## Indeterminaciones:

- $\infty - \infty$
- $0 \cdot \infty$
- $\frac{0}{0}$
- $\frac{\infty}{\infty}$
- $1^{\infty}$
- $\infty^{0}$
- $0^{0}$

## No son indeterminaciones

$+\infty + \infty = +\infty$

$K + \infty = \infty$

$\frac{\infty}{K} = \infty \qquad \frac{K}{\infty} = 0$

$\frac{0}{K} = 0 \qquad \frac{K}{0} = \infty$

$\frac{0}{\infty} = 0 \qquad \frac{\infty}{0} = \infty$

$$K^{+\infty} = \begin{cases} \infty & \text{si } K > 1 \\ 1 & \text{si } K = 1 \\ 0 & \text{si } -1 < K < 1 \\ \nexists & \text{si } K \le -1 \end{cases}$$

$$(\infty^{K}) = \begin{cases} +\infty & \text{si } K > 0 \\ 0 & \text{si } K < 0 \end{cases}$$

$(+\infty)^{+\infty} = +\infty$

$(+\infty)^{-\infty} = 0$

$K^{0} = 1$

$$0^{K} = \begin{cases} 0 & \text{si } K > 0 \\ \infty & \text{si } K < 0 \end{cases}$$

$0^{+\infty} = 0$

$\sqrt[K]{+\infty} = +\infty$

$$\sqrt[K]{-\infty} = \begin{cases} -\infty & \text{si } K \text{ es impar} \\ \nexists & \text{si } K \text{ es par} \end{cases}$$

## Resolución de algunas indeterminaciones.

$\boxed{\frac{\infty}{\infty}}$: $\lim_{n \to \infty} \frac{2n-1}{\sqrt[3]{n^2-3n+1}} = \frac{+\infty}{1}$ → se divide entre la potencia de mayor grado del denominador

- $\lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt{n^3+5n^2}}{n^2+3} = 0$

$\boxed{\infty - \infty}$. Se hacen las cuentas. (Suma de fracciones algebraicas)

- Se multiplica y divide por el conjugado. Ej. $\lim_{x \to \infty} (\sqrt{n-2} - \sqrt{n})$

$1^{+\infty}$ $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x} = e$, entonces.

Ej. $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} = \left[\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x}\right]^{2} = e^{2}$

Si $\lim_{x \to \infty} f(x)^{g(x)} = 1^{+\infty} \longrightarrow$ Va a dar $e^{L}$, donde

se aplica logaritmos.

$$\boxed{L = \lim_{x \to \infty} g(x)\,(f(x) - 1)}$$

$\frac{0}{0}$; $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x^3-1} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x+1}{x^2+x+1} = \frac{2}{3}.$

$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x-3} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x-3} = \lim_{x \to \infty} \frac{(\sqrt{x+6} - 3)(\sqrt{x+6} + 3)}{(x-3)(\sqrt{x+6} + 3)} = \frac{1}{6}$

## Asintotas (rectas)

**Horizontales** $\boxed{y=k}$, si $\lim_{x\to \pm\infty} f(x) = k$

**Verticales** $\boxed{x=c}$ si $\lim_{x\to c} f(x) = \pm\infty$

**Oblicuas** $\boxed{y = mx + n}$ si $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = m \neq 0$ y

$$\lim_{x\to+\infty} [f(x) - mx] = n$$

## Continuidad de una función

Una función $f(x)$ es continua en un punto $\boxed{x=a}$ si:

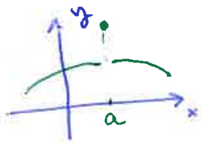
① $\exists\ f(a)$

② $\exists \lim_{x\to a} f(x)$ [Los límites laterales, de existir, deben coincidir]

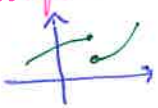
③ $f(a) = \lim_{x\to a} f(x)$

## Tipos de discontinuidades:

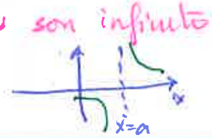
- Discontinuidad evitable en $x=a$ si $\exists \lim_{x\to a} f(x)$ pero:
  - El límite no coincide con $f(a)$
  - No existe la función en $x=a$




- Discontinuidad de salto finito
  No existe el límite en $x=a$ porque los límites laterales no coinciden.



- Discontinuidad de salto infinito
  Cuando en $x=a$ tiene una asíntota vertical, es decir uno o los dos límites laterales son infinito:




$$\lim_{n\to\infty} n^k = \begin{cases} +\infty & \text{si } k>0 \\ 1 & \text{si } k=0 \\ 0 & \text{si } k<0 \end{cases}$$

$$\lim_{n\to\infty} k^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } k>1 \\ 1 & \text{si } k=1 \\ 0 & \text{si } -1<k<1 \\ \nexists & \text{si } k\leq -1 \end{cases}$$

$$k\cdot +\infty = \begin{cases} +\infty & \text{si } k>0 \\ -\infty & \text{si } k<0 \end{cases}$$

$$k\cdot(-\infty) = \begin{cases} -\infty & \text{si } k>0 \\ +\infty & \text{si } k<0 \end{cases}$$

límite de cociente de polinomios.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0}{b_p n^p + b_{p-1} n^{p-1} + \dots + b_1 n + b_0} = \lim_{n\to\infty} \frac{a_k \cdot n^k}{b_p n^p} =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } k<p \\ \frac{a_k}{b_p} & \text{si } k=p \\ \pm\infty & \text{si } k>p \longrightarrow \text{es } +\infty \text{ si } \frac{a_k}{b_p}>0 \\ & \qquad\qquad\ \ \text{es } -\infty \text{ si } \frac{a_k}{b_p}<0 \end{cases}$$

### Operaciones con límites:

- $\lim_{n\to\infty} (a_n \pm b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n \pm \lim_{n\to\infty} b_n$
- $\lim_{n\to\infty} (a_n \cdot b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n \cdot \lim_{n\to\infty} b_n$.
- $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n}$
- $\lim_{n\to\infty} a_n^{b_n} = \left(\lim_{n\to\infty} a_n\right)^{\lim_{n\to\infty} b_n}$
- $\lim_{n\to\infty} \sqrt[p]{a_n} = \sqrt[p]{\lim_{n\to\infty} a_n}$
- $\lim_{n\to\infty} \log_b a_n = \log_b\left(\lim_{n\to\infty} a_n\right)$