

1. Si B es una matriz cuadrada de dimensión 3×3 cuyo determinante vale 4, calcular el determinante de $5B$ y el de B^2 .
2. Sabemos que el determinante de una matriz cuadrada A vale -1 y que el determinante de la matriz $2A$ vale -16 . ¿Cuál es el orden de la matriz A ?
3. Sea B la matriz cuadrada de tamaño 3×3 que verifica que $B^2 = 16I$, siendo I la matriz unidad. Calcular el $\det(B)$.
4. Sea A una matriz cuadrada tal que $A^2 - 3A = -2I$ (siendo I la identidad). Probar que A admite inversa y utilizar la igualdad dada para expresar A^{-1} en función de A .

5. Si se sabe que el determinante $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ vale 5, calcular razonadamente

$$\begin{vmatrix} a_1 & 2a_2 & 3a_3 \\ b_1 & 2b_2 & 3b_3 \\ c_1 & 2c_2 & 3c_3 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + a_3 & b_2 + b_3 & c_2 + c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

6. Si A es una matriz cuadrada de tamaño 2×2 para la cual se cumple que $A^{-1} = A^t$, ¿puede ser el determinante de A igual a 3?
7. Sea A una matriz cuadrada tal que $\det(A) = -1$ y $\det((-2) \cdot A) = 32$. Calcular el tamaño de la matriz A .

8. Resolver la ecuación $\begin{vmatrix} x+1 & x & x \\ x & x+1 & x \\ x & x & x+1 \end{vmatrix} = 0$

9. Resolver la ecuación $\begin{vmatrix} -x & -1 & 2x \\ 2x & -x & -1-x \\ -1 & 2x & 0 \end{vmatrix} = 0$

10. Sea A una matriz 3×3 de columnas C_1, C_2 y C_3 (en ese orden). Sea B la matriz de columnas $C_1 + C_2, 2C_1 + 3C_3$ y C_2 (en ese orden). Calcular el determinante de B en función de A .
11. Sea A una matriz 2×2 de columnas C_1, C_2 y determinante 4. Sea B otra matriz 2×2 de determinante 2. Si C es la matriz de columnas $C_1 + C_2$ y $3C_2$, calcúlese el determinante de la matriz $B \cdot C^{-1}$.

12. Se tiene una matriz M cuadrada de orden 3 cuyas columnas son respectivamente C_1 , C_2 y C_3 y cuyo determinante vale 2. Se considera la matriz A cuyas columnas son $-C_2$, C_3+C_2 , $3C_1$. Calcúlese razonadamente el determinante de A^{-1} en caso de que exista esa matriz.
13. Sea A una matriz cuadrada de orden 4 cuyo determinante vale 3, y sea la matriz $B = \sqrt[4]{3}A$. Calcúlese el determinante de la matriz B .
14. Si los determinantes de las matrices cuadradas de orden tres A y $4A^{-1}$ son iguales, calcular el determinante de A . ¿Existe la matriz inversa de A ?
15. Sean A , B y X tres matrices cuadradas del mismo orden que verifican la relación $A \cdot X \cdot B = I$, siendo I la matriz unidad. Si el determinante de A vale -1 y el de B vale 1, calcular razonadamente el determinante de X .
16. Sea A una matriz cuadrada de orden 2 verificando que $2 \cdot A^2 = A$. Calcular razonadamente los posibles valores del determinante de A .
17. Sean A y B matrices cuadradas con $\det(A)=2$ y $\det(B)=3$. Razonar cuánto vale el determinante de la matriz $B^{-1} \cdot A \cdot B$.
18. Una matriz cuadrada A tiene la propiedad de que $A^2=2 \cdot A + 3 \cdot I$, donde I es la matriz unidad. Demostrar que A admite matriz inversa, y obtenerla en función de A .
19. Sin desarrollarlo, demuestra que el determinante $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$ es nulo.
21. Si A es una matriz tal que $A^3 + I = O$, siendo I la matriz identidad y O la matriz nula de orden 3, calcula el determinante de A^{30} .
22. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ a+1 & a & 0 \\ 0 & a+1 & a+1 \end{pmatrix}$, calcula el determinante de la matriz $3A^t \cdot A^{-1}$.
23. Sea M una matriz simétrica de orden 3, con $\det(M) = -1$. Calcula, razonando la respuesta, el determinante de $M + M^t$, siendo M^t la matriz traspuesta de M .

- 24.** Sea una matriz cuadrada de orden 3 con $\det(M) = -1$ y que además verifica $M^3 + M + I = O$ siendo I la matriz identidad de orden 3.

Calcula los determinantes de las matrices $M + I$ y $3M + 3I$.

- 25.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -m \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -m & m \end{pmatrix}$. Para $m = 1$, calcula el determinante de la matriz $2M^{21}$.

- 26.** Sean C_1, C_2, C_3 las columnas de una matriz cuadrada M de orden 3, con $\det(M) = -3$. Calcula el determinante de la matriz que tiene por columnas $C_1 - 3C_2, 2C_1, 5C_2 + 2C_3$.

- 27.** Calcular, por transformaciones elementales (sin emplear la regla de Sarrus), y justificando

los pasos, el determinante: $\begin{vmatrix} 2+a & b & c \\ a & 2+b & c \\ a & b & 2+c \end{vmatrix}$

- 28.** Sean F_1, F_2, F_3 y F_4 las filas de una matriz cuadrada P de orden 4×4 , tal que su determinante vale 2. Calcula razonadamente el valor del determinante de la inversa de P , el valor del determinante de la matriz αP , donde α denota un número real no nulo, y el valor del determinante de la matriz tal que sus filas son $3F_1 + 2F_4, F_3, 7F_2$ y $5F_4$.