

ARITMÉTICA (Pendientes 3º)

1.- Opera simplificando: $\frac{3 + 2\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{2}{3}\left(\frac{9}{4} - 1\right)}$

2.- Efectúa empregando as propiedades das potencias: $\frac{2^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^{-2}}{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 6^{-1}}$

3.- Simplifica y calcula empleando las propiedades: $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 6^3}{2^{-3} \cdot 8^2}$

4.- Opera simplificando:

a) $\frac{3 - \frac{1}{4}\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{15}\right)}{6 + \frac{4}{25}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)^2}$ b) $\sqrt{50} - 3\sqrt{18} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$

5.- a) Expresa en notación científica y luego haz los cálculos indicados en el papel,

expresando el resultado en notación científica: $\frac{0,00054 \times 12000000}{250000 \times 0,00002}$

b) Opera simplificando: $\sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{18})$

6.- Expresa en notación científica **e logo** fai os cálculos indicados no papel. Da o resultado en notación científica (sen calculadora)

$$\frac{(0,0005)^2 \cdot 20000}{0,00007 + 0,00013}$$

7.- Expresa en notación científica **e logo** fai os cálculos indicados Da o resultado en notación científica redondeado con tres cifras significativas

$$\frac{(0,000541)^4 \cdot 131800}{0,0007 + 0,00035}$$

8.- Situa de maneira exacta na recta os números: $\frac{7}{3}$; $-\frac{11}{4}$; $0,6$; $+\sqrt{\frac{20}{5}}$

Ordénaos de menor a maior e di que números son.

9.- O prezo dun balón despois dun desconto do 12% é de 36 €. Cal era o prezo antes do desconto.

10.- Compro a prazos unha bicicleta que custa 540 euros. Pago no primeiro prazo os $\frac{2}{9}$. No segundo os $\frac{7}{15}$ do que me quedaba por pagar. No terceiro pago 124 euros.

a) Canto paguei en cada prazo. b) ¿Que parte do prezo me queda por pagar?. Expresa esta cantidade en porcentaxe respecto do prezo da bicicleta.

11.- Dados los siguientes números $5,3$; $-17/3$; $14/5$

a) Expresa cada uno como suma de un número entero y una fracción menor que uno.

b) Representalos en la recta de forma exacta.

12.- a) Enuncia con palabras y con la fórmula matemática 5 propiedades de las operaciones con potencias.

13.- Un embalse que tiene una capacidad de 1000 hm^3 , tenía a finales de verano 690 hm^3 . a) ¿Que porcentaje del embalse está lleno de agua a finales de verano?

b) Si a finales de otoño tiene 800 hm^3 ¿ Que variación porcentual se produjo durante el otoño?

c) Justifica por que aumentar una cantidad en un 12% equivale a multiplicarla por 1,12

Matemáticas 3º ESO Sucesiones

1.- a) Define sucesión e termo xeral dunha sucesión
b) Escribe dous termos máis da sucesión: 1; -4; 5; -9; 14; -23
c) Escribe o termo xeral de: 1; -2; 3; -4; 5; -6 ...
d) Se $a_1 = 1$; $a_2 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ Escribe os seis primeiros termos da sucesión.

2.- a) Será este o termo xeral dunha progresión aritmética $a_n = 5n - 2$. Xustifica a resposta.. Escribe os cinco primeiros. E o termo de lugar 30.

b) Calcula a suma dos 100 primeiros múltiplos de 7.

3.- Dada a sucesión: 1; -3; 9; -27; 81 ...

a) Razona se unha progresión. Escribe o termo xeral.

b) Calcula a suma dos 50 primeiros.

c) Escribe dous termos máis da sucesión: 1; -4; 5; -9; 14; -23

d) Escribe o termo xeral de: 1; -2; 3; -4; 5; -6 ...

- e) Se $a_1 = 1$; $a_2 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ Escribe os seis primeiros termos da sucesión.
- 2.- a) Será este o termo xeral dunha progresión aritmética $a_n = 5n - 2$. Xustifica a resposta.. Escribe os cinco primeiros. E o termo de lugar 30.
b) Calcula a suma dos 100 primeiros múltiplos de 7.
- 3.- Dada a sucesión: 1; -3; 9; -27; 81 ...
a) Razona se unha progresión. Escribe o termo xeral.
b) Calcula a suma dos 50 primeiros.
- 4.- Nunha progresión xeométrica o cuarto termo é 10 e o sexto é 0,4
a) Calcula a suma dos 10 primeiros
b) Calcula a suma dos infinitos termos.
- 5.- Unha empresa ofrécelle a un empregado un soldo de 1000 € e unha subida anual de 100 €. Outra empresa ofrécelle o mesmo soldo de 1000 € pero cunha suba anual do 10% . Razona cal das dúas debe escoller, comparando o soldo dentro de 10 anos.
- 6.- Dada a sucesión 2; 0,2; 0,02; 0,002; ...
a) Escribe o termo xeral e xustifica a resposta.
b) Calcula a suma dos infinitos termos da sucesión de dúas formas distintas.
- 7.- Un coche recién mercado custou 20800 €. Se cada ano que pasa se devalúa un 10%,
a) ¿Cal será o seu valor os tres primeiros anos? ¿e dentro de 20 anos?
- 6.- Nunha progresión aritmética o término quinto é 4 e o término séptimo é 10,
a) Calcula o término xeral
b) Calcula a suma dos vinte primeiros.
- 7.- Un coche recién mercado custou 20800 €. Se cada ano que pasa se devalúa un 10%,
¿Cal será o seu valor os tres primeiros anos? ¿e dentro de 20 anos?
- 8.- Dada a sucesión 2; 0,2; 0,02; 0,002; ...
a) Escribe o termo xeral e xustifica a resposta.
b) Calcula a suma dos infinitos termos da sucesión de dúas formas distintas.

PÁGINA 39

¿Sabes operar con números fraccionarios y resolver problemas en los que intervengan?

1 Efectúa y simplifica el resultado: $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \left(1 - \frac{5}{9}\right) + 4 \cdot \frac{2}{15}$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \left(1 - \frac{5}{9}\right) + 4 \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{3} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} + \frac{8}{15} = \frac{2}{3} - \frac{4}{15} + \frac{8}{15} = \frac{14}{15}$$

2 De las entradas de un concierto se vendieron los $\frac{3}{5}$ por internet y $\frac{3}{4}$ del resto en la taquilla. Si quedaron 34 entradas sin vender, ¿cuántas se pusieron a la venta?

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}; \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

Se vendieron $\frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$. Quedan $\frac{1}{10}$ por vender.

Como $\frac{1}{10} = 34 \rightarrow n = 340$ entradas.

¿Sabes obtener la fracción correspondiente a un número decimal exacto o periódico?

3 Expresa en forma de fracción:

a) 1,12

b) $2,\overline{7}$

c) $3,\overline{18}$

d) $0,\overline{61}$

a) $\frac{112}{100} = \frac{28}{25}$

b) $\frac{25}{9}$

c) $\frac{315}{99} = \frac{35}{11}$

d) $\frac{55}{90} = \frac{11}{18}$

¿Sabes resolver problemas de aumentos y disminuciones porcentuales?

4 Un programa de radio tenía 130 000 oyentes a principios de año. Hasta hoy, su audiencia ha aumentado un 110%. ¿Cuántos oyentes tiene ahora?

$$130\,000 \left(1 + \frac{110}{100}\right) = 130\,000 \cdot 2,1 = 273\,000 \text{ oyentes}$$

5 He comprado una camisa, que estaba rebajada un 25%, por 18 €. ¿Cuál era su precio inicial?

$$P \cdot 0,75 = 18 \rightarrow P = 24 \text{ € era el precio inicial.}$$

6 ¿Cuál es el índice de variación correspondiente a un aumento del 42% y una disminución del 38%? ¿Qué porcentaje de aumento o disminución total representa?

$$I = (1 + 0,42)(1 - 0,38) = 1,42 \cdot 0,62 = 0,8804$$

$$1 - 0,8804 = 0,1196$$

Representa una disminución del 11,96%.

7 Colocamos 2 800 € al 3,4% anual durante 2 años. ¿En cuánto se transforma?

$$2\,800 \left(1 + \frac{3,4}{100}\right)^2 = 2\,993,6 \text{ € es el capital final al cabo de 2 años.}$$

PÁGINA 57

¿Conoces el significado y las propiedades de las potencias de exponente entero y sabes aplicarlas?

1 Calcula:

a) $(-3)^{-2}$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

c) $\left(\frac{5}{3}\right)^0$

a) $\frac{1}{9}$

b) 3

c) 1

2 Simplifica:

a) $(3^2 \cdot 3^{-4})^{-3}$

b) $\frac{2^{-3} \cdot 3^4 \cdot 6^2}{9^{-2} \cdot 4^3}$

a) $(3^{-2})^{-3} = 3^6$

b) $\frac{2^{-3} \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{(3^2)^{-2} \cdot (2^2)^3} = \frac{2^{-1} \cdot 3^6}{3^{-4} \cdot 2^6} = 2^{-7} \cdot 3^{10}$

¿Entiendes la definición de $\sqrt[n]{a}$ y la aplicas con soltura?

3 Calcula aplicando la definición:

a) $\sqrt[3]{-8}$

b) $\sqrt[4]{81}$

c) $\sqrt[5]{1/32}$

$$a) \sqrt[3]{-8} = -2 \leftrightarrow (-2)^3 = -8 \quad b) \sqrt[4]{81} = 3 \leftrightarrow 3^4 = 81 \quad c) \sqrt[5]{1/32} = \frac{1}{2} \leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

¿Conoces algunas reglas para manejar los radicales?

4 Simplifica cuando sea posible:

a) $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{3} + \sqrt{3}$

c) $(\sqrt[3]{2})^6$

d) $(\sqrt[5]{3})^3$

a) $\sqrt{2}$

b) $\left(\frac{1}{2} + 1\right)\sqrt{3} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{2^6} = 2^2$

d) $\sqrt[5]{3^3}$ no se puede simplificar.

¿Manejas con eficacia la notación científica?

5 Expresa en notación científica:

a) 234 000 000

b) 0,000075

c) $758 \cdot 10^5$

d) $0,35 \cdot 10^{-3}$

a) $2,34 \cdot 10^8$

b) $7,5 \cdot 10^{-5}$

c) $7,58 \cdot 10^7$

d) $3,5 \cdot 10^{-4}$

6 Escribe con todas las cifras:

a) $5,2 \cdot 10^6$

b) $8 \cdot 10^{-5}$

a) 5 200 000

b) 0,00008

7 Calcula manualmente y comprueba con la calculadora:

a) $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^{-13})$

b) $(9,6 \cdot 10^8) : (3,2 \cdot 10^{10})$

c) $(2,7 \cdot 10^8) + (3,3 \cdot 10^7)$

a) $28 \cdot 10^{-6} = 2,8 \cdot 10^{-5}$

b) $3 \cdot 10^{-2}$

c) $27 \cdot 10^7 + 3,3 \cdot 10^7 = 30,3 \cdot 10^7 = 3,03 \cdot 10^8$

8 Si el número de internautas es, aproximadamente, de 1 600 millones, ¿qué porcentaje de la población mundial utiliza internet? (Población mundial: $6,8 \cdot 10^9$).

$$\frac{1\,600 \cdot 10^6}{6,8 \cdot 10^9} = 0,235 \rightarrow \text{El } 23,5\%$$

¿Sabes expresar una medida con una aproximación determinada y valorar el error absoluto cometido?

9 Escribe estas cantidades con tres cifras significativas y di una cota del error absoluto cometido:

a) **0,1278 km**

b) **51,315 km**

c) **145 800 km**

a) 0,128 km; $E_a < 0,0005$ km

b) 51,3 km; $E_a < 0,05$ km

c) 146 000 km; $E_a < 500$

PÁGINA 73

¿Sabes obtener el término general de una sucesión y utilizarlo para calcular un término concreto? ¿Puedes definir una sucesión mediante una ley de recurrencia?

1 Halla el término general de las siguientes sucesiones:

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

b) $1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, 4 \cdot 6, \dots$

a) $a_n = \frac{n}{n+1}$

b) $a_n = n(n+2)$

2 Calcula el término 10 de las sucesiones siguientes:

$$a_n = 5 - 2n \qquad b_n = 1 + \frac{(-1)^n}{2}$$

$$a_{10} = 5 - 2 \cdot 10 = -15; \quad b_{10} = 1 + \frac{(-1)^{10}}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

3 Define, por recurrencia, la sucesión 5, 11, 23, 47, ...

$$a_1 = 5; \quad a_n = 2a_{n-1} + 1$$

¿Identificas progresiones aritméticas? ¿Escribes su término general y calculas la suma de n términos?

4 Escribe el término general y calcula la suma de los 20 primeros términos de la sucesión 5, 7, 9, 11, ...

Es una progresión aritmética: $a_1 = 5; \quad d = 2$

$$a_n = 5 + (n-1)2 \rightarrow a_n = 3 + 2n$$

$$a_{20} = 3 + 2 \cdot 20 = 43 \rightarrow S_{20} = \frac{5 + 43}{2} \cdot 20 = 480$$

5 Halla la diferencia y el primer término de una progresión aritmética en la que $a_3 = 8$ y $a_8 = 33$.

$$a_8 = a_3 + 5d \rightarrow 33 = 8 + 5d \rightarrow 25 = 5d \rightarrow d = 5$$

6 ¿Cuál de estas sucesiones es una progresión aritmética?

a) 10, 25, 35, 40, ...

b) 1, 3, 6, 10, ...

c) $5, \frac{9}{2}, 4, \frac{7}{2}, \dots$

d) -2, 4, -8, 16, ...

La c), ya que es la única que cumple:

$$\frac{9}{2} - 5 = -\frac{1}{2}; \quad 4 - \frac{9}{2} = -\frac{1}{2}; \quad \frac{7}{2} - 4 = -\frac{1}{2}$$

¿Sabes obtener el término general de una progresión geométrica, la suma de n términos o, si fuese posible, la de sus infinitos términos?

7 Escribe el término general y calcula la suma de los ocho primeros términos de la sucesión:

$$0,1; 0,2; 0,4; 0,8; 0,16; \dots$$

¿Se puede hallar la suma de sus infinitos términos?

Es una progresión geométrica: $a_1 = 0,1$; $r = 2$

$$a_n = 0,1 \cdot 2^{n-1} \rightarrow a_8 = 0,1 \cdot 2^7 = 12,8$$

$$S_8 = \frac{a_8 r - a_1}{r - 1} = \frac{12,8 \cdot 2 - 0,1}{2 - 1} = 25,5$$

No se puede hallar la suma de sus infinitos términos, porque $r > 1$.

¿Sabes resolver problemas en los que tengas que reconocer un tipo u otro de progresión?

8 Una empresa ofrece a un empleado un sueldo de 1 000 € y una subida de 100 € al año. Otra le ofrece el mismo sueldo con una subida del 10% anual.

Razona cuál de las dos es mejor, comparando el sueldo dentro de 10 años.

En el primer caso tenemos una progresión aritmética.

$$a_1 = 1\,000; d = 100 \rightarrow a_{10} = 1\,000 + 9 \cdot 100 = 1\,900 \text{ €}$$

En el segundo caso es una progresión geométrica.

$$a_1 = 1\,000; r = 1,1 \rightarrow a_{10} = 1\,000 \cdot 1,1^9 = 2\,357,9 \text{ €}$$

Es mejor la segunda oferta.

9 Para rodar un anuncio se ha contratado a un gran número de personas, que deben colocarse en 51 filas. Cada fila tiene dos personas más que la anterior y en la fila 26 tiene que haber 57 personas.

Averigua cuántas personas hay en la primera fila, cuántas en la última y el número total de personas que intervienen en el anuncio.

Es una progresión aritmética de la que sabemos $n = 51$, $d = 2$ y $a_{26} = 57$.

$$a_{26} = a_1 + 25d \rightarrow 57 = a_1 + 25 \cdot 2 \rightarrow a_1 = 7$$

$$a_{51} = a_1 + 50d \rightarrow a_{51} = 7 + 50 \cdot 2 = 107$$

$$S_{51} = \frac{7 + 107}{2} \cdot 51 = 2\,907 \text{ personas en total.}$$