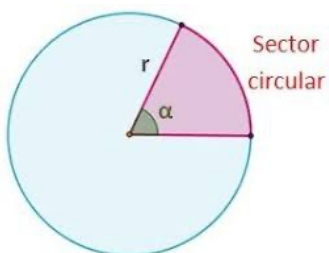
**Elementos de la circunferencia:**

- **Centro:** punto que se encuentra a la misma distancia de todos los puntos de la circunferencia.
- **Radio:** segmento que une el centro con cualquiera de los puntos de la circunferencia.
- **Cuerda:** segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- **Diámetro:** cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.
- **Arco :** parte de la circunferencia comprendida entre los extremos de una cuerda.
- **Semicircunferencia:** mitad de una circunferencia.

Un **círculo** es la región del plano que queda dentro de la circunferencia, es decir, la región del plano cuyos puntos están a una distancia del centro menor o igual que la longitud del radio.



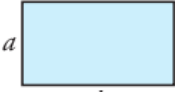

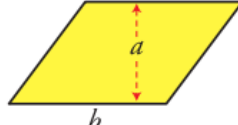
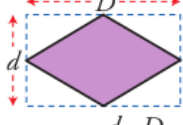
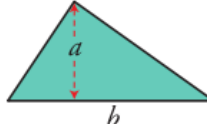
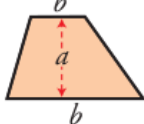
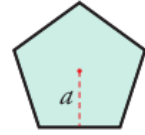
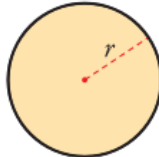
Un **sector circular** es la porción de círculo comprendido entre dos radios.

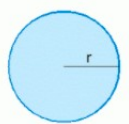
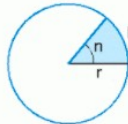
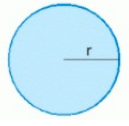
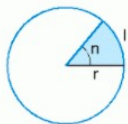


## 7.- PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS PLANAS

**Perímetro:** es la suma de las longitudes de sus lados. El perímetro se mide utilizando unidades de longitud

**Área:** es la superficie encerrada por la figura, es decir, la cantidad de superficie que ocupa. El área se mide utilizando unidades de superficie.

<p>RECTÁNGULO</p>  <p><math>A = a \cdot b</math></p>	<p>CUADRADO</p>  <p><math>A = l^2</math></p>	<p>PARALELOGRAMO</p>  <p><math>A = a \cdot b</math></p>	<p>ROMBO</p>  <p><math>A = \frac{d \cdot D}{2}</math></p>
<p>TRIÁNGULO</p>  <p><math>A = \frac{a \cdot b}{2}</math></p>	<p>TRAPECIO</p>  <p><math>A = \frac{b + b'}{2} \cdot a</math></p>	<p>POLÍGONO REGULAR</p>  <p><math>A = \frac{\text{Perímetro} \cdot a}{2}</math></p>	<p>CÍRCULO</p>  <p><math>A = \pi r^2</math></p>

Longitud de la circunferencia		$L = 2\pi r$
Arco de circunferencia		$L = \frac{2\pi r}{360} \cdot n$
Área del círculo		$A = \pi r^2$
Área sector circular		$A = \frac{\pi r^2}{360} \cdot n$