EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD

1. Xuño 2000

Se dice que dos matrices cuadradas, A y B, de orden n x n, son semejantes si existe una matriz invertible, P, tal que B = $P^{-1}\cdot A\cdot P$.

Determinar si son semejantes las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Xuño 2001

Sean M = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y N = M + I, donde I denota la matriz identidad de orden 3.

Calcular N^2 y M^3. ¿Son M o N invertibles? Razona la respuesta.

3. Xuño 2001

Sean F_1, F_2, F_3 y F_4 las filas de una matriz cuadrada P de orden 4x4, tal que su determinante vale 3. Calcula razonadamente el valor del determinante de la inversa de P, el valor del determinante de la matriz αP, donde α denota un número real no nulo, y el valor del determinante de la matriz tal que sus filas son $2F_1 - F_4$, F_3, $7F_2$ y F_4.

4. Setembro 2001

Sea M = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \alpha & 3 \\ 4 & 1 & -\alpha \end{pmatrix}$. Calcular los valores del parámetro α para los que la matriz M no tiene inversa.

Calcular la matriz inversa de M para α = 2 si es posible.

5. Xuño 2002

Dadas tres matrices A, B y C. Se sabe que A·B·C es una matriz de orden 2x3 y que B·C es una matriz de orden 4x3, ¿cuál es el orden de A? Justificar la respuesta.

6. Setembro 2002

Hallar una matriz X que verifique la ecuación: $B^2\cdot X - B\cdot X + X = B$, siendo B = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

7. Xuño 2003

Se consideran dos matrices A y B que verifican A + B = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ y A - B = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Calcular la matriz $A^2 - B^2$.

8. Xuño 2003

Calcular, por transformaciones elementales (sin emplear la regla de Sarrus), y justificando los pasos, el determinante: $\begin{vmatrix} 2+a & b & c \\ a & 2+b & c \\ a & b & 2+c \end{vmatrix}$

9. Setembro 2003

Demostrar que la matriz A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **verifica una ecuación del tipo** $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$**, determinando α y β (I denota la matriz identidad). Utilizar este hecho para calcular la inversa de A.**

10. Xuño 2004

Demostrar que toda matriz cuadrada 3-dimensional se puede escribir como suma de una matriz simétrica y otra antisimétrica.

11. Xuño 2004

A. Explique BREVEMENTE (en no más de cinco líneas) como se aplica el método de Gauss para calcular el rango de una matriz.

B. Determine, empleando el método de Gauss, el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

12. Setembro 2004

A. Exprese la condición que tienen que cumplir dos matrices M y N para que se pueda realizar su suma. ¿Qué condición deben cumplir las matrices si queremos multiplicarlas?

B. Dadas las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y **B =** $\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$**. Hallar una matriz X tal que AX + B = 0**

13. Xuño 2005

Hallar todas las matrices A= (a_{ij}), cuadradas de orden tres, tales que $a_{21} = a_{32} = 0$ **y** $A + A^t = 4I$**, siendo I la matriz identidad de orden tres y A^t la matriz traspuesta de A, de las que además se sabe que su determinante vale 10.**

14. Setembro 2005

Resolver la ecuación matricial A·X + C = B, siendo:

A = $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, **B =** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, **C =** $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

15. **Xuño 2006**

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcular los valores del parámetro m para los que A tiene inversa.

b) Para m = 0, calcular A^3 y A^{25}.

c) Para m = 0, calcular la matriz X que verifica X·A = B, siendo B = $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

16. **Setembro 2006**

a) Sean A, B y C tres matrices tales que el producto A · B · C es una matriz 3 x 2 y el producto A · C^t es una matriz cuadrada, siendo C^t la traspuesta de C. Calcular razonando la respuesta, las dimensiones de A, B y C.

b) Dada la matriz M = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$**, obtener todas las matrices X que conmutan con M, es decir, verifican X · M = M · X.**

c) Calcular la matriz Y que verifica M · Y + M^{-1} · Y = I, siendo M = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$**.**

17. **Xuño 2007**

a) Sean F_1, F_2, F_3 las filas de una matriz cuadrada M de orden 3, con det(M) = - 2. Calcula el determinante de la matriz que tiene por filas $F_1 - F_2$, $2F_1$, $F_2 + F_3$.

b) Dada la matriz C = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$**, hallar dos matrices X e Y que verifican** $\begin{cases} X + Y^{-1} = C \\ X - Y^{-1} = C^t \end{cases}$

18. **Setembro 2007**

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m \\ 0 & -1 & m+1 \end{pmatrix}$

a) Estudia, según los valores del parámetro m el rango de A.

b) Para m = -1, calcular la matriz X que verifica X·A + A = 2I, siendo I la matriz identidad de orden 3.

19. **Xuño 2008**

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} -2 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcular los valores del parámetro m para los que A tiene inversa.

b) Para m = 1, calcular la matriz X que verifica X·A + X – 2A = O.

20. Setembro 2008

Dada la matriz M = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -m \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -m & m \end{pmatrix}$

a) Estudia, según los valores del parámetro m el rango de M.

b) Para m = 1, resuelve la ecuación M · X = 3·A^t siendo A = (1 0 1) y A^t la matriz traspuesta de A. Para este valor de m, ¿cuánto valdrá el determinante de la matriz $2M^{21}$?

21. Xuño 2009

a) Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$, **calcula los rangos de A·A^t y de A^t·A, siendo A^t la matriz traspuesta de A.**

Para el valor a = 1. Resuelve la ecuación A·A^t·X = B, siendo B = $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

b) Sea una matriz cuadrada de orden 3 con det(M) = -1 y que además verifica M^3 + M + I = O siendo I la matriz identidad de orden 3.

Calcula los determinantes de las matrices M + I y 3M + 3I.

22. Setembro 2009

Dada la matriz M = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & m & m+2 \\ m & 8 & 12 \end{pmatrix}$

a) Estudia, según los valores del parámetro m el rango de M.

b) Resuelve la ecuación A^2·X = B, siendo A = $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ **y B =** $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

23. Xuño 2010

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calcula los valores de γ para los que A + γI no tiene inversa.

Calcula, si existe, la inversa de A – 2I.

b) Calcula la matriz X tal que XA + A^t = 2X, siendo A^t la matriz traspuesta de A

24. Setembro 2010

a) Pon un ejemplo de matriz simétrica de orden 3 y otro de matriz antisimétrica de orden 3.

b) Sea M una matriz simétrica de orden 3, con det(M) = -1. Calcula, razonando la respuesta, el determinante de M + M^t, siendo M^t la matriz traspuesta de M.

c) Calcula una matriz simétrica y de rango 1 que verifique: X·$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

25. **Xuño 2011**

a) Sean C_1, C_2, C_3 las columnas de una matriz cuadrada M de orden 3, con det(M) = 4. Calcula, enunciando las propiedades de determinantes que utilices, el determinante de la matriz que tiene por columnas $-C_2$, $2C_1 - C_3$, $C_2 + C_3$.

b) Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcula todos los valores de a y b para los que $A^{-1} = A^t$.

26. **Setembro 2011**

a) Si A es una matriz tal que $A^3 + I = O$, siendo I la matriz identidad y O la matriz nula de orden 3, ¿cuál es el rango de A? Calcula el determinante de A^{30}. Calcula A en el caso que sea una matriz diagonal.

b) Dada la matriz B = $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula una matriz X tal que $BXB - B = B^{-1}$.

27. **Xuño 2012**

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} m & m & m^2 \\ 1 & m^2 & m^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Estudia, según los valores del parámetro m el rango de A.

b) Resuelve, si es posible, el sistema A· $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ para el valor m = 1.

28. **Setembro 2012**

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} a & 0 & a \\ a+1 & a & 0 \\ 0 & a+1 & a+1 \end{pmatrix}$

a) Estudia, según los valores del parámetro a el rango de A.

Para a = 1, calcula el determinante de la matriz $2A^t \cdot A^{-1}$

b) Sea B = $\begin{pmatrix} -1/2 & x & 0 \\ y & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula x e y para que se cumpla que $B^{-1} = B^t$.

29. **Xuño 2013**

Dadas las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Estudia, según los valores del parámetro λ, el rango de $AB^t + \lambda I$.

b) Calcula la matriz X que verifica: $AB^tX - X = 2B$.

30. Setembro 2013

a) Sea M una matriz cuadrada de orden 2 tal que $M^2 = 4M$ Determina la matriz X que verifica la ecuación matricial $(M - 2I)^2X = I$ siendo I la matriz identidad de orden 2.

b) Determina todas las matrices B de la forma $\begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$ que verifiquen $B^2 = 4B$. Si alguna es invertible, calcula su inversa.

31. Setembro 2013

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$

a) Calcular según los valores de m, el rango de A.

b) ¿Coincide A con su inversa para algún valor de m? Para m = 0, calcular A^{60}.

32. Xuño 2014

a) Estudia según los valores de m, el rango de la matriz A = $\begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$

b) Coincide A con su inversa para algún valor de m?

c) Determina una matriz simétrica X de orden 2 tal que X· $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ y el determinante de la matriz 3X sea -9.

33. Setembro 2014

Sea A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. a) Determina los valores de λ para los que A+ λ I no tiene inversa.

b) Calcula la matriz X que verifica A·X - A = 2X.

34. Xuño 2015

a) Calcular los valores de a, b, c para que la matriz A = $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ verifique $(A - 2I)^2 = 0$.

b) Para a = b = c = 2, calcula la matriz X que verifica $A \cdot X = A^{-1} \cdot B$ siendo B = $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

35. Setembro 2015

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcular el rango, según los valores de λ de A - λ I.

b) Calcula la matriz X que verifica XA - 2A = 3X.

36. Xuño 2016

a) Calcular todas las matrices A = $\begin{pmatrix} 0 & a \\ a & b \end{pmatrix}$ de rango 2 tales que su inversa sea A – 2I, es decir, A^{-1} = A – 2I, siendo I la matriz unidad de orden 2.

b) Dada la matriz M = $\begin{pmatrix} m+2 & -1 & m+1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ -1 & -2 & m+1 \end{pmatrix}$

- Calcular, según los valores de m, el rango de M.

- Para m = -1, calcular todas las matrices X tales que MX = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

37. Setembro 2016

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} 0 & a-2 & 1 \\ a-1 & a & -1 \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcular, según los valores de a, el rango de A. Calcular si existe la inversa de A cuando a = 0.

b) Para a = 0, calcular la matriz B que verifica ABA^{-1} – A = 2I.

c) Para a = 1, calcular todas las matrices X tales que AX = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

38. Xuño 2017

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determina, según los valores de λ, el rango de la matriz AA^t – λI.

b) Determinar la matriz X = $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ que verifica la ecuación matricial AA^tX = 6X.

39. Setembro 2017

Dadas las matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $y\ B$ = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

a) Determinar, según los valores de k, el rango de las matrices AB y BA.

b) Para k = 0, determinar las matrices X que verifican ABX = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

40. Xuño 2018

a) Dada la matriz M = $\begin{pmatrix} m & m+4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular los valores de m para que la matriz inversa de M sea M/4.

b) Dadas las matrices A = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y C = $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, calcular la matriz X que verifica $B^t \cdot A \cdot X + C^t$ = X.

41. **Setembro 2018**

Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) ¿Qué relación existe entre su inversa A^{-1} y su transpuesta A^t?

b) Estudia, según los valores de λ, el rango de A – λI. Calcular las matrices X que verifican

AX + X = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

42. **Xuño 2019**

a) Suponiendo que A y X son matrices cuadradas y que A + I es invertible, despeja X en la ecuación A – X = AX.

b) Si A = $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$**, calcular X tal que A – X = AX.**

43. **Setembro 2019**

a) Despeja X en la ecuación XA + B = C, sabiendo que A es una matriz invertible.

b) Calcula X tal que XA + B = C si A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $y\ C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

44. **Xuño 2020**

Sean A y B las dos matrices que cumplen A + B = $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ **y A - B =** $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

a) **Calcular $A^2 - B^2$.**
b) **Calcular la matriz X que cumple la igualdad X·A + $(A + B)^t$ = 2·I + X·B.**

45. **Xullo 2020**

Para la ecuación matricial A^2·X + A·B = B, se pide:

a) **Despejar X suponiendo que A es invertible, y decir cuáles serían las dimensiones de X y de B si A tuviera dimensión 4 x 4 y B tuviera 3 columnas.**
b) **Resolverla en el caso en que A =** $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ **y B =** $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

46. **Xuño 2021**

Sea A = (a_{ij}) la matriz de dimensión 3 x 3 definida por a_{ij} = $\begin{cases} 1 & si\ i = 2 \\ (-1)^j(i-1) & si\ i \neq 2 \end{cases}$

Explique si A y A + I son o no invertibles y calcule las inversas cuando existan.

47. Xullo 2021

Despeje X en la ecuación B(X – I) = A, donde I es la matriz identidad y A y B son matrices cuadradas, con B invertible.

Calcule X si $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ **y** $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

48. Xuño 2022

Despeje X en la ecuación AB(X – I) = C, donde I es la matriz identidad y AB tiene inversa.

Calcule X si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **y** $C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

49. Xullo 2022

a) Obtenga la matriz antisimétrica A de orden 2 × 2 tal que a_{12} = 1. Luego, calcule su inversa en caso de que exista.

b) Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. **Si** $B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ 2 & b_{22} \end{pmatrix}$, **halle los valores de b_{12} y de b_{22} sabiendo que B no tiene inversa y que** $\det(A^{-1}\cdot B + A) = -1$.

50. Xuño 2023

Despeje la matriz X de la ecuación $XA = A + XB$, si A y B son matrices cuadradas tales que $A - B$ es invertible. Luego, calcule X si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ **y** $B = (A^2 - A - I)^{-1}$, **donde I es la matriz identidad de orden 2.**

51. Xullo 2023

a) Calcular A si $(A\cdot B)^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

b) Si $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ **es invertible, obtenga los valores de x, y y z sabiendo que** $\det(A - 3I) = 0$, **que $y \neq 0$ y que** $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

52. Xuño 2024

Sean A y B dos matrices tales que $A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ **y** $A + B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcular la matriz A^2.

b) Calcule la matriz X que satisface la igualdad $A^2 X - (A + B)^t = 3I - 2X$, **siendo I la matriz identidad de orden 2 y $(A + B)^t$ la traspuesta de $(A + B)$.**

53. Xullo 2024

Si A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$. a) Calcule los valores de x e y que hacen que A conmute con todas las matrices antisimétricas X de orden 2, es decir, que hacen que se cumpla la igualdad AX=XA para toda matriz antisimétrica X de orden 2.

b) Si $x = -1$ e $y = 1$, calcule la matriz M que satisface la igualdad $2M = A^{-1} - AM$.

54. Xuño 2025

a) Si A = $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, halle α, $\beta \in \mathbb{R}$ tales que $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, donde I y 0 son las matrices identidad y cero, respectivamente.

b) Calcule la matriz cuadrada X tal que XA = B, si A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

¿Son iguales XA y AX?

55. Xullo 2025

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) ¿Qué condición tiene que cumplir k para que A sea invertible? Calcule A^{-1} cuando sea posible.

b) Para $k = 0$, calcule la matriz X que satisfaga la igualdad $AX - A = B^2 + A^t$ siendo A^t la traspuesta de A.