

## TEMA 6: ÁLGEBRA

En muchas ocasiones en matemáticas necesitamos trabajar con números que no conocemos, en esos casos, los números se representan por letras y se operan con las mismas leyes y propiedades que en las expresiones numéricas. Se pueden usar para:

- Expresar propiedades  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- Expresar fórmulas  $A = \frac{b \cdot h}{2}$
- Expresar y operar números desconocidos  
Peso de un tubo de galletas  $\rightarrow x$   
Peso de dos tubos de galletas  $\rightarrow 2x$

La parte de las matemáticas que se ocupa de estudiar el comportamiento de las expresiones con letras y números se llama álgebra

### 1.- LENGUAJE ALGEBRAICO

- Los números ó cantidades desconocidas se llaman incógnitas o variables. Se representan con una letra minúscula ó mayúscula. En general la letra minúscula y la mayúscula no representan el mismo valor:  $A \neq a$
- En un mismo cálculo o ejercicio, una letra representa a un único número que no cambia a lo largo del ejercicio. Diferentes letras, sin embargo, pueden representar al mismo número.
- Las letras sí pueden tener un valor cambiante.
- Las propiedades de las letras son las mismas que las de los números (conmutativa, asociativa, distributiva, etc) , salvo que en principio no conocemos el valor de esas letras.
- El símbolo de multiplicación se puede omitir si afecta a una variable ó incógnita:

$$3 \cdot x = 3x$$

### 2.- MONOMIOS Y POLINOMIOS

Un **monomio** es el producto de una parte **numérica** llamada **coeficiente** y una parte con **letras y exponentes** naturales llamada **parte literal**. Las letras de la parte literal reciben el nombre de variables y representan números de valor desconocido.

Ejemplo:  $34a^2bc^7$  es un monomio, el coeficiente es 34 y la parte literal  $a^2bc^7$

Se llama **grado** de un monomio al número de factores que forman su parte literal.

Ejemplo: el grado del monomio  $34a^2bc^7$  es  $2+1+7=10$

Dos monomios son **semejantes** cuando tienen idéntica parte literal.

Ejemplo:  $\frac{-5}{2}xy^2$  y  $100xy^2$  son monomios semejantes.

Ejemplo de coeficiente, parte literal, grado y monomios semejantes:

| Monomio          | Coeficiente   | Parte literal | Grado   | Monomio semejante |
|------------------|---------------|---------------|---------|-------------------|
| $5a^2b$          | 5             | $a^2b$        | $2+1=3$ | $-8a^2b$          |
| $\frac{3m^3}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $m^3$         | 3       | $4,5m^3$          |
| $-13x^5$         | -13           | $x^5$         | 5       | $\frac{x^5}{3}$   |

Un **polinomio** es la suma de dos o más monomios no semejantes, cada uno de los monomios que lo forman se llaman **términos**.

Ejemplo:  $xy+3x+2y+5$  y  $ab^5+m^3+a^2+b^7$  son polinomios.

## 2.1.- Operaciones con polinomios

### • Suma y resta:

Para sumar dos polinomios, tenemos que ir sumando los monomios que sean semejantes, se suman los coeficientes y se deja la parte literal.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} a+a+a &= 3a ; 2a-4a+8a=6a ; 2xy+5xy-3xy=4xy ; 2ab^2-3ab^2=-ab^2 ; \\ 2x^2-5+3x^3-3 &= 5x^2-8 ; (7x^2-4)+(2x+1)=7x^2-4+2x+1=7x^2+2x-3 ; \\ (b^2-b+3)-(b-6) &= b^2-b+3-b+6=b^2-2b+9 \end{aligned}$$

Si no son semejantes la suma queda indicada

Ejemplo:  $a+b$  ;  $x+x^2-5y$

### • Multiplicación:

Para multiplicar monomios, no es necesario que los monomios sean semejantes

Multiplicación de monomios: multiplicamos por un lado los coeficientes (números) y por el otro las partes literales (letras)

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (3a) \cdot (2b) &= 6ab \\ (3a^4) \cdot (2a^3) &= 6a^7 \\ (-3x) \cdot 4x &= -12x^2 \\ (5ab^2) \cdot (2a^3b^6) &= 10a^4b^8 \end{aligned}$$

Multiplicación de un monomio por un polinomio: multiplicamos el monomio por cada uno de los términos del polinomio.

Ejemplo:

$$3 \cdot (3a + 5b) = 3 \cdot 3a + 3 \cdot 5b = 9a + 15b$$

$$4x \cdot (x^2 - 3y^2) = 4x \cdot x^2 - 4x \cdot 3y^2 = 4x^3 - 12xy^2$$

- **División:**

Para dividir monomios, por un lado dividimos los coeficientes (letras) y por el otro las partes literales (letras).

Para dividir las letras restamos los exponentes, de las letras iguales.

Ejemplo:

$$(6a) : (3a) = 2$$

$$(12a^7) : (2a^3) = 6a^4$$

$$(-10x^3y) : (2xy) = -5x^2$$

$$a^2 : a^4 = a^{-2}$$