

DESAFÍO

Creo que hoy no duermo

¿Cuánto tiempo crees que tardarías en contar en voz alta desde 1 hasta 100?

¿Y en contar desde 1 hasta 1 000 000?

¿Crees que si comienzas ahora mismo te dará tiempo a terminar antes de irte a acostar?

Respuesta abierta. Por ejemplo: Se tarda unos 50 s en contar del 1 al 100.

Cada vez los números son más largos, cada vez se tarda más en contar el número siguiente.

$$50 \cdot 10\,000 = 500\,000$$

Se tardaría bastante más de 500 000 s, es decir, bastante más de 138 horas.

¿QUÉ SABES YA?

- 1 Señala cuál de las siguientes divisiones es exacta.
c) $54 : 6$
- 2 Localiza la división que tiene algún error.
d) $61 : 6 = 10 \text{ y } r = 1$

RETOS

RETO 1. ¿Cuál es el número más grande que se puede escribir con tres cifras?

9^{99}

RETO 2. Si soy un número, ¿los divisores de mis divisores son mis divisores?

También son mis divisores.

RETO 3. ¿Cuál es el menor número que es múltiplo de tres números exactamente?

$$\text{Div}(4) = \{1, 2, 4\}$$

RETO 4. Después del 11, ¿cuáles son los siguientes tres números primos capicúas?

101, 131, 151

RETO 5. ¿Cuál es el menor número de dos cifras que solo tiene dos descomposiciones?

$$10 = 1 \cdot 10 = 2 \cdot 5$$

RETO 6. Si un número es múltiplo de otro, ¿cuál es el máximo común divisor de los dos números?

$$\text{Si } b = a \cdot c, \text{ entonces m.c.d.}(a, b) = a$$

RETO 7. Si un número es divisor de otro, ¿cuál es el mínimo común múltiplo de ambos?

$$\text{Si } b = a \cdot c, \text{ entonces m.c.m.}(a, b) = b$$

ACTIVIDADES

- 1 Escribe el resultado de estos productos en forma de una sola potencia.
a) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
b) $3 \cdot 3 \cdot 3$ d) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
a) 4^5 b) 3^3 c) 10^4 d) 7^6
- 2 Calcula y escribe como una sola potencia.
a) $2^5 \cdot 2^4$ d) $10^6 : 10^2$
b) $3^7 \cdot 3^6$ e) $8^7 : 8^3$
c) $10^3 \cdot 10^0$ f) $6^5 : 6$
a) 2^9 b) 3^{13} c) 10^3 d) 10^4 e) 8^4 f) 6^4
- 3 Calcula las siguientes potencias.
a) 3^0 b) 5^1 c) 0^1
a) 1 b) 5 c) 0
- 4 ¿Cuántos huevos hay en 12 cajas con 12 hueveras de una docena cada una? Escríbelo en forma de potencia.
 $12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3 = 1\,728$ huevos.

SOLUCIONARIO

- 5 **REFLEXIONA.** Calcula el valor del triángulo y del rombo para que se cumplan las igualdades.

a) $5^{\blacktriangle} \cdot (5^6 : 5^2) = 5^7$

b) $(3^7 : 3^{\blacklozenge}) \cdot 3^3 = 3^{\blacklozenge}$

a) 3

b) 5

- 6 Expresa en forma de una sola potencia.

a) $(3^2)^6$

d) $(5^3)^6$

b) $(7^5)^3$

e) $(6^9)^4$

c) $(4^{12})^2$

f) $(12^3)^0$

a) 3^{12}

d) 5^{18}

b) 7^{15}

e) 6^{36}

c) 4^{24}

f) $12^0 = 1$

- 7 Da el resultado como una sola potencia.

a) $2^2 \cdot 3^2$

d) $5^9 \cdot 6^9$

b) $5^3 \cdot 7^3$

e) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

c) $3^{12} \cdot 4^{12}$

f) $(7 \cdot 4)^6 : (7 \cdot 4)^3$

a) 6^2

d) 30^9

b) 35^3

e) $5^3 \cdot 3^3 = 15^3$

c) 12^{12}

f) $28^6 : 28^3 = 28^3$

- 8 Calcula para que se cumplan las igualdades.

a) $5^{\square} \cdot 3^{\square} = 15^2$

c) $7^6 \cdot 3^{\square} = \square^6$

b) $\square^3 : 4^3 = 3^{\square}$

d) $6^8 : \square^{\square} = 2^8$

a) $5^2 \cdot 3^2 = 15^2$

c) $7^6 \cdot 3^6 = 21^6$

b) $12^3 : 4^3 = 3^3$

d) $6^8 : 3^8 = 2^8$

- 9 **REFLEXIONA.** Completa para que sean ciertas las igualdades.

a) $(2^4)^3 \cdot (3^3)^{\square} = \square^6$

b) $3^4 \cdot \square^4 : \square^2 = 1$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $(2^4)^3 \cdot (3^3)^2 = (2^2)^{2 \cdot 3} \cdot 3^{3 \cdot 2} = 12^6$

b) $3^4 \cdot 2^4 : 36^2 = 1$

- 10 Indica, si existe, la relación de divisibilidad entre estos números.

a) 5 y 25 d) 14 y 88 g) 17 y 357

b) 6 y 36 e) 13 y 91 h) 12 y 150

c) 7 y 47 f) 80 y 81 i) 22 y 220

a) 25 es divisible por 5.

b) 36 es divisible por 6.

c) No hay relación de divisibilidad.

d) No hay relación de divisibilidad.

e) 91 es divisible por 13.

f) No hay relación de divisibilidad.

g) 357 es divisible por 17.

h) No hay relación de divisibilidad.

i) 220 es divisible por 22.

- 11 El número 504 contiene a algunos de estos números un número exacto de veces. ¿Cuáles son?

a) 28 c) 63 e) 36

b) 49 d) 34 f) 42

a) Sí. b) No. c) Sí. d) No. e) Sí. f) Sí.

- 12 Ordena de menor a mayor los números que tengan una relación de divisibilidad con 900.

a) 75 d) 27 g) 24

b) 8 e) 50 h) 36

c) 45 f) 12 i) 180

Tienen relación de divisibilidad con 900 los números 75, 45, 50, 12, 36, 180.

$12 < 36 < 45 < 50 < 75 < 180$

- 13 **REFLEXIONA.** Si un número a contiene b veces a otro número c , ¿cuál de las igualdades que hay a continuación es cierta?

a) $c = a \cdot b$ b) $b = a \cdot c$ c) $a = b \cdot c$

Es cierta la igualdad c) $a = b \cdot c$.

- 14 Copia y completa las frases para que sean ciertas.

- a) Como $48 : 3$ es una división exacta, entonces 48 es ... de 3.
- b) Como $102 : 8$ no es una división exacta, entonces ...
- c) Como $65 : 7$...
- d) Como $78 : 13$...
- e) Como $221 : 17$...

- a) Como $48 : 3$ es una división exacta, entonces 48 es múltiplo de 3.
- b) Como $102 : 8$ no es una división exacta, entonces 102 no es múltiplo de 8.
- c) Como $65 : 7$ no es una división exacta, entonces 65 no es múltiplo de 7.
- d) Como $78 : 13$ es una división exacta, entonces 78 es múltiplo de 13.
- e) Como $221 : 17$ es una división exacta, entonces 221 es múltiplo de 17.

- 15 Calcula los cinco primeros múltiplos de 15.

$$\begin{array}{ll} 15 \cdot 1 = 15 & 15 \cdot 4 = 60 \\ 15 \cdot 2 = 30 & 15 \cdot 5 = 75 \\ 15 \cdot 3 = 45 & \\ 15 = \{15, 30, 45, 60, 75, \dots\} \end{array}$$

- 16 Copia los múltiplos de 9 y los múltiplos de 6. ¿Qué números son múltiplos de ambos?

- a) 12 d) 297 g) 72
- b) 260 e) 212 h) 216
- c) 153 f) 198 i) 318

Son múltiplos de 9 los números 153, 297, 198, 72, 216.

Son múltiplos de 6 los números 12, 198, 72, 216, 318.

Son múltiplos de 6 y 9 los números 198, 72 y 216.

- 17 **REFLEXIONA.** Explica si es verdadero o falso.

- a) Los múltiplos de un número son divisibles entre sí.
- b) Cualquier número es divisible por uno de sus múltiplos.
- a) Falso. Por ejemplo: El 4 y el 6 son múltiplos de 2, pero 6 no es divisible por 4.
- b) Falso. Por ejemplo: El 4 es múltiplo de 2, pero 2 no es divisible por 4.

- 18 Calcula cuáles de estos números tienen a 12 como uno de sus divisores.

- a) 144 c) 184 e) 84
- b) 56 d) 24 f) 112
- a) Sí. c) No. e) Sí.
- b) No. d) Sí. f) No.

- 19 Observa el dividendo, el divisor y el cociente de estas divisiones y establece dos relaciones de divisibilidad en cada caso.

- a) $63 : 3 = 21$ d) $72 : 4 = 18$
- b) $88 : 11 = 8$ e) $375 : 15 = 25$
- c) $96 : 8 = 12$ f) $136 : 8 = 17$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) 63 es múltiplo de 3.
3 es divisor de 63.
- b) 88 es múltiplo de 8.
11 es divisor de 88.
- c) 96 es múltiplo de 8.
8 es divisor de 96.
- d) 72 es múltiplo de 18.
18 es divisor de 72.
- e) 375 es múltiplo de 15.
15 es divisor de 375.
- f) 136 es múltiplo de 8.
8 es divisor de 136.

SOLUCIONARIO

20 REFLEXIONA. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) Cualquier número es divisor de 1.
 - b) 1 es divisor de cualquier número.
 - c) 1 es múltiplo de cualquier número.
 - d) Cualquier número par es divisor de 2.
 - e) 2 es divisor de cualquier número par.
 - f) Cualquier número impar es múltiplo de 3.
 - g) Cualquier número es divisor de su doble.
 - h) Todo número tiene por lo menos 3 divisores.
- a) Falso.
Cualquier número tiene al número 1 como divisor.
- b) Verdadero.
Al dividir cualquier número entre 1 la división es exacta.
- c) Falso.
Cualquier número, n , es múltiplo de 1.
Se puede escribir como $n = 1 \cdot n$
- d) Falso.
Cualquier número par es múltiplo de 2, se puede escribir como $2 \cdot n$.
- e) Verdadero.
Todo número par se obtiene como el producto de otro número por 2, se puede escribir como $2 \cdot n$.
- f) Falso.
Por ejemplo: 7 es impar, pero no es múltiplo de 3.
- g) Verdadero.
La división del doble de un número entre el mismo número es exacta y el resultado es 2.
- h) Falso.
Por ejemplo: el número 2 solo tiene dos divisores, el 1 y el 2.

21 Copia y relaciona cada número con sus divisores.

a) 6	1	6	14	25
b) 18	2	7	15	30
c) 30	3	9	18	42
d) 42	5	10	21	50
e) 50				

- a) $6 \rightarrow 1, 2, 3, 6$
- b) $18 \rightarrow 1, 2, 3, 6, 9, 18$
- c) $30 \rightarrow 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$
- d) $42 \rightarrow 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42$
- e) $50 \rightarrow 1, 2, 5, 10, 25, 50$

22 Halla todos los divisores de estos números.

- | | |
|-------|-------|
| a) 12 | e) 49 |
| b) 35 | f) 52 |
| c) 18 | g) 33 |
| d) 28 | h) 98 |
- a) 1, 2, 3, 4, 6, 12 e) 1, 7, 49
- b) 1, 5, 7, 35 f) 1, 2, 4, 13, 26, 52
- c) 1, 2, 3, 6, 9, 18 g) 1, 3, 11, 33
- d) 1, 2, 4, 7, 14, 28 h) 1, 2, 7, 14, 49, 98

23 Calcula todos los divisores de estos números.

- | | | |
|--------|--------|--------|
| a) 96 | c) 441 | e) 150 |
| b) 100 | d) 245 | f) 304 |
- a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96
- b) 1, 2, 4, 5, 10, 25, 50, 100
- c) 1, 3, 7, 9, 21, 49, 63, 147, 441
- d) 1, 5, 7, 35, 49, 245
- e) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150
- f) 1, 2, 4, 8, 16, 19, 38, 76, 152, 304

- 24** Rocío va a hacer piñatas con 48 gominolas para repartir entre los asistentes a su fiesta de despedida.

- a) ¿Cuántas piñatas de 8 gominolas puede hacer?
- b) Si solo invita a 3 personas a su fiesta, ¿cuántas gominolas habrá en cada piñata?
- a) $48 : 8 = 6 \rightarrow$ Puede hacer 6 piñatas de 8 gominolas.
- b) $48 : 3 = 16 \rightarrow$ Puede hacer 3 piñatas de 16 gominolas.

- 25** A partir de los divisores de 12, calcula los divisores de 24. ¿Qué relación encuentras?

$$\text{Div}(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$\text{Div}(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Aparecen, además, los dobles de los divisores del 12.

- 26** Después de calcular los divisores de 18, indica cuáles son los divisores de:

- a) 36 b) 54 c) 90

$$\text{Div}(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

- a) $\text{Div}(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $\rightarrow$ Se añaden los dobles de los divisores del 18.
- b) $\text{Div}(54) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$
 $\rightarrow$ Se añaden los triples de los divisores del 18.
- c) $\text{Div}(90) = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\} \rightarrow$ Se añaden los divisores de 18 multiplicados por 5.

- 27** Halla todos los divisores de 10. A partir de ellos encuentra todos los divisores de los siguientes.

- a) 20 b) 40 c) 80

$$\text{Div}(10) = \{1, 2, 5, 10\}$$

a) $\text{Div}(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

$\rightarrow$ Se añaden los dobles de los divisores del 10.

b) $\text{Div}(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

$\rightarrow$ Se añaden los dobles de los divisores del 20.

c) $\text{Div}(80) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80\}$

$\rightarrow$ Se añaden los dobles de los divisores del 40.

- 28** Andrés tiene 45 pegatinas. Va a hacer montones con el mismo número de pegatinas y sin que sobre ninguna.

- a) ¿Cuántos tipos de montones puede hacer?
- b) ¿Cuántas pegatinas tendrían en cada caso?

a) y b) $\text{Div}(45) = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$

Puede hacer 1 montón de 45 pegatinas, 3 de 15 pegatinas, 5 de 9 pegatinas, 9 de 5 pegatinas, 15 de 3 pegatinas o bien 45 de 1 pegatina.

- 29** Por la mañana, se reparten 60 tizas entre varias aulas, de manera que cada aula tiene el mismo número de tizas y no sobra ninguna.

- a) ¿Cuántas aulas puede haber?
- b) ¿Cuántas tizas se reparten por aula en cada caso?

a) $\text{Div}(60) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

Puede haber 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 o 60 aulas.

- b) Si hay 1 aula, 60 tizas en el aula. Si hay 2 aulas, 30 tizas en cada aula. Si hay 3 aulas, 20 tizas. Si hay 4, 15 tizas. Si hay 5, 12 tizas. Si hay 6, 10 tizas. Si hay 10, 6 tizas. Si hay 12, 5 tizas. Si hay 15, 4 tizas. Si hay 20, 3 tizas. Si hay 30, 2 tizas. Si hay 60, 1 tiza.

SOLUCIONARIO

- 30** Decide si estos números son primos o compuestos.

- | | |
|--------|--------|
| a) 127 | e) 261 |
| b) 183 | f) 389 |
| c) 109 | g) 199 |
| d) 217 | h) 251 |
- a) Primo. e) Compuesto.
b) Compuesto. f) Primo.
c) Primo. g) Primo.
d) Compuesto. h) Primo.

- 31** Indica algunos de los divisores de estos números utilizando los criterios de divisibilidad.

- a) 54 b) 729 c) 575 d) 444

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) 54 es divisible por 3 porque $4 + 5 = 9$ es múltiplo de 3.
b) 729 es divisible por 3 porque la suma de sus cifras, $7 + 2 + 9 = 18$, es múltiplo de 3.
c) 575 es divisible por 5 porque los números que terminan en 0 o en 5 lo son.
d) 444 es divisible por 2 porque termina en cifra par.

- 32** Copia y completa la cifra que falta para que cada número sea divisible por 3.

- | | |
|-------------|--------------|
| a) $62\Box$ | d) $18\Box0$ |
| b) $\Box15$ | e) $8\Box88$ |
| c) $7\Box0$ | f) $30\Box4$ |
- a) 621, 624, 627
b) 15, 315, 615, 915
c) 720, 750, 780
d) 1800, 1830, 1860, 1890
e) 8088, 8388, 8688, 8988
f) 3024, 3054, 3084

- 33 REFLEXIONA.** ¿Hay algún número primo que acabe en 2? ¿Y en 3? Razona tu respuesta.

El 2 es el único primo que acaba en 2.

Hay números primos que acaban en 3, por ejemplo: 13, 23, 43...

- 34** Aplica los criterios de divisibilidad y explica si estos números son primos o compuestos.

- | | | |
|--------|--------|---------|
| a) 42 | c) 191 | e) 291 |
| b) 320 | d) 286 | f) 7007 |

- a) 42 es compuesto porque es par.
b) 320 es compuesto porque es par.
c) 191 es un número primo. No es divisible por 2 porque no es par. No es divisible por 3 porque la suma de sus cifras no lo son. No es divisible por 5, ya que no termina en 0 ni 5. No es divisible por 7 ni por 13 porque la división no es exacta. No es divisible por 11 porque $9 - (1 + 1)$ no es 0 ni divisible por 11.
d) 286 es compuesto porque es par.
e) 291 es compuesto porque $2 + 9 + 1 = 12$, que es múltiplo de 3.
f) 7007 es compuesto porque es divisible por 11, ya que $(7 + 0) - (0 + 7) = 0$.

- 35** Justifica que estos números son compuestos escribiendo al menos 3 divisores de cada uno.

- | | | |
|-------|--------|--------|
| a) 32 | c) 270 | e) 451 |
| b) 72 | d) 321 | f) 667 |
- a) $\text{Div}(32) = \{1, 2, 4, \dots\}$
b) $\text{Div}(72) = \{1, 2, 3, \dots\}$
c) $\text{Div}(270) = \{1, 2, 3, \dots\}$
d) $\text{Div}(321) = \{1, 3, 107, 321\}$
e) $\text{Div}(451) = \{1, 11, 41, 451\}$
f) $\text{Div}(667) = \{1, 23, 29, 667\}$

- 36 ¿Puedes escribir un número primo de 23 cifras que acabe en 6? Razona tu respuesta.

No se puede escribir un número primo que termine en 6 porque el número sería par y, por tanto, múltiplo de 2.

- 37 ¿En qué cifras puede terminar un número primo? ¿Son primos todos los números que acaban en esas cifras?

Un número primo puede terminar en las cifras 1, 3, 7, 9, a menos que sean el número 2 o el número 5.

No todos los números que acaban en esas cifras son primos.
Por ejemplo: 21.

- 38 ¿Cuál es el menor número primo capicúa de 3 cifras?

El menor número primo capicúa de tres cifras es 101.

- 39 ¿Hay algún número primo capicúa de 4 cifras?

Un número capicúa de cuatro cifras sería de la forma *abba*.

Teniendo en cuenta que $(a + b) - (b + a) = 0$, la diferencia de la suma de las cifras de lugar par e impar es 0, por tanto, sería compuesto, ya que es múltiplo de 11.

- 40 Halla una descomposición en dos factores y otra en tres factores de cada uno de estos números.

- | | |
|-------|--------|
| a) 40 | e) 560 |
| b) 84 | f) 105 |
| c) 96 | g) 385 |
| d) 88 | h) 625 |

¿Coincide alguna con su factorización?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| a) $40 = 2 \cdot 20$ | e) $560 = 16 \cdot 35$ |
| $40 = 2 \cdot 5 \cdot 4$ | $560 = 16 \cdot 5 \cdot 7$ |
| b) $84 = 2 \cdot 42$ | f) $105 = 3 \cdot 35$ |
| $84 = 2 \cdot 3 \cdot 14$ | $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ |
| c) $96 = 3 \cdot 32$ | g) $385 = 35 \cdot 11$ |
| $96 = 3 \cdot 4 \cdot 8$ | $385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$ |
| d) $88 = 8 \cdot 11$ | h) $625 = 5 \cdot 125$ |
| $88 = 2 \cdot 4 \cdot 11$ | $625 = 5 \cdot 5 \cdot 25$ |

Coinciden con su factorización:

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$$

- 41 Escribe dos descomposiciones diferentes para cada número en las que aparezca el factor 3.

- a) 90 b) 126 c) 156 d) 294 e) 273

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $90 = 3 \cdot 30$ y $90 = 3 \cdot 2 \cdot 15$
 b) $126 = 3 \cdot 42$ y $126 = 3 \cdot 6 \cdot 7$
 c) $156 = 3 \cdot 52$ y $156 = 3 \cdot 4 \cdot 13$
 d) $294 = 3 \cdot 98$ y $294 = 3 \cdot 49 \cdot 2$
 e) $273 = 3 \cdot 91$ y $273 = 3 \cdot 7 \cdot 13$

- 42 Calcula el número al que corresponden estas factorizaciones.

- a) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$ b) $2^4 \cdot 3 \cdot 5$ c) $2 \cdot 7 \cdot 11^2$

¿Cómo escribirías la factorización del doble de cada uno de estos números?
¿Y de sus triples?

- a) 756 b) 240 c) 1694

La factorización del doble de estos números se escribe sumando uno al exponente del factor 2:

- a) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 7$ b) $2^5 \cdot 3 \cdot 5$ c) $2^2 \cdot 7 \cdot 11^2$

La factorización del triple de estos números se escribe sumando uno al exponente del factor 3:

- a) $2^2 \cdot 3^4 \cdot 7$ b) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ c) $2 \cdot 7 \cdot 11^2 \cdot 3$

SOLUCIONARIO

- 43 REFLEXIONA.** La descomposición en factores de un número es $2 \cdot 3 \cdot 5$.

¿Cuál sería la factorización si lo multiplicamos por 6? ¿Y por 10? ¿Y por 15?

Si lo multiplicamos por 6, la factorización es $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$. Si lo multiplicamos por 10, la factorización es $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$. Si lo multiplicamos por 15, la factorización es $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.

- 44** Halla la descomposición factorial de estos números y escríbelos como producto de factores primos.

- a) 6 d) 54 g) 82
b) 20 e) 77 h) 91
c) 23 f) 72 i) 99

- a) $6 = 2 \cdot 3$ f) $72 = 2^3 \cdot 3^2$
b) $20 = 2^2 \cdot 5$ g) $82 = 2 \cdot 41$
c) 23 h) $91 = 7 \cdot 13$
d) $54 = 2 \cdot 3^3$ i) $99 = 3^2 \cdot 11$
e) $77 = 7 \cdot 11$

- 45** Halla la factorización de estos números.

- a) 102 c) 405 e) 391
b) 242 d) 675 f) 2431
a) $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$ d) $675 = 3^3 \cdot 5^2$
b) $242 = 2 \cdot 11^2$ e) $391 = 17 \cdot 23$
c) $405 = 3^4 \cdot 5$ f) $2431 = 11 \cdot 13 \cdot 17$

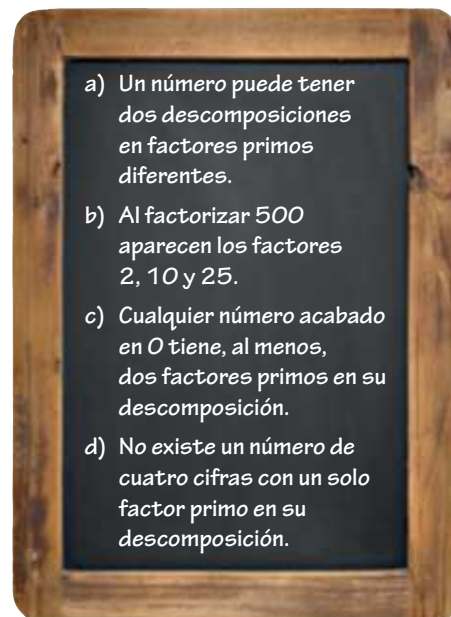
- 46** Factoriza el número 210. A partir de su descomposición factorial, descompón los siguientes números en factores primos.

- a) 105 b) 70 c) 30 d) 840
 $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
a) $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ c) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
b) $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ d) $840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

- 47** Expresa como producto de factores primos.

- a) $8 \cdot 9 \cdot 25$ d) $16^2 \cdot 6^3$
b) $10 \cdot 15 \cdot 6$ e) $15^3 \cdot 12^2$
c) $27 \cdot 12 \cdot 24$ f) $35^2 \cdot 21^3$
a) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
b) $2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
c) $3^3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3^5$
d) $(2^4)^2 \cdot (2 \cdot 3)^3 = 2^{11} \cdot 3^3$
e) $(3 \cdot 5)^3 \cdot (2^2 \cdot 3)^2 = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^3$
f) $(5 \cdot 7)^2 \cdot (3 \cdot 7)^3 = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^5$

- 48** Razona si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.



- a) Falso. La descomposición en factores primos es única.
- b) Falso. Aparecen los factores primos 2 y 5.
- c) Verdadero. Exceptuando el número 0, sería un múltiplo de 10, por tanto, 2 y 5 aparecen en su descomposición.
- d) Falso. Por ejemplo: $2401 = 7^4$.

- 49 Calcula todos los divisores de cada número. Después, indica el mayor divisor común de cada pareja.

- a) 42 y 63 c) 27 y 36
b) 30 y 54 d) 18 y 25

a) $\text{Div}(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$
 $\text{Div}(63) = \{1, 3, 7, 9, 21, 63\}$
 $\text{m.c.d.}(42, 63) = 21$

b) $\text{Div}(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
 $\text{Div}(54) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$
 $\text{m.c.d.}(30, 54) = \{6\}$

c) $\text{Div}(27) = \{1, 3, 9, 27\}$
 $\text{Div}(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $\text{m.c.d.}(27, 36) = 9$

d) $\text{Div}(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
 $\text{Div}(25) = \{1, 5, 25\}$
 $\text{m.c.d.}(18, 25) = 1$

- 50 Halla el máximo común divisor de los siguientes números.

- a) 4 y 14 d) 6 y 15
b) 20 y 25 e) 20, 30 y 35
c) 45 y 75 f) 12, 18 y 20

a) $\text{m.c.d.}(4, 14) = 2$
b) $\text{m.c.d.}(20, 25) = 5$
c) $\text{m.c.d.}(45, 75) = 15$
d) $\text{m.c.d.}(6, 15) = 3$
e) $\text{m.c.d.}(20, 30, 35) = 5$
f) $\text{m.c.d.}(12, 18, 20) = 2$

- 51 Halla el máximo común divisor de 36 y 56. A partir de él, calcula sin factorizar.

- a) $\text{m.c.d.}(18, 28)$
b) $\text{m.c.d.}(9, 14)$
c) $\text{m.c.d.}(72, 112)$
d) $\text{m.c.d.}(54, 84)$
e) $\text{m.c.d.}(360, 560)$
f) $\text{m.c.d.}(90, 140)$

$\text{m.c.d.}(36, 56) = 4$

- a) $\text{m.c.d.}(18, 28) = 2$
b) $\text{m.c.d.}(9, 14) = 1$
c) $\text{m.c.d.}(72, 112) = 8$
d) $\text{m.c.d.}(54, 84) = 6$
e) $\text{m.c.d.}(360, 560) = 40$
f) $\text{m.c.d.}(90, 140) = 10$

- 52 **REFLEXIONA.** Encuentra tres parejas de números cuyo máximo común divisor sea 12.

- a) ¿Qué condición deben cumplir?
b) ¿Qué otros divisores tienen en común?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$12 \text{ y } 24$ $12 \text{ y } 36$ $12 \text{ y } 48$

- a) En su descomposición factorial deben aparecer los factores 2^2 y 3, y no deben tener otros factores en común.
b) Tienen en común todos los divisores del 12. $\text{Div}(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

- 53 Lucía necesita 90 ℓ de pintura roja y 126 ℓ de pintura verde para realizar su próximo trabajo. Sabe que comprando los botes más grandes el precio del litro es más barato.

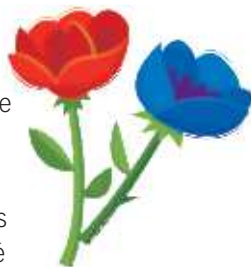
Por otro lado, quiere comprar todos los botes del mismo tamaño para poder almacenarlos más cómodamente en el trastero.

- a) ¿De cuántos litros debe comprar los botes?
b) ¿Cuántos botes de cada tipo tiene que comprar?
a) $\text{m.c.d.}(90, 126) = 18 \rightarrow$ Debe comprar botes de 18 ℓ.
b) $90 : 18 = 5$; $126 : 18 = 7 \rightarrow$ Debe comprar 5 botes de pintura roja y 7 botes de pintura verde.

SOLUCIONARIO

- 54 En la clase de 2.º de Bachillerato han encargado ramilletes de flores para la fiesta de graduación. Darán ramilletes rojos para aquellas personas que se gradúan con un sobresaliente de nota media y azules para el resto. En la floristería tienen 147 flores rojas y 252 flores azules, y las van a utilizar todas.

Quieren que cada ramillete tenga el mismo número de flores.



- a) ¿Cuántas tendrán que poner como máximo en cada uno?
- b) ¿Cuántos estudiantes se gradúan y con qué calificaciones?
- a) Como cada ramillete debe tener el mismo número de flores y no se pueden mezclar los colores, calculamos el máximo común divisor.
- $$\text{m.c.d.}(147, 252) = 21 \rightarrow \text{Como máximo tendrán que poner 21 flores.}$$
- b) $147 : 21 = 7$
 $252 : 21 = 12$
- Se gradúan 7 estudiantes con nota media de sobresaliente y 12 estudiantes con otras medias.

- 55 Calcula los primeros múltiplos de 18 y de 24 hasta encontrar tres múltiplos comunes. Indica cuál es el menor múltiplo común.

$$18 = \{18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, 198, 216, \dots\}$$

$$24 = \{24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, \dots\}$$

Los primeros múltiplos comunes son 72, 144 y 216.

El menor múltiplo común es 72.

- 56 Halla el mínimo común múltiplo en cada caso.

- a) 22 y 8
 b) 14 y 5
 c) 15 y 45
 d) 18 y 64
- a) $\text{m.c.m.}(22, 8) = 88$
 b) $\text{m.c.m.}(14, 5) = 70$
 c) $\text{m.c.m.}(15, 45) = 45$
 d) $\text{m.c.m.}(18, 64) = 576$

- 57 Calcula el mínimo común múltiplo.

- a) 10, 14 y 20
 b) 8, 12 y 18
- a) $\text{m.c.m.}(10, 14, 20) = 140$
 b) $\text{m.c.m.}(8, 12, 18) = 72$

- 58 Calcula el mínimo común múltiplo de estas parejas de números, sin factorizarlos, sabiendo que
- $$\text{m.c.m.}(36, 27) = 2^2 \cdot 3^3.$$

- a) $\text{m.c.m.}(72, 54)$
 b) $\text{m.c.m.}(72, 27)$
 c) $\text{m.c.m.}(108, 81)$
- a) $\text{m.c.m.}(72, 54) = 2^3 \cdot 3^3$
 b) $\text{m.c.m.}(72, 27) = 2^3 \cdot 3^3$
 c) $\text{m.c.m.}(108, 81) = 2^2 \cdot 3^4$

- 59 **REFLEXIONA.** Piensa y explica razonadamente si puede existir alguna pareja de números cuyo mínimo común múltiplo sea 1.

No puede existir.

Cualquier número excepto el 1 tiene al menos dos divisores, el número 1 y él mismo. El mínimo común múltiplo de dos números distintos de 1 es mayor o igual a cada uno de estos dos números y, por tanto, mayor que 1.

- 60 En una parada de autobuses coinciden dos líneas diferentes. Los autobuses de una de las líneas pasan cada 15 minutos, y los de la otra, cada 12 minutos.

Si han salido a las 8:00 h:

- a) ¿A qué hora vuelven a coincidir?

- b) ¿Cuántas veces habrá pasado cada uno en ese tiempo?

- a) $m.c.m.(15, 12) = 60 \rightarrow$ Volverán a coincidir a las 9:00 h.
b) $60 : 15 = 4$; $60 : 12 = 5$. Los de la primera línea habrán pasado 4 veces, y los de la segunda línea, 5.

- 61 Una ONG envía, cada 36 días, ayuda inmediata a un poblado: comida, agua... Otra ONG les proporciona, cada 84 días, financiación para el desarrollo: compra de semillas, construcción de pozos...

Si el día 1 de enero el poblado ha recibido los dos tipos de ayuda, ¿qué día volverán a coincidir?

$$m.c.m.(36, 84) = 252$$

Pasados 252 días. El día 253 del año, el 10 de septiembre.

- 62 En el pueblo de Raúl montan una feria cada verano con tres atracciones.

El viaje en noria dura 10 minutos, los coches eléctricos 12 minutos y el tren de la bruja 18 minutos.

Si todas han comenzado a funcionar a las 17:45 h:

- a) ¿A qué hora volverán a iniciar juntas su funcionamiento?
b) ¿Cuántas veces habrá funcionado cada una hasta entonces?

$$m.c.m.(10, 12, 18) = 180$$

- a) Volverán a iniciar su funcionamiento juntas pasados 180 minutos.
A las 20:45 h.

- b) $180 : 10 = 18$
 $180 : 12 = 15$
 $180 : 18 = 10$

La noria habrá funcionado 18 veces, los coches eléctricos habrán funcionado 12 veces y el tren de la bruja habrá funcionado 10 veces.

- 63 En una calle, cuatro establecimientos tienen luces intermitentes como decoración navideña. Los intervalos de tiempo durante los que están encendidas son 2, 3, 6 y 8 segundos, respectivamente. Si inician el encendido todas a la vez, a las 7 de la tarde, ¿cuánto tiempo transcurre hasta que vuelven a encenderse al mismo tiempo?

$$m.c.m.(2, 3, 6, 8) = 24$$

Pasan 24 segundos hasta que las luces de los cuatro establecimientos vuelven a encenderse al mismo tiempo.

ACTIVIDADES FINALES

1. Opera con potencias

ACTIVIDADES FLASH

- 64 Escribe, si es posible, en forma de potencia.

- | | |
|--------------------------------|----------------|
| a) $2 \cdot 2 \cdot 2$ | d) 7 |
| b) $3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5$ | e) $5 \cdot 5$ |
| c) $6 + 6 + 6 + 6$ | f) 1 |
| a) 2^3 | d) 7^1 |
| b) $3^2 \cdot 5^2 = 15^2$ | e) 5^2 |
| c) No se puede. | f) 1^1 |

SOLUCIONARIO



ACTIVIDADES FLASH

- 65 Realiza estas operaciones y di cómo lo haces.

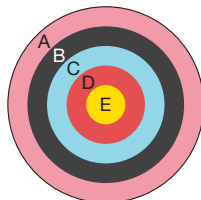
- | | | |
|----------------------------|--------------------------------|----------|
| a) $3^2 \cdot 3^7$ | g) $6^2 \cdot 6^3 : 6^4$ | |
| b) $5^6 : 5^4$ | h) $7^5 \cdot (7^2 \cdot 7^3)$ | |
| c) $7^8 \cdot 7^2$ | i) $3^9 : 3^2 : 3^3$ | |
| d) $6^5 : 6^2$ | j) $8^4 : 8 \cdot 8^3$ | |
| e) $3^8 : 3$ | k) $4 \cdot (4^3)^2$ | |
| f) $5^3 \cdot 5^4 \cdot 5$ | l) $(4^5)^3 : 4^7$ | |
| a) 3^9 | e) 3^7 | i) 3^4 |
| b) 5^2 | f) 5^8 | j) 8^6 |
| c) 7^{10} | g) 6 | k) 4^7 |
| d) 6^3 | h) 7^{10} | l) 4^8 |

- 66 Completa en tu cuaderno.

- a) $2^{\square} = 128$ b) $\square^3 = 27$ c) $5^3 = \square$
 a) $2^7 = 128$ b) $3^3 = 27$ c) $5^3 = 125$

- 67 Descubre la puntuación oculta de la diana y di cómo obtener 41 puntos con 4 dardos.

- A. $\square^7 : 5^3 = 5^4$
 B. $12^{\square} : 12^6 = 12^9$
 C. $9^5 : 9^{\square} = 9^3$
 D. $3^9 : 3^{\square} = 3^2$
 E. $4^{15} : 4^{\square} = 4$



- A) $5^7 : 5^3 = 5^4 \rightarrow A = 5$
 B) $12^{15} : 12^6 = 12^9 \rightarrow B = 15$
 C) $9^5 : 9^2 = 9^3 \rightarrow C = 2$
 D) $3^9 : 3^7 = 3^2 \rightarrow D = 7$
 E) $4^{15} : 4^{14} = 4 \rightarrow E = 14$

$$5 + 15 + 7 + 14 = 41$$

Con cuatro dardos se pueden obtener 41 puntos si un dardo cae en la zona A, otro en la zona B, otro en la zona D y otro en la zona E.

- 68 Completa en tu cuaderno.

- a) $3^4 \cdot \square^2 \cdot 3^7 = 3^{\square}$
 b) $(5^8 : 5^{\square}) \cdot 5^3 = \square^4$
 c) $(\square^7 \cdot 10^{\square}) : 10 = 10^8$
 d) $6^8 \cdot (\square^7 : 6^{\square}) = 6^{12}$
 a) $3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^7 = 3^{13}$
 b) $(5^8 : 5^7) \cdot 5^3 = 5^4$
 c) $(10^7 \cdot 10^2) : 10 = 10^8$
 d) $6^8 \cdot (6^7 : 6^3) = 6^{12}$

- 69 Completa en tu cuaderno los exponentes que faltan.

- a) $8^3 = 2^{\square}$ b) $27^4 = 3^{\square}$ c) $125^6 = 5^{\square}$
 a) $8^3 = 2^9$ b) $27^4 = 3^{12}$ c) $125^6 = 5^{18}$

- 70 Expresa en forma de una única potencia, si se puede.

- a) $8^2 \cdot 4^2$ c) $2^6 \cdot 7^5$ e) $6^{12} \cdot 6^2$
 b) $15^3 : 3^3$ d) $6^3 : 6^3$ f) $18^3 : 2^9$
 a) $32^2 = 2^{10}$ d) 1
 b) 5^3 e) 6^{14}
 c) No se puede. f) No se puede.

- 71 Copia y relaciona.

- a) $3^2 \cdot (2^4 : 2^2)$ 1) 6^4
 b) $2^3 \cdot (3 \cdot 3^2)$ 2) 6^2
 c) $2^6 : 2^2 \cdot 3^4$ 3) 6^3
 a) $\rightarrow 2)$ b) $\rightarrow 3)$ c) $\rightarrow 1)$



- 72 **JUEGO.** Se escribe en un papel el número 100. Cada participante, en su turno, tiene que restar al número escrito en el papel una potencia de 2. Se tacha el número anterior y se escribe como nuevo número la diferencia. Gana el que alcance el número 0.

Respuesta abierta.

73 Detecta el error en las siguientes operaciones.

- a) $3^2 \cdot 4^5 = 12^7$ d) $7^8 : 5^8 = 2^8$
 b) $2^3 \cdot 3^2 = 6^6$ e) $2^5 \cdot 2^2 = 4^7$
 c) $4^4 : 2^3 = 2$ f) $2^5 : 2^2 = 1^3$

- a) y b) Las potencias no se pueden multiplicar porque no tienen la misma base ni los mismos exponentes.
 c) Las potencias no se pueden dividir porque no tienen la misma base ni los mismos exponentes.
 d) Para dividir potencias del mismo exponente, se mantiene el exponente y se dividen las bases: $7^8 : 5^8 = \left(\frac{7}{5}\right)^8$
 e) Para multiplicar potencias de la misma base, se mantiene la base y se suman los exponentes: $2^5 \cdot 2^2 = 2^7$.
 f) Para dividir potencias de la misma base, se mantiene la base y se restan los exponentes: $2^5 : 2^2 = 2^3$.

74 **MATEMÁTICAS Y... BIOLOGÍA.**

- Una célula se reproduce mediante mitosis, dividiéndose en dos células idénticas a la anterior, cada dos horas.



- a) ¿Cuántas células habrá dentro de 4 horas?
 b) ¿Y dentro de 6 horas? ¿Y después de 100?
 c) ¿Puedes escribir una fórmula general para saber el número de células después de n horas?

- a) $2^{(4:2)} = 4 \rightarrow$ En 4 horas habrá 4 células.
 b) $2^{(6:2)} = 8 \rightarrow$ En 6 horas habrá 8 células.
 $2^{(100:2)} \rightarrow$ En 100 horas habrá 2^{50} células.
 c) En n horas habrá $2^{(n:2)}$ células si n es un número par y habrá $2^{((n-1):2)}$ células si n es impar.

- 75** La hidratación es muy importante para las personas. Adrián se encarga de darle un vaso de zumo cada día a los 72 mayores de una residencia. Compra los vasos en cajas que tienen 4 filas de vasos con 4 vasos en cada fila. ¿Tendrá suficientes vasos si compra 4 cajas?
 $4^3 = 64 < 72 \rightarrow$ No tendrá suficientes vasos.

76 **MATEMÁTICAS Y... REDES**

- SOCIALES.** De media, cada persona que utiliza Twitter publica 5 tuits diarios. Si una persona manda un tuit a otras 5 que lo reenvían a otras 5 personas diferentes, ¿a cuántas les llegará después de enviarlo seis veces?
 $5^6 = 15625 \rightarrow$ El tuit llegará a 15625 personas.

- 77** **INVESTIGA.** ¿En qué cifra termina 5^{2020} ? ¿Y el número 4^{2020} ?

Todas las potencias de 5 terminan en 5 excepto $5^0 = 1$.

Todas las potencias de 4 de grado par terminan en 6.

- 78** **RETO.** Busca el menor número a tal que $24 \cdot a$ sea el cuadrado de un número natural.

$$24 \cdot a = 2^3 \cdot 3 \cdot a$$

$$a = 2 \cdot 3 = 6$$

SOLUCIONARIO

2. Aplica los criterios de divisibilidad

Múltiplos y divisores



ACTIVIDADES FLASH

79 Di cinco múltiplos de cada número.

- a) 4 b) 7 c) 8 d) 3

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $4 = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$
 b) $7 = \{7, 14, 21, 28, 35, \dots\}$
 c) $8 = \{8, 16, 24, 32, 40, \dots\}$
 d) $3 = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

80 Dada la relación $104 = 4 \cdot 26$, explica qué afirmaciones son verdaderas.

- a) 104 es divisible por 4.
 b) 104 es múltiplo de 4.
 c) 26 es divisor de 104.
 d) 104 es divisible por 26.
 a) Verdadera. c) Verdadera.
 b) Verdadera. d) Verdadera.

81 Di tres números que sean múltiplos de 2 y de 3 a la vez y explica cómo lo haces.

Respuesta abierta.

Por ejemplo: 6, 12, 18.

Primero se busca el mínimo común múltiplo de 2 y 3: m.c.m. (2, 3) = 6.

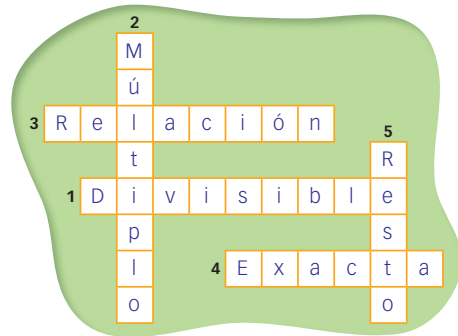
A continuación se buscan dos números que sean múltiplos de este:
 $6 \cdot 2 = 12$ $6 \cdot 3 = 18$

82 Razona y di cuáles son los primeros tres múltiplos de 5 que también son múltiplos de 2.

•○○ 10, 20, 30.

83 Copia, completa el texto y resuelve el crucigrama.

•○○ $24 : 4 = 6 \rightarrow 24$ es (1) por 4 y, además, 24 es un (2) de 4. Entre 24 y 4 existe una (3) de divisibilidad. $24 : 4$ es una división (4) porque el (5) es 0.



84 Indica si existe relación de divisibilidad entre estos pares de números y di cuál es.

- a) 16 y 48 c) 40 y 41
 b) 23 y 90 d) 57 y 58

¿Puede existir relación de divisibilidad entre dos números consecutivos?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) 16 es divisor de 48.
 b) No existe relación de divisibilidad.
 c) No existe relación de divisibilidad.
 d) No existe relación de divisibilidad.

No existe entre dos números consecutivos excepto para los números 1 y 2.

85 **INVESTIGA.** Escribe todos los números del 2 al 20.

- a) ¿Qué números son múltiplos de otro número distinto?
 b) ¿Cuántos números no son múltiplos de ninguno?
 c) ¿Cuáles son los números que son múltiplos de más números?

{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

a) 20 es múltiplo de 2, 4, 5, 10.

10 es múltiplo de 2, 5.

18 es múltiplo de 2, 3, 6, 9.

9 es múltiplo de 3.

16 es múltiplo de 2, 4, 8.

8 es múltiplo de 2, 4.

15 es múltiplo de 3, 5.

6 es múltiplo de 2, 3.

14 es múltiplo de 2, 7.

4 es múltiplo de 2.

12 es múltiplo de 2, 3, 4, 6.

b) No son múltiplo de ninguno 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.

c) 12, 18, 20

- 86 Indica los múltiplos de 3 que no son múltiplos de 2 y que estén comprendidos entre 50 y 70.

{51, 57, 63, 69}

- 87 Calcula un número entre 540 y 550 que sea:

a) Múltiplo de 14.

b) Múltiplo de 17.

c) Múltiplo de 26.

d) Múltiplo de 39.

¿Existe algún múltiplo de 19 entre esos números?

a) 546

c) 546

b) 544

d) 546

$28 \cdot 19 = 532$; $29 \cdot 19 = 551$

No existe ningún múltiplo de 19 entre 540 y 550.

- 88 Escribe el menor múltiplo de 43 que sea mayor que 1500 y el mayor múltiplo que sea menor que 2000.

1505 y 1978

- 89 ¿Cuántos múltiplos de 3 y 11 a la vez hay menores que 200?

{33, 66, 99, 132, 165, 198} → Hay seis números.

- 90 Piensa tres números que sean múltiplos de 6 y de 5 a la vez. ¿Son múltiplos de 10? ¿Por qué?

Respuesta abierta. Por ejemplo: 30, 60, 90. Todos son múltiplos de 10 porque tienen en su descomposición los factores $2 \cdot 3 \cdot 5$.

- 91 **RETO.** Escribe un número con las cifras del 1 al 6, sin repetir ninguna, de tal manera que el número que formen la primera y la segunda cifra sea múltiplo de 2, el número que formen la segunda y la tercera cifra sea múltiplo de 3, el número que formen la tercera y la cuarta cifra sea múltiplo de 4, y así sucesivamente.

De todos los números posibles, ¿cuál es el menor?

Los números posibles son 321654 o bien 163254. El menor es 163254.



ACTIVIDADES FLASH

- 92 Explica si las siguientes afirmaciones equivalen a esta: «La división de 56 entre 4 es exacta».

a) 56 es divisor de 4.

b) 4 es divisor de 56.

c) 56 es divisible por 4.

d) 4 es divisible por 56.

e) 4 es múltiplo de 56.

f) 56 es múltiplo de 4.

a) No.

c) Sí.

e) No.

b) Sí.

d) No.

f) Sí.

SOLUCIONARIO



ACTIVIDADES FLASH

- 93 De la relación $27 \cdot 4 = 108$, razona y di qué afirmaciones son verdaderas.

- a) 27 es divisor de 108.
- b) 27 es múltiplo de 108.
- c) 4 es divisor de 108.
- d) 4 es múltiplo de 27.
- e) 4 es divisor de 27.
- f) 108 es divisible por 27.
- a) Sí. c) Sí. e) No.
- b) No. d) No. f) Sí.

- 94 Piensa y contesta.

- a) ¿Es 1 divisor de 7? ¿Y de 17?
- b) ¿Es 9 divisor de 8? ¿Y 10? ¿Puede ser divisor de 8 un número mayor que 8?
- c) ¿Cuáles son el menor y el mayor divisor de un número?
- a) 1 es divisor de 7 y de 17.
- b) 9 no es divisor de 8 ni de 10. Un número mayor que 8 no puede ser divisor de 8.
- c) El menor divisor de un número es el 1 y el mayor divisor es el propio número.

- 95 Comenta razonadamente si es verdadero o falso.

- a) Los únicos divisores de 12 son 2 y 4.
- b) 2, 5 y 10 son divisores de 40.
- c) Los divisores de 77 son 1, 7, 11 y 77.
- a) Falso. $\text{Div}(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- b) Verdadero.
- c) Verdadero.

- 96 Encuentra todos los divisores de cada uno de los diez primeros números naturales.

$\text{Div}(1) = \{1\}$; $\text{Div}(2) = \{1, 2\}$; $\text{Div}(3) = \{1, 3\}$;
 $\text{Div}(4) = \{1, 2, 4\}$; $\text{Div}(5) = \{1, 5\}$;
 $\text{Div}(6) = \{1, 2, 3, 6\}$; $\text{Div}(7) = \{1, 7\}$;
 $\text{Div}(8) = \{1, 2, 4, 8\}$; $\text{Div}(9) = \{1, 3, 9\}$;
 $\text{Div}(10) = \{1, 2, 5, 10\}$

- 97 Mediante el movimiento del caballo de ajedrez, recorre todos los divisores de 126 sin pasar dos veces por el mismo divisor.



1 (1)	22	15	51	10	2 (4)	37	11
40	31	26	63 (3)	32	16	47	50
56	14 (2)	45	25	43	39	3 (5)	29
20	41	13	34	6 (6)	24	61	4
58	23	42 (7)	5	28	55	48	38
30	49	35	52	21 (10)	33	19	57
12	126 (8)	8	44	59	54	120	9 (12)
36	27	53	18 (9)	17	7 (11)	46	60

- 98 **INVESTIGA.** Razona si todos los números divisibles por 2 son divisibles también por 4. ¿Y al revés?

No todos los números divisibles por 2 son divisibles por 4. Por ejemplo:

6 es divisible por 2, pero no por 4.

Todos los números divisibles por 4 también lo son por 2 ya que 2 es un divisor de $4 = 2^2$.

- 99 Razona si son correctas las siguientes afirmaciones.

- a) Como 9 es divisor de 72, 3 también lo es.
- b) Como 3 es divisor de 42, 9 también lo es.

- a) Verdadera. En la descomposición factorial del 72 aparece 3^2 .
- b) Falsa. En la descomposición factorial de 42 aparece 3, pero no 3^2 .

- 100** ●●● Completa el crucigrama escribiendo una cifra en cada casilla, la suma de cada fila o columna debe ser igual.

	A	B	C
1		2	6
2		6	2
3	8	0	

HORIZONTALES

- Divisible por 2. Cociente = 13.
- Al dividir por 13, el cociente es 4 y el resto es 10.
- Al dividir por 9, el cociente y el resto valen 8.

- 101** ●●● 36 deportistas van a organizarse por equipos con el mismo número de personas. ¿Pueden organizarse en equipos con un número impar de personas?
- $\text{Div}(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 → Pueden agruparse en 4 grupos de 9 personas, o en 12 grupos de 3 personas.

- 102** ●●● **INVESTIGA.** En una clase de 25 estudiantes hay 16 pupitres de dos plazas.

¿Cuál es el número máximo de personas que se pueden sentar solas?
 ¿Y si hubiese solo 20 estudiantes?

Sentamos a 16 personas solas y añadimos una segunda persona en cada pupitre hasta completar las 25.

Se pueden sentar solas 7 personas.

Si hubiese 20 estudiantes se podrían sentar solas 12 personas.

- 103** ●●● Encuentra tres números naturales que cumplan cada una de las condiciones.

- Divisibles por 2, por 4 y por 8 a la vez.
- Divisibles por 3, por 9 y por 27 a la vez.
- Divisibles por 2, por 3 y por 4 a la vez.
- Divisibles por 2, por 3 y por 9 a la vez.
- Divisibles por 3, por 6 y por 9 a la vez.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- 8, 16, 24
- 27, 54, 81
- 12, 24, 36
- 18, 36, 54
- 18, 36, 54

- 104** ●●● Encuentra los múltiplos de 11 que se pueden formar ordenando las cifras 1, 3, 4 y 6.

Suponiendo que las cifras no se pueden repetir y que hay que utilizarlas todas:
 1364, 1463, 3146, 3641, 4136, 4631, 6314, 6413

- 105** ●●● Utiliza las cifras 3, 4, 5 y 6 para escribir números de 4 cifras que sean divisibles por 11.

Suponiendo que las cifras no se pueden repetir y que hay que utilizarlas todas:
 3465, 3564, 4356, 4653, 5346, 5643, 6435, 6534



- 106** ●●● **JUEGO.** Se recortan 32 papelitos y se agrupan en un montón. Por turnos, cada persona debe dividir en montones iguales los papelitos que tenga en cualquiera de los montones que hay sobre la mesa, pero no puede dividirlos en más de 4 montones. Quien consiga primero un montón con un solo papelito gana.

Juego. Respuesta abierta.

SOLUCIONARIO



107 MATEMÁTICAS Y... FÚTBOL.

En la liga de fútbol, por cada partido que gana un equipo obtiene 3 puntos, si empata obtiene 1 punto y si pierde obtiene 0 puntos. Busca los puntos obtenidos por tu equipo de fútbol favorito en su liga.

¿Puedes saber cuántas victorias ha logrado como máximo conociendo solo los puntos totales? ¿Y como mínimo?

Respuesta abierta. Según cuántos partidos se jueguen, se puede saber en algunos casos, por ejemplo, si el número total de puntos es el máximo o el mínimo.

108 Escribe varios números pares e impares y razona si es verdadero o falso.

- a) Un número par puede ser divisor de un número impar.
- b) Un número impar puede ser divisor de un número par.
- c) Un número impar puede ser múltiplo de un número par.
- d) Un número impar puede ser divisible por un número par.
- e) Entre un número par y un número impar puede existir una relación de divisibilidad.
- a) Falso. Un número par contiene al 2 en su factorización y un número impar no lo contiene.
- b) Verdadero. Por ejemplo: 3 es divisor de 6.
- c) Falso. Un número par contiene al 2 en su factorización y un número impar no lo contiene.
- d) Falso. Un número par contiene al 2 en su factorización y un número impar no lo contiene.
- e) Verdadero. Por ejemplo: 3 es divisor de 6.

Criterios de divisibilidad

ACTIVIDADES FLASH

109 Utiliza los criterios de divisibilidad y di si estos números son divisibles por 2, 3, 5, 10 y 11.

- a) 128 c) 495 e) 116 160
- b) 251 d) 968
- a) 128 es divisible por 2 porque termina en cifra par.
- b) 251 no es divisible por ninguno.
- c) 495 es divisible por 3, 5, 11.
- d) 968 es divisible por 2 y por 11.
- e) 116 160 es divisible por 2, 3, 5, 10 y 11.

110 Un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 4. Comenta si estos números son múltiplos de 4.

- a) 128 c) 434 e) 11 610
- b) 271 d) 952 f) 5 624
- a) Sí. c) No. e) No.
- b) No. d) Sí. f) Sí.

111 **INVENTA.** Escribe un número de 10 cifras divisible por 2, 3, 5, 7 y 11.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 2310000000.

112 Determina si $2^{15} \cdot 3$ es divisible por estos números.

- a) 2 d) 5 g) 8 j) 11
- b) 3 e) 6 h) 9 k) 12
- c) 4 f) 7 i) 10 l) 14
- a) Sí. d) No g) Sí. j) No.
- b) Sí. e) Sí. h) No. k) Sí.
- c) Sí. f) No. i) No. l) No.



Cómo se calcula una cifra de un número para que sea divisible por otro

- 113 ¿Cuánto debe valer a para que el número $3a2$ sea múltiplo de 3?

Resuelta en el libro de texto.

- 114 ¿Cuánto puede valer a para que el número $5a4a$ sea divisible por 3? ¿Y por 5? ¿Y por 2?

Para que sea divisible por 3, a puede valer 0, 3, 6, 9.

Para que sea divisible por 5, a puede valer 0, 5.

Para que sea divisible por 2, a puede valer 0, 2, 4, 6, 8.

- 115 Los 114 estudiantes de 1.º de ESO hemos hecho una excursión al lago. Allí hay distintos tipos de barcas. Las hay para 2 y 3 personas y también con capacidad para 5, 6, 9 y 10 personas.

- Si queremos llenar barcas con el mismo número de plazas, ¿qué tipo de barcas podemos coger?
- ¿Cuántas personas más tendrían que venir para poder llenar barcas de 5 personas? ¿Y de 10 personas?
- Si las queremos llenar con el mismo número de plazas, las podemos coger de 2, 3 o 6 personas.
- Con una persona más, completamos barcas de 5 personas. Con 6 personas más, completamos barcas de 10 personas.

Números primos. Descomposición factorial



ACTIVIDADES FLASH

- 116 Clasifica estos números en primos y compuestos.

3 9 23 35 47 53 65 73 81 96

Primos: 3, 23, 47, 53, 73

Compuestos: 9, 35, 65, 81, 96

- 117 Si la división $a : 7$ es exacta, ¿el número a es primo o compuesto? Expón tu respuesta.

El número a es un número compuesto y tiene al menos al número 1 y al 7 como divisores aparte de a sí mismo, o bien es el número 7, que es primo.



- 118 **INVENTA.** Buscad todos los números primos comprendidos entre el 1 y el 106 y ordenadlos de menor a mayor. Asignad a cada número una letra del abecedario, de manera ordenada, y utilizad los números para escribir un mensaje secreto. ¿Puedes descifrar el mensaje de tu pareja?

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103

Respuesta abierta.

- 119 **RETO.** ¿Es 111 111 111 111 un número primo? ¿Por qué?

Es compuesto. Es múltiplo de 3.

- 120 Si multiplicamos dos números primos, ¿cuáles son los divisores de su producto?

Si multiplicamos $p \cdot q$ los divisores son 1, p , q y pq .

SOLUCIONARIO

- 121** La descomposición en factores primos de un número contiene cinco números primos diferentes. ¿Cuál es el menor número que lo cumple?

El menor número que lo cumple es 2310.



- 122 JUEGO.** La conjetura de Goldbach dice que cualquier número par no primo se puede escribir como una suma de dos números primos.

Preparad trozos de papel y escribid en cada uno un número par distinto. Después, elegid un trozo al azar y quien descomponga primero el número según la conjetura de Goldbach ganará.



Respuesta abierta.

- 123 INVESTIGA.** ¿En qué cifras puede acabar el doble de un número primo?
- Un número primo puede acabar en 1, 2, 3, 5, 7 y 9. Su doble puede acabar en 0, 2, 4, 6, 8.

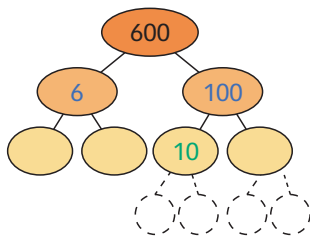


- 124** ¿A qué número corresponden las siguientes descomposiciones en factores primos?

- a) $2^2 \cdot 3$ b) $2^3 \cdot 3^2$ c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$
a) 12 b) 72 c) 90

- 125** Realiza dos descomposiciones diferentes para cada número e indica cuatro divisores de cada uno.

- a) 600
b) 420
c) 810
d) 616
e) 784
f) 2700



Después, indica cuál es su descomposición en factores primos.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $600 = 2 \cdot 300$

$600 = 6 \cdot 100$

Divisores de 600: 2, 300, 6, 600...

$600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$

b) $420 = 2 \cdot 210$

$420 = 3 \cdot 140$

Divisores de 420: 2, 210, 3, 140...

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

c) $810 = 2 \cdot 405$

$810 = 3 \cdot 270$

Divisores de 810: 2, 405, 3, 270...

$810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$

d) $616 = 2 \cdot 308$

$616 = 4 \cdot 154$

Divisores de 616: 2, 308, 4, 154...

$616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$

e) $784 = 2 \cdot 392$

$784 = 4 \cdot 196$

Divisores de 784: 2, 392, 4, 196...

$784 = 2^4 \cdot 7^2$

f) $2700 = 2 \cdot 1350$

$2700 = 3 \cdot 900$

Divisores de 2700: 2, 1350, 3, 900...

$2700 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$

- 126** Obtén la descomposición en factores primos de los siguientes números.

- a) 560 c) 440 e) 378
b) 2800 d) 858 f) 405

a) $560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$

b) $2800 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 7$

c) $440 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11$

d) $858 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$

e) $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$

f) $405 = 3^4 \cdot 5$

- 127 Identifica los errores existentes en estas descomposiciones en factores primos.

- a) $77 = 7 \cdot 7$ d) $1200 = 15 \cdot 8 \cdot 10$
 b) $99 = 33 \cdot 3$ e) $800 = 2^3 \cdot 100$
 c) $100 = 10 \cdot 2$ f) $500 = 5 \cdot 10^2$
 a) $77 = 7 \cdot 11$ d) $1200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$
 b) $99 = 11 \cdot 3^2$ e) $800 = 2^5 \cdot 5^2$
 c) $100 = 2^2 \cdot 5^2$ f) $500 = 2^2 \cdot 5^3$

- 128 Al sumar tres unidades a un número primo, ¿el resultado será un número primo o compuesto?

Si se suman 3 unidades a 2, el resultado será 5, que es primo.

Si se suman 3 unidades a otro número primo, el resultado será par, ya que cualquier otro número primo es impar, y el resultado será un número compuesto.

3. Calcula el m.c.d. y el m.c.m.

- 129 Copia y completa el crucigrama con una cifra en cada casilla.

	A	B	C	D
1		1	5	
2	2	1		8
3		2	3	1
4	7		1	6

HORIZONTALES

- Al revés,
m.c.m. (3, 17)
- Al revés,
m.c.d. (24, 36)
m.c.d. (32, 40)
- m.c.m. (21, 33)
- m.c.d. (91, 21)
m.c.d. (64, 80)

VERTICALES

- m.c.d. (14, 30)
m.c.d. (56, 77)
- m.c.m. (14, 16)
- m.c.d. (15, 20)
m.c.d. (93, 124)
- m.c.m. (48, 102)

- 130 Encuentra tres parejas de números, a y b , que cumplan lo siguiente.

- a) m.c.m. (a, b) = 28
 b) m.c.m. (a, b) = 120
 c) m.c.d. (a, b) = 6
 d) m.c.d. (a, b) = 15

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) 4 y 7 $\rightarrow$ m.c.m. (4, 7) = 28
 2 y 28 $\rightarrow$ m.c.m. (2, 28) = 28
 7 y 28 $\rightarrow$ m.c.m. (7, 28) = 28
 b) 1 y 120 $\rightarrow$ m.c.m. (1, 120) = 120
 2 y 120 $\rightarrow$ m.c.m. (2, 120) = 120
 3 y 120 $\rightarrow$ m.c.m. (3, 120) = 120
 c) 6 y 12 $\rightarrow$ m.c.d. (6, 12) = 6
 6 y 18 $\rightarrow$ m.c.d. (6, 18) = 6
 6 y 24 $\rightarrow$ m.c.d. (6, 24) = 6
 d) 15 y 30 $\rightarrow$ m.c.d. (15, 30) = 15
 15 y 45 $\rightarrow$ m.c.d. (15, 45) = 15
 15 y 60 $\rightarrow$ m.c.d. (15, 60) = 15

- 131 **INVESTIGA.** ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de dos números primos? ¿Y su máximo común divisor?

El mínimo común múltiplo de dos números primos distintos es su producto.

Su máximo común divisor es 1.

4. Resuelve problemas de divisibilidad

- 132 En clase somos 24 personas. Queremos dividirnos en grupos del mismo número de integrantes y que no sobre ni falte nadie. ¿En cuántos grupos y de cuántas personas podemos dividir la clase?

Se pueden dividir en 1 grupo de 24;
 2 grupos de 12; 3 grupos de 8; 4 grupos de 6;
 6 grupos de 4; 8 grupos de 3;
 12 grupos de 2; 24 grupos de 1.

SOLUCIONARIO

133 MATEMÁTICAS Y... FÚTBOL.

En un álbum de cromos de fútbol, cada equipo tiene 18 recuadros para colocar los cromos de sus futbolistas. Hay 20 equipos y al final del álbum hay otros 40 recuadros para colocar los fichajes de última hora.

- ¿Cuántos cromos se necesitan para rellenar el álbum?
 - Si cada sobre de cromos tiene 6 cromos, ¿cuántos sobres habrá que comprar como mínimo para tener la colección completa?
 - Exceptuando los recuadros destinados al escudo y a la entrenadora o entrenador, donde se coloca un solo cromo, el resto de los recuadros pueden incluir hasta dos cromos (se coloca uno encima de otro). ¿Cuántos cromos se pueden incluir, como máximo, en el álbum?
- $18 \cdot 20 + 40 = 400$ cromos.
 - $400 : 6 = 66$ y resto 4. → Habrá que comprar como mínimo 67 sobres.
 - $2 \cdot 20 + 16 \cdot 2 \cdot 20 + 40 = 720$ → Se pueden incluir hasta 720 cromos.

134 Se ha contratado a 17 personas para recoger fruta. Se quieren formar grupos del mismo número de personas sin que sobre nadie.



- ¿Se pueden formar varios grupos de más de una persona? ¿Por qué?
- Si se contrata a un trabajador más, ¿cuántos grupos se podrían formar y cuántas personas tendría cada grupo? ¿Existen varias posibilidades de formarlos?
- ¿Cuántas personas más habría que contratar para formar grupos de 5? ¿Cuántos grupos se formarían?

- No, porque 17 es un número primo.
- $\text{Div}(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ → Se puede formar 1 grupo de 18 personas; 2 de 9; 3 de 6; 6 de 3; 9 de 2; 18 de 1.
- Habría que contratar a 3 personas más. Habría 4 grupos de 5 personas.

Esta actividad se puede utilizar para trabajar el ODS 8, trabajo decente y crecimiento económico.

135 Mañana es mi cumpleaños. He invitado a todos mis amigos y amigas y en total seremos 12 personas. Compraré 3 refrescos para cada una.



¿Con qué marca de refrescos me saldrá más barato?

$12 \cdot 3 = 36$ → Se necesitan 36 refrescos.

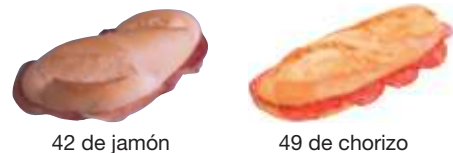
Primer tipo → $36 : 4 = 9$; $9 \cdot 5 = 45$ €

Segundo tipo → $36 : 6 = 6$; $6 \cdot 7 = 42$ €

Tercer tipo → $36 : 8 = 4,5$; $5 \cdot 9 = 45$ €

El segundo tipo sale más barato.

136 Para una merienda con toda la familia, mi padre ha preparado unos bocadillos.



42 de jamón

49 de chorizo

Los quiere repartir en bandejas por las mesas y que tengan el mismo número de bocadillos sin que sobre ninguno. Como mínimo quiere poner 3 bocadillos y no caben más de 8.

a) De los bocadillos de jamón, ¿cuántos puede poner por bandeja? ¿Cuántas necesita? ¿Y de los de chorizo?

b) Si en cada bandeja hay bocadillos de los dos tipos, y todas tienen la misma composición de bocadillos, ¿cuántos bocadillos de cada tipo tiene que poner? ¿Podría hacerlo?

a) $\text{Div}(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$
 → De jamón puede colocar 3 en 14 bandejas, 6 en 7 bandejas o 7 en 6 bandejas.

$\text{Div}(49) = \{1, 7, 49\}$ → De chorizo puede colocar 7 en 7 bandejas.

b) No puedo hacerlo. Tendría que colocar 7 de chorizo, y no le cabrían los 6 de jamón.

137 MATEMÁTICAS Y... CONSUMO.

Una máquina expendedora de bebidas y bocadillos acepta y devuelve monedas de 1 € y 2 €, y billetes de 5 €, 10 € y 20 €. Si hemos pagado 5 € por un bocadillo con un billete de 20 €, ¿de cuántas formas puede dar el cambio solo con monedas o billetes iguales?

Devuelve 15 €. Puede devolver 15 monedas de 1 € o 3 billetes de 5 €.

138 **RETO.** En un instituto hay 298 estudiantes.

Al fútbol se juega 11 contra 11 y al baloncesto 5 contra 5.

Todos los estudiantes forman parte de un equipo y al menos 100 practican cada deporte. Si ninguno puede jugar en dos equipos a la vez, ¿cuántas personas juegan al fútbol y cuántas al baloncesto?



Fútbol: 11 personas por equipo.

{110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198, 209, 220, 231, 242, 253, 264, 275, 286, 297}

Baloncesto: 5 personas por equipo.

El número de jugadores de fútbol tiene que acabar en 3 o en 8 para que la resta termine en 0 o 5.

Juegan al fútbol 143 personas y al baloncesto 155, o bien juegan al fútbol 198 y al baloncesto 100.

139 En un supermercado reciben la leche en paquetes con 6 botellas cada uno. Hoy ha llegado este pedido.

Tipo de leche	Entera	Semi desnatada	Sin lactosa
N.º de botellas	126	90	88
Precio total (€)	127	99	84

¿Han podido recibir 126 botellas de leche entera? Comprueba si hay algún error en otra cantidad. ¿Crees que el coste de las botellas es correcto?

$126 : 6 = 21$ → Sí. Han podido recibir 21 paquetes.

$90 : 6 = 15$

$88 : 6$ no es exacta, hay un error.

$127 : 126$ no es una división exacta
 → El precio no parece correcto.

$99 : 90 = 1,1$ → El precio pudo ser de 1,10 €/botella.

$84 : 88$ no es exacta, hay un error.

140 Andrea va al polideportivo cada 4 días y su amiga cada 3. Hoy han coincidido. ¿Cuántos días, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?

m.c.m. (4, 3) = 12 → Como mínimo tienen que pasar 12 días.

SOLUCIONARIO

- 141 En una frutería había 21 kg de cerezas y 15 kg de fresas. Hicieron bandejas de igual peso y tipo de fruta, todas del mayor peso posible, y no sobró fruta. ¿Cuántas bandejas obtuvieron?

$$\text{m.c.d.}(21, 15) = 3$$

→ Hicieron bandejas de 3 kg.

$$21 : 3 = 7; 15 : 3 = 5; 7 + 5 = 12$$

→ Obtuvieron 12 bandejas.

- 142 Iván tiene gripe y toma un jarabe cada 8 horas y una pastilla cada 12 horas. Acaba de tomarse las dos medicinas juntas.



¿Dentro de cuántas horas tomará de nuevo las dos medicinas a la vez?

$$\text{m.c.m.}(8, 12) = 24 \rightarrow \text{Tomará las dos a la vez pasadas 24 horas.}$$

Esta actividad se puede utilizar para trabajar el ODS 3, salud y bienestar.

- 143 Un semáforo se pone rojo cada 14 segundos y otro semáforo cada 10 segundos. A las 9:30 h los dos semáforos estaban en rojo. ¿Cuántos segundos pasarán hasta que vuelvan a estar ambos en rojo?

$$\text{m.c.m.}(14, 10) = 70 \rightarrow \text{Pasarán 70 s.}$$

144 MATEMÁTICAS Y...

- CONSTRUCCIÓN. Una habitación mide 6 m de largo y 9 m de ancho.

- a) ¿Qué tamaño tendrían las baldosas cuadradas más grandes que se podrían poner sin cortar ninguna?
- b) Los tamaños más habituales de las baldosas para el suelo son de 25×25 cm y de 60×60 cm. ¿Qué baldosas se podrían poner sin cortar ninguna?

a) $\text{m.c.d.}(6, 9) = 3 \rightarrow$ El tamaño máximo sería 3×3 m.

b) $600 : 25 = 24; 900 : 25 = 36$

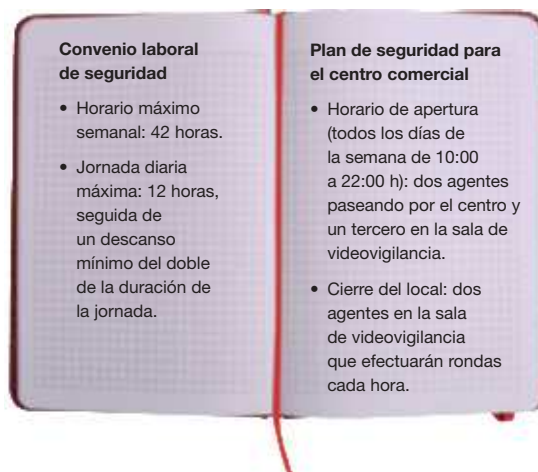
$$600 : 60 = 10; 900 : 60 = 15$$

Se pueden poner los dos tipos de baldosa.

FAKE NEWS

Nuevo robo en las tiendas Shop

La empresa de seguridad encargada de la vigilancia del centro comercial ha manifestado que «cumple a rajatabla el convenio laboral de sus empleados, respetando los tiempos de descanso e impidiendo las horas extras». Asimismo manifiesta que los 9 agentes semanales son suficientes para cubrir las labores para las que han sido contratados.



Convenio laboral de seguridad

- Horario máximo semanal: 42 horas.
- Jornada diaria máxima: 12 horas, seguida de un descanso mínimo del doble de la duración de la jornada.

Plan de seguridad para el centro comercial

- Horario de apertura (todos los días de la semana de 10:00 a 22:00 h): dos agentes paseando por el centro y un tercero en la sala de videovigilancia.
- Cierre del local: dos agentes en la sala de videovigilancia que efectuarán rondas cada hora.

Y tú, ¿qué opinas?

Se necesitan 3 agentes durante 12 horas durante el día: $3 \cdot 12 \cdot 7 = 252$ h/semana.

Se necesitan 2 agentes durante 12 horas durante la noche: $2 \cdot 12 \cdot 7 = 168$ h/semana.

Se necesitan cubrir $252 + 168 = 420$ h a la semana.

Hay 9 agentes que cubren como máximo $9 \cdot 42 = 378$ h a la semana.

Falta personal.

PROBLEMAS APARENTEMENTE DISTINTOS

145 Dado el número natural 144:

- Enumera de forma ordenada todos sus divisores.
 - Anota todos los productos de dos números que den como resultado 144.
- a) $\text{Div}(144) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144\}$
- b) $1 \cdot 144; 2 \cdot 72; 3 \cdot 48; 4 \cdot 36; 6 \cdot 24; 8 \cdot 18; 9 \cdot 16; 12 \cdot 12$

146 Benita tiene 144 olmos. Hasta que crezcan los quiere plantar en un terreno rectangular de forma que las filas y columnas tengan el mismo número de árboles. ¿Cuántos puede tener cada fila?

Puede haber:

- 1 fila de 144 olmos
- 2 filas de 72 olmos
- 3 filas de 48 olmos
- 4 filas de 36 olmos
- 6 filas de 24 olmos
- 8 filas de 18 olmos
- 9 filas de 16 olmos
- 12 filas de 12 olmos
- 16 filas de 9 olmos
- 18 filas de 8 olmos
- 24 filas de 6 olmos
- 36 filas de 4 olmos
- 48 filas de 3 olmos
- 72 filas de 2 olmos
- 144 filas de 1 olmo

147 Factoriza los números 140 y 200 y calcula el máximo común divisor de ambos.

$$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$200 = 2^3 \cdot 5^2$$

$$\text{m.c.d.}(140, 200) = 20$$

148 Queremos dividir una nave rectangular de 140 m de ancho y 200 m de largo en compartimentos cuadrados con la máxima superficie posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada compartimento?

$$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$200 = 2^3 \cdot 5^2$$

$$\text{m.c.d.}(140, 200) = 20 \rightarrow \text{Cada lado debe medir 20 m.}$$

149 Factoriza la siguiente pareja de números: 20 y 12.

- ¿Cuál es su mínimo común múltiplo?
- Halla el cociente de la división del mínimo común múltiplo entre cada uno de los números.

a) $20 = 2^2 \cdot 5$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m.}(20, 12) = 60$$

b) $60 : 20 = 3$

$$60 : 12 = 5$$

150 María visita a sus padres cada 20 días y su hermano Juan cada 12. Si han coincidido hoy:

- ¿Cuántos días tardarán en volver a coincidir?
- ¿Cuántas visitas habrá hecho cada uno antes de que vuelvan a coincidir?

a) $20 = 2^2 \cdot 5$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m.}(20, 12) = 60$$

María y su hermano volverán a coincidir pasados 60 días.

b) $60 : 20 = 3 \rightarrow \text{María habrá hecho 3 visitas.}$

$$60 : 12 = 5 \rightarrow \text{Juan habrá hecho 5 visitas.}$$

SOLUCIONARIO

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1 ¡Qué difícil es llevar esto!

El número de unidades es importante a la hora de empaquetar y, en algunos casos, se puede hacer más cuadrado o más alargado.

- ¿De cuántas formas se pueden empaquetar las 24 latas de refresco? ¿Cuántas filas y columnas tendría cada paquete?
- ¿Y si hay que empaquetar 25 latas? ¿Qué forma tendría el paquete? ¿Sería más sencillo transportarlo?
- Los 6 tetrabriks de leche, ¿de cuántas maneras distintas podrías empaquetarlos? ¿Y si se quisieran empaquetar 9 tetrabriks?
- ¿Se te ocurre alguna manera distinta de empaquetar las 12 botellas de agua? ¿Por qué crees que no se suelen hacer paquetes de 80 botellas?

Teniendo en cuenta que los paquetes tienen más columnas que filas:

- $\text{Div}(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
→ Se pueden hacer paquetes de 1 fila y 24 columnas; 2 filas y 12 columnas; 3 filas y 8 columnas; 4 filas y 6 columnas.
- $\text{Div}(25) = \{1, 5, 25\}$ → Se pueden hacer paquetes de 1 fila y 25 columnas; Sería difícil de transportar.
- $\text{Div}(6) = \{1, 2, 3, 6\}$ → Se pueden empaquetar en paquetes de 1 fila y 6 columnas; 2 filas y 3 columnas.
 $\text{Div}(9) = \{1, 3, 9\}$ → Se pueden hacer paquetes de 1 fila y 9 columnas.
- $\text{Div}(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ → Se pueden empaquetar en paquetes de 1 fila y 12 columnas; 2 filas y 6 columnas.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Por el peso o el tamaño del paquete.

2 No me cabe en la nevera

La nevera que tenemos en casa tiene varias repisas para colocar los alimentos. Sus dimensiones son 72 cm de ancho y 60 cm de profundidad.

- Una lata de refresco mide 6 cm de diámetro. ¿Cuánto mide un paquete de 24 latas que está empaquetado en 4 filas de 6 latas en cada fila?
- ¿Cuántos paquetes de 24 latas puedo meter en una repisa sin colocar unos encima de otros? ¿Cuántas latas en total tienen esos paquetes?
- ¿Ocuparían estos paquetes toda la repisa o quedaría algún hueco libre?
- Si los paquetes de latas tuvieran forma cuadrada, es decir, tuvieran el mismo número de latas por filas y por columnas, ¿cuánto debería medir de lado cada paquete para que no quedasen huecos libres en la repisa?
- ¿Cuántas latas tendría cada paquete? ¿Cuántas latas en total podría meter en cada repisa de la nevera?
- Para organizar mejor mi nevera, ¿sería mejor que los paquetes fueran cuadrados?
- $4 \cdot 6 = 24$; $6 \cdot 6 = 36$ → El paquete mide 24×36 cm.
- Se pueden colocar 4 a la vez.
 $24 \cdot 4 = 96$ → En total 96 latas.
- Quedaría hueco libre.
Área repisa: $60 \cdot 72 = 4320 \text{ cm}^2$.
Área ocupada: $24 \cdot 36 \cdot 4 = 3456 \text{ cm}^2$.
- Debería medir m.c.d. $(72, 60) = 12$ cm.
- Cada paquete tendría 4 latas colocadas en dos filas y dos columnas.
 $72 : 6 = 12$; $60 : 6 = 10$; $12 \cdot 10 = 120$
→ Se podrían colocar 120 latas.
- Si fueran cuadrados llenarían la repisa.

3 ¡Siempre me sobra algo!

Hemos decidido que esta noche cenaremos perritos calientes. He sacado una bolsa de panecillos, que vienen de 6 en 6, y mis salchichas favoritas, que están envasadas en paquetes de 5 unidades. Si pongo una salchicha por panecillo, o me sobran panecillos, o me sobran salchichas.

- ¿Cuántas bolsas de salchichas y de pan hay que comprar como mínimo para que no me sobre nada? ¿Y si los paquetes de salchichas tuvieran 4 unidades?
- Si cenamos mi madre, mi padre, mi hermana y yo, ¿cuántos perritos calientes tendremos que comer cada uno para que no sobre?
- Queremos comernos dos perritos cada uno. ¿Cuántas unidades deberían venir en los paquetes para que no nos sobre nada?

Me he dado cuenta de que me pasa lo mismo con las hamburguesas. La carne suele estar envasada en paquetes de 6 unidades, mientras que los panecillos vienen en paquetes de 8.

- ¿Sería mejor que las bolsas de panecillos tuvieran 4 unidades?
- m.c.m. $(6, 5) = 30$; $30 : 6 = 5$; $30 : 5 = 6$
→ Hay que comprar 5 bolsas de pan y 6 de salchichas.
m.c.m. $(6, 4) = 12$; $12 : 6 = 2$; $12 : 4 = 3$
→ Habría que comprar 2 bolsas de pan y 3 de salchichas.
- Si las salchichas vienen de 5 en 5, cada uno tendrá que comer 7,5 perritos. Si vienen de 4 en 4, cada uno tendrá que comer 3.
- Respuesta abierta. Por ejemplo: Dos paquetes de 4 panes y dos paquetes de 4 salchichas.

- m.c.m. $(6, 8) = 24$ m.c.m. $(6, 4) = 12$

Sería mejor que vinieran en paquetes de 4 para poder comprar cantidades más pequeñas.

AUTOEVALUACIÓN

- 1 Resuelve $5^2 \cdot 5^7 : 5^3$.
a) 5^{12} b) 5^{-2} c) 5^6 d) 5^{-8}
c) 5^6
- 2 Copia y completa el hueco:
 $2^{\square} \cdot 2^3 : (2^3 \cdot 2) = 2^4$.
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5
d) 5
- 3 Opera $7^3 : 7^2 \cdot 7^5 : 7^2$.
a) 7^{12} b) 7^4 c) 7^8 d) 7^2
b) 7^4
- 4 Expresa como una sola potencia
 $2^5 \cdot 3^5 : (6^2 \cdot 6) \cdot 4^2$.
a) 6^2 b) 12^2 c) 24^2 d) 24^6
c) 24^2
- 5 Decide cuál de estos números no es divisor de 24.
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
e) 5
- 6 Señala el número primo.
a) 91 b) 93 c) 95 d) 97 e) 99
d) 97
- 7 Encuentra el número compuesto.
a) 101 b) 103 c) 105 d) 107 e) 109
c) 105
- 8 Sin realizar cálculos, decide a qué número corresponde la descomposición factorial $2^3 \cdot 5 \cdot 3^2$.
a) 300 b) 350 c) 360 d) 390
c) 360

SOLUCIONARIO

- 9 ¿Cuál es la descomposición en factores primos de 720?
- a) $2^4 \cdot 3 \cdot 5$
b) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 4 \cdot 5$
c) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$
c) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$
- 10 ¿Cuántos múltiplos de 13 hay entre 100 y 200?
- a) 6 c) 8
b) 7 d) 9
c) 8
- 11 ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 25 y 55?
- a) 5 c) 250
b) 25 d) 275
d) 275
- 12 Indica el máximo común divisor de 84 y 120.
- a) 2 c) 12
b) 4 d) 28
c) 12
- 13 Lorena quiere sembrar 450 árboles en filas, con el mismo número en cada fila. Señala lo incorrecto.
- a) Puede tener 50 filas iguales.
b) Puede sembrar 36 árboles en cada fila.
c) Puede sembrar 45 árboles en cada fila.
d) Le hace falta un árbol para completar 11 filas.
b) Puede sembrar 36 árboles en cada fila.
- 14 La línea 1 de autobús pasa cada 6 minutos, la línea 2 cada 8 minutos y la línea 3 cada 10 minutos. Si acaban de coincidir las tres líneas, volverán a coincidir en:
- a) 45 min b) 90 min c) 1 h d) 2 h
d) 2 h
- 15 Para hacer ramos iguales con el mayor número de flores, pero sin mezclar, hay 24 rosas y 18 claveles. ¿Cuántas flores debe tener cada ramo?
- a) 2 b) 3 c) 6 d) 12
c) 6