

TEMA 3: FRACCIONES

1. FRACCIONES

Una **fracción** es un cociente indicado de dos números enteros. El **denominador** indica el número de partes iguales en que se divide la unidad. El **numerador** indica el número de partes que se toman de la unidad.

$\frac{a}{b}$ donde a es el numerador y b el denominador.

Ejemplos: $\frac{4}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$

Para leer una fracción, se lee primero el numerador y luego el denominador. Si el denominador es menor o igual que 10 se leen medios, tercios, cuartos, ..., décimos. Si el denominador es mayor que 10 se lee el numerador y luego el denominador seguido de la terminación –avos.

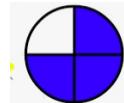
Ejemplos: $\frac{4}{3}$: cuatro tercios, $\frac{1}{2}$: un medio, $\frac{5}{11}$: cinco onceavos

1.1- Interpretaciones de una fracción

- **Fracción como partes de un todo:**

En una fracción el denominador indica las partes iguales en las que se divide la unidad y el numerador las partes que se toman.

Ejemplos: $\frac{3}{4}$ indica que dividimos la unidad en 4 y cogemos 3.



- **Fracción como proporción:**

Ejemplos: Si en una clase 2 de cada 3 estudiantes aprueban → aprueban $\frac{2}{3}$

Si tengo 20€ y gasto 3€, me he gastado $\frac{3}{20}$ de mi dinero y me quedan $\frac{17}{20}$

- **Fracción de una cantidad:**

Para calcular la fracción de una cantidad dividimos entre el denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador. También se puede hacer primero el producto y en segundo lugar, el cociente:

Ejemplos: $\frac{2}{3}$ de 12 = $12 : 3 \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$ $\frac{2}{3}$ de 12 = $12 \cdot 2 : 3 = 24 : 3 = 8$

2. FRACCIONES EQUIVALENTES. AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN

Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma cantidad. Diremos que dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si $a \cdot d = b \cdot c$

Ejemplo: $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ son fracciones equivalentes

Podemos comprobar que $2 \cdot 2 = 4 \cdot 1$



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

- **Amplificación de fracciones:** amplificar una fracción es obtener otra fracción equivalente multiplicando numerador y denominador por un mismo número entero distinto de cero. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$
 - **Simplificación de fracciones:** simplificar una fracción es obtener una fracción equivalente dividiendo numerador y denominador por un mismo divisor común.
- $$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$$
- Una fracción que no se puede simplificar se llama **irreducible**.

3.- REDUCCIÓN A COMÚN DENOMINADOR . ORDENACIÓN

- Para comparar, sumar y restar fracciones, tenemos que buscar fracciones equivalentes con el mismo denominador. Para **reducir fracciones a común denominador**, tenemos que calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores y después multiplicar los dos miembros de cada fracción por el número que resulta de dividir el mínimo común múltiplo entre el denominador correspondiente.

Ejemplo: Queremos reducir a común denominador las fracciones: $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{30}$ y $\frac{11}{20}$

- Primero calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores $mcm(12,30,20)$, para ello factorizamos estos números y escogemos los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

$$12 = \underbrace{2^2 \cdot 3}_{mcm(12,30,20)} , 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 , 20 = 2^2 \cdot 5$$

- Ahora en cada fracción, multiplicamos numerador y denominador, por el número adecuado para obtener 60 en el denominador y de esta forma conseguir las fracciones equivalentes a las iniciales con denominador común 60:

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{35}{60}, \quad \frac{13}{30} = \frac{13 \cdot 2}{30 \cdot 2} = \frac{26}{60}, \quad \frac{11}{20} = \frac{11 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{33}{60}$$

- Para **ordenar fracciones** debemos tener en cuenta:
 - Si las fracciones tienen el **mismo denominador**, es menor la que tiene menor numerador.
 - Ejemplo: $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$
 - Si las fracciones tienen el **mismo numerador**, es menor la que tiene el mayor denominador.
 - Ejemplo: $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$
 - Cuando las fracciones **no tengan el mismo numerador ni el mismo denominador**, las reduciremos a común denominador para poder compararlas.

Ejemplo: Queremos ordenar las fracciones del ejemplo del apartado anterior:

$\frac{7}{12}, \quad \frac{13}{30} \quad \text{y} \quad \frac{11}{20}$. Una vez que las tenemos reducidas a común denominador, ya podemos ordenar las fracciones $\frac{26}{60} < \frac{33}{60} < \frac{35}{60} \rightarrow \frac{13}{30} < \frac{11}{20} < \frac{7}{12}$

4.- OPERACIONES CON FRACCIONES

Vamos a ver como realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones.

4.1.- Suma y resta de fracciones

- Si las fracciones tienen el **mismo denominador**, se mantiene el denominador y se suman o restan los numeradores.

Ejemplos: $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \quad \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

- Si las fracciones tienen **diferente denominador**, se reducen a común denominador y luego sumamos o restamos los numeradores.

Ejemplos: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

- NOTA.- Si aparece un **número entero**, lo sustituimos por si fracción equivalente.

Ejemplo: $2 = \frac{2}{1}$ por lo tanto, $2 + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{2}{1} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{12}{6} + \frac{1}{6} - \frac{2}{6} = \frac{11}{6}$

OJO!! Estas tres fracciones son equivalentes $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

4.2.- Multiplicación de fracciones

- Para multiplicar fracciones, se realiza el producto en linea (numerador por numerador y denominador por denominador): $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Ejemplo: $\frac{6}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

- Potencia de una fracción, si elevamos un fracción a un número entero n , se elevan numerador y denominador $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Ejemplo: $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

4.3.- División de fracciones

- La inversa de una fracción $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$

Ejemplo: La fracción inversa de $\frac{6}{4}$ es $\frac{4}{6}$

- El cociente de dos fracciones es el producto de la primera por el inverso de la segunda. También se puede calcular multiplicando en cruz: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Ejemplo: $\frac{6}{4} : \frac{2}{5} = \frac{6 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$

4.4.- Operaciones combinadas con fracciones

- Para realizar operaciones combinadas con fracciones seguimos el mismo orden que vimos para números enteros:

