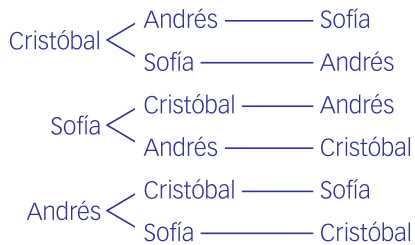


Se pueden colocar de 6 maneras distintas.



$$b) P(\text{«Sofía primero»}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$c) P(\text{«Andrés no último»}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

- 40 Escribimos las letras O, N, U en tres papelitos y los metemos en una bolsa. Calcula la probabilidad de que, sacando uno a uno los papelitos de la bolsa, se forme, en orden de salida, la palabra UNO.

$$P(\text{«UNO»}) = \frac{1}{6}$$

ACTIVIDADES FINALES

1. Distingue población, muestra y los diferentes tipos de variables



ACTIVIDADES FLASH

- 41 Clasifica estas variables en cualitativas, cuantitativas discretas o cualitativas continuas. Indica la población y una muestra, y di si para realizar un estudio estadístico sería mejor estudiar una muestra o toda la población.
- Marca de teléfono móvil de tus amigos.
 - N.º de hermanos de los estudiantes de tu centro.
 - Peso de las personas de tu familia.

- Horas que duermen las personas de tu localidad.
 - N.º de ascensores de los hoteles de Sevilla.
 - Lugar de nacimiento de las personas que asisten a un congreso.
 - Calificación en un examen de Matemáticas de los estudiantes de tu clase.
 - N.º de wasaps que escribes en un día.
- Cualitativa. Tanto la población como la muestra son mi grupo de amigos.
 - Cuantitativa discreta. La población está formada por los estudiantes de mi centro y la muestra es una selección significativa de ellos.
 - Cuantitativa continua. Tanto la población como la muestra son las personas de mi familia.
 - Cuantitativa continua. La población está formada por las personas de mi localidad y la muestra es una selección significativa de ellas.
 - Cuantitativa discreta. La población está formada por los hoteles de Sevilla y la muestra es una selección significativa de los mismos.
 - Cualitativa. La población está formada por los asistentes al congreso y la muestra es una selección significativa de ellos.
 - Cuantitativa continua. Tanto la población como la muestra son los estudiantes de mi clase.
 - Cuantitativa discreta. La población son los días de cierto periodo de tiempo y la muestra es una selección significativa de ellos.



ACTIVIDADES FLASH

42 **Razona si es verdadero o falso.**

- a) El tamaño de una muestra puede ser mayor que el número de individuos de la población.
- b) El tamaño de una muestra puede ser menor que el número de individuos de una población.
- c) El tamaño de una muestra y de la población siempre deben coincidir.
- a) Falso. La muestra siempre tiene un tamaño menor o igual que el de la población.
- b) Verdadero.
- c) Falso. Pueden coincidir, pero no es una obligación.

43 **INVENTA.** Obtén información sobre los deportes que practican los estudiantes de tu centro. Determina una muestra representativa.

Respuesta abierta.

44 **RETO.** En un centro escolar hay 100 estudiantes de 1.º ESO, 80 de 2.º, 70 de 3.º y 50 de 4.º. Se quiere tomar una muestra representativa de 60 estudiantes del centro para hacerles una prueba psicotécnica. ¿Cuántos estudiantes habrá que tomar de cada curso?

En total hay:

$$100 + 80 + 70 + 50 = 300 \text{ estudiantes.}$$

Se deben tomar:

$$1.^\circ \text{ ESO: } \frac{100}{300} \cdot 60 = 20 \text{ estudiantes}$$

$$2.^\circ \text{ ESO: } \frac{80}{300} \cdot 60 = 16 \text{ estudiantes}$$

$$3.^\circ \text{ ESO: } \frac{70}{300} \cdot 60 = 14 \text{ estudiantes}$$

$$4.^\circ \text{ ESO: } \frac{50}{300} \cdot 60 = 10 \text{ estudiantes}$$

45 **MATEMÁTICAS Y... CIENCIAS**

••• **SOCIALES.** Según el Instituto Galego de Estadística, los habitantes que viven en cada provincia gallega son 1 119 596 en A Coruña, 329 587 en Lugo, 307 651 en Ourense y 942 665 en Pontevedra. Si queremos entrevistar a 600 personas para saber su opinión sobre los servicios públicos de la comunidad, ¿a cuántos habitantes de cada provincia tendremos que preguntar?

En total hay 2 699 499 personas.

Se deben preguntar:

A Coruña:

$$\frac{1\,119\,596}{2\,699\,499} \cdot 600 \approx 249 \text{ habitantes}$$

Lugo:

$$\frac{329\,587}{2\,699\,499} \cdot 600 = 73,25 \approx 73 \text{ habitantes}$$

Ourense:

$$\frac{307\,651}{2\,699\,499} \cdot 600 = 68,37 \approx 68 \text{ habitantes}$$

Pontevedra:

$$\frac{942\,665}{2\,699\,499} \cdot 600 \approx 210 \text{ habitantes}$$

2. Elabora tablas de frecuencias y construye gráficos estadísticos

46 ••• Copia y completa en tu cuaderno esta tabla de frecuencias que representa el número de horas semanales que un grupo de personas hace deporte.



Datos	f_i	h_i	F_i	%
3	3	0,15		
5		0,2		
7				
9		0,3		
12	5			

- a) ¿A cuántas personas se ha preguntado?
 b) ¿Cuánto vale f_4 ? ¿Y F_3 ? ¿Qué significa?

Datos	f_i	h_i	F_i	%
3	3	0,15	3	15%
5	4	0,2	7	20%
7	2	0,1	9	10%
9	6	0,3	15	30%
12	5	0,25	20	25%

- a) $3 + 4 + 2 + 6 + 5 = 20$
 Se ha preguntado a 20 personas.
 b) $f_4 = 6$
 Significa que hay 6 personas que hacen 9 horas de deporte a la semana.
 $F_3 = 9$
 Significa que hay 9 personas que hacen 7 horas o menos de deporte a la semana.

- 47 Estas son las calificaciones en Matemáticas de 50 estudiantes de 3.º ESO.

5	2	4	9	7	4	5	6	5	7
7	5	5	2	10	5	6	5	4	5
8	8	4	0	8	4	8	6	6	3
6	7	6	6	7	6	7	3	5	6
9	6	1	4	6	3	5	5	6	7

- a) Elabora una tabla con los datos agrupados en 4 clases, su marca de clase, sus frecuencias absolutas, relativas y acumuladas, y sus porcentajes.
 b) ¿Cuántos estudiantes han suspendido?
 c) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes suspensos? ¿Y de aprobados?
 d) Haz ahora una tabla de frecuencias que muestre el porcentaje de suspensos, el de estudiantes que han sacado suficiente, bien, notable y sobresaliente.

a) Amplitud de intervalo: $\frac{10 - 0}{4} = 2,5$

Calificación	x_i	f_i	F_i
[0; 2,5)	1,25	4	4
[2,5; 5)	3,75	9	13
[5; 7,5)	6,25	30	43
[7,5; 10]	8,75	7	50

Calificación	h_i	H_i	%
[0; 2,5)	0,08	0,08	8%
[2,5; 5)	0,18	0,26	18%
[5; 7,5)	0,6	0,86	60%
[7,5; 10]	0,14	1	14%

- b) Han suspendido 13 estudiantes.
 c) Hay un 26% de suspensos y un 74% de aprobados.
 d)

Calificación	x_i	F_i	%
[0, 5)	Suspenseo	13	26%
[5, 6)	Bien	11	22%
[6, 9)	Notable	23	46%
[9, 10]	Sobresaliente	3	6%

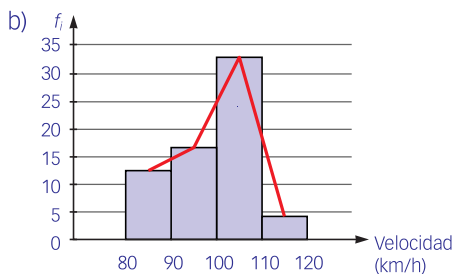
SOLUCIONARIO

- 48 Estas son las velocidades, en km/h, a las que circulaban 80 coches a los que se les hizo un control de velocidad en un tramo de autovía.

Velocidad (km/h)	80-90	90-100	100-110	110-120
Porcentaje de coches	15%	20%	35%	30%

- Elabora una tabla de frecuencias.
- Representa la tabla mediante un histograma y su polígono de frecuencias.

Velocidad (km/h)	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	%
[80, 90)	85	12	12	0,15	0,15	15%
[90, 100)	95	16	28	0,20	0,35	20%
[100, 110)	105	28	56	0,35	0,7	35%
[110, 120)	115	24	80	0,3	1	30%

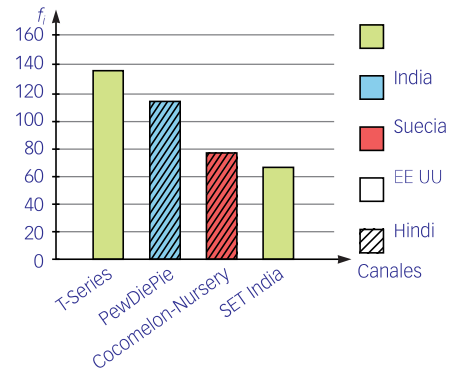


- 49 **MATEMÁTICAS Y... REDES**

- **SOCIALES.** La tabla muestra los 4 canales con más suscriptores en YouTube en 2020, indicando el país, el idioma y con cada total redondeado al millón.

Nombre del canal	País del canal	Idioma principal	Número de suscriptores
T-Series	India	Hindi	135 000 000
PewDiePie	Suecia	Inglés	104 000 000
Cocomelon-Nursery	Estados Unidos	Inglés	78 100 000
SET India	India	Hindi	69 200 000

Representa los datos con un gráfico adecuado.

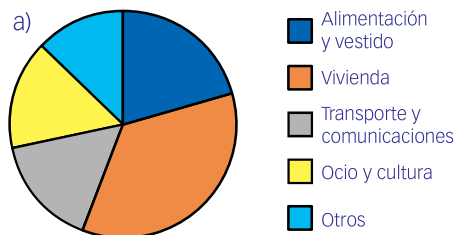


- 50 **MATEMÁTICAS Y... CIENCIAS**

- **SOCIALES.** Esta es la distribución del gasto de una familia española.

Alimentación y vestido	20,7%
Vivienda	35,3%
Transporte y comunicaciones	15,9%
Ocio y cultura	15,4%
Otros	12,7%

- Representa los datos con un gráfico adecuado.
- La renta media anual de una familia española es 25072 €, ¿cuánto dinero dedicará a cada concepto?



- b) Alimentación y vestido: 5 189,90 €
 Vivienda: 8 850,42 €
 Transporte y comunicaciones: 3 986,46 €
 Ocio y cultura: 3 861,20 €
 Otros: 3 184,14 €



- 51 INVESTIGA.** Formad grupos de 5 personas. Aportad cada uno una factura de agua y haced un estudio estadístico completo. Indicad las variables estadísticas, haced gráficos, tablas de frecuencias, etc. Después, comparadlo con los de los otros grupos.

Respuesta abierta.

3. Calcula e interpreta las medidas de posición y dispersión



ACTIVIDADES FLASH

- 52** Observa la tabla y contesta.

•••

x_i	1	2	3	4	5
f_i	12	8	5	3	2

- a) ¿Qué será mayor: la media o la moda?
- b) ¿Qué será mayor: la moda o la mediana?
- c) ¿Será la media un valor próximo a 5?
- a) La media.
- b) La mediana.
- c) No, será más cercano a 2.

- 53** Los salarios mensuales de las 5 personas que trabajan en un almacén son estos:

Director del almacén	3 962 €
Encargado de almacén	1 851 €
Operario especializado	1 489 €
Operario	1 326 €
Aprendiz	1 142 €

- a) Calcula el sueldo medio de los empleados del almacén.

- b) Calcula la mediana.
- c) ¿Qué medida representa mejor los 5 salarios? ¿Por qué?

a) $\bar{x} = \frac{9\,770}{5} = 1\,954$

b) $Me = 1\,489$

- c) La mediana porque hay 4 salarios iguales o cercanos a este valor, mientras que hay un único salario que sobresale por encima.

54

•••

- Este es el color de los coches que se han vendido en un concesionario durante el último año.

Blanco: 20	Verde: 18
Azul: 35	Gris: 16
Rojo: 42	Otros: 19

- ¿Se puede calcular la media, la mediana y la moda de estos datos? ¿Qué representarían cada una de ellas? Halla las medidas que se puedan calcular.

La media y la mediana no se pueden calcular, ya que se trata de una variable cualitativa.

La moda es el color rojo, es decir, el color de vehículo que más se ha vendido en el concesionario.



Cómo se calcula la media de un grupo de datos desconocidos

- 55** La media de 9 datos es 5. Si le añadimos un dato más, la media es 6. ¿Qué nuevo dato hemos añadido?

Resuelta en libro de texto.

SOLUCIONARIO

56 INVENTA. Dados los datos:
 ••• 25 8 7 9 12 10 21 12

- a) Añade un dato que haga que la media siga siendo la misma. ¿Qué les pasa a la mediana y a la moda?
- b) ¿Puedes añadir un dato más y que la mediana siga siendo la misma? ¿Y dos datos?
- c) ¿Puedes añadir un dato más y que la moda siga siendo la misma? ¿Y para que cambie?

$$a) \bar{x} = \frac{104}{8} = 13$$

7 8 9 10 12 12 21 25 →

$$\rightarrow Me = \frac{10 + 12}{2} = 11$$

$$Mo = 12$$

7 8 9 10 12 12 13 21 25

Si añadimos el 13, la media y la moda continúan siendo las mismas. Sin embargo, la mediana cambia.

$$Mo = 12 \quad Me = 12$$

b) 7 8 9 10 12 12 12 13 21 25

Si añadimos un 12, la mediana continúa siendo la misma.

7 8 9 10 12 12 12 13 21 25

Al añadir dos 12, la mediana no varía.

c) 7 8 9 10 12 12 12 13 21 25

Al añadir un 12, la moda no varía.

7 8 9 10 12 12 13 21 25 25

Para que cambie, habría que añadir cualquier otro número y entonces habría dos modas.

57 Los siguientes datos: 10, 17, a , 19, 21,
 ••• b , 25, tienen como media, mediana y moda 19. ¿Cuánto valen a y b ?

$$Mo = 19 \rightarrow a = 19$$

$$\frac{111 + b}{7} = 19 \rightarrow b = 22$$

58 INVENTA. Escribe 8 datos que tengan
 ••• como media, mediana y moda 12.

Multiplica todos los datos por 2. ¿Qué relación tienen la nueva media, mediana y moda con las anteriores?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

9, 10, 11, 12, 12, 13, 14, 15 ~~-2~~ 18, 20, 22,
 24, 24, 26, 28, 30

$$Mo = 2 \cdot 12 = 24 \quad Me = 2 \cdot 12 = 24$$

$$\bar{x} = \frac{192}{8} = 12 \cdot 2 = 24$$

Es decir, la moda, la mediana y la media duplican sus valores iniciales.

59 INVESTIGA. En una lista de 7
 ••• números, si tomamos los cuatro primeros, su media es 5; si tomamos los últimos cuatro, su media vale 8. Si la media de todos los números es $\frac{46}{7}$, ¿cuál es el número que ocupa la cuarta posición?

El 6 ocupa la cuarta posición.

4, 5, 5, 6, 8, 8, 10

60 RETO. La media de las edades de
 ••• las personas que asisten a una fiesta coincide con el número de personas que hay. Entra en la fiesta una persona de 29 años y vuelve a coincidir la edad media con el número de personas. ¿Cuántas personas había al principio?

Sea n el número de personas que hay al comienzo de la fiesta. La media de las edades de las n personas se calcula:

$$\bar{x} = \frac{\sum \text{edades}}{n} = n, \text{ ya que la media coincide con el número de personas.}$$

Por lo tanto, $\sum \text{edades} = n^2$.

Ahora al aparecer la persona de 29 años, hay $n + 1$ personas y vuelve a coincidir con la nueva media, es decir,

$$\bar{x} = \frac{\sum \text{edades} + 29}{n + 1} = n + 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{n^2 + 29}{n + 1} = n + 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 29 = 2n + 1 \rightarrow n = 14$$

Había 14 personas en la fiesta.

- 61 Estas son las estaturas de los
32 estudiantes de 3.º ESO:

1,75 1,73 1,71 1,90 1,67 1,68
1,59 1,70 1,64 1,75 1,81 1,76
1,66 1,92 1,69 1,75 1,72
1,78 1,69 1,69 1,62 1,72
1,68 1,74 1,66 1,60 1,77
1,91 1,67 1,72 1,68 1,89

- a) Agrupa en clases estos datos.
b) Calcula e interpreta sus medidas de centralización, de posición y de dispersión.

a) $\frac{1,92 - 1,59}{\sqrt{32}} = 0,06 \text{ cm}$

Estatura	x_i	f_i
[1,59; 1,65)	1,62	4
[1,65; 1,71)	1,68	11
[1,71; 1,77)	1,74	10
[1,77; 1,83)	1,80	3
[1,83; 1,89)	1,86	0
[1,89; 1,95)	1,92	4
		32

- b) Medidas de centralización:

Estatura	x_i	f_i	F_i
[1,59; 1,65)	1,62	4	4
[1,65; 1,71)	1,68	11	15
[1,71; 1,77)	1,74	10	25
[1,77; 1,83)	1,80	3	28
[1,83; 1,89)	1,86	0	28
[1,89; 1,95)	1,92	4	32
		32	

Estatura	$f_i \cdot x_i - \bar{x} $	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
[1,59; 1,65)	0,44	0,05
[1,65; 1,71)	0,55	0,03
[1,71; 1,77)	0,1	0,001
[1,77; 1,83)	0,21	0,01
[1,83; 1,89)	0	0
[1,89; 1,95)	0,76	0,14
	2,06	0,231

$$\bar{x} = 1,73$$

$$Mo = 1,68 \quad Me = 1,74$$

Medidas de posición:

$$Q_1 = 1,68 \quad Q_2 = 1,74 \quad Q_3 = 1,74$$

Medidas de dispersión:

$$R = 0,33$$

$$\sigma^2 = \frac{0,231}{32} = 0,0072$$

$$\sigma = \sqrt{0,0072} = 0,08$$

$$CV = \frac{0,08}{1,73} = 0,05$$

$$DM = \frac{2,06}{32} = 0,06$$

- 62 Estos son los resultados de una
prueba de cálculo mental y una prueba de psicomotricidad que se ha hecho a 28 estudiantes de Primaria.

Puntuación	Cálculo mental	Psicomotricidad
[10, 20)	2	1
[20, 30)	8	7
[30, 40)	11	9
[40, 50)	4	5
[50, 60)	2	4
[60, 70)	1	2

- a) ¿En qué prueba han obtenido mayor puntuación media?

SOLUCIONARIO

- b) ¿Hasta qué nota han llegado la mitad de los estudiantes con menor puntuación? ¿Y la cuarta parte?
- c) ¿Qué prueba ha tenido mayor dispersión de puntuaciones? ¿Por qué?

$$a) \bar{x}_{\text{cálculo mental}} = \frac{970}{28} = 34,64$$

$$\bar{x}_{\text{psicomotricidad}} = \frac{1080}{28} = 38,57$$

Se ha obtenido mejor puntuación media en la prueba de psicomotricidad.

$$b) Me_{\text{cálculo mental}} = 35 \quad Q_1 = 25$$

$$Me_{\text{psicomotricidad}} = 35 \quad Q_1 = 25$$

- c) Cálculo mental:

Puntuación	x_i	f_i
[10, 20)	15	2
[20, 30)	25	8
[30, 40)	35	11
[40, 50)	45	4
[50, 60)	55	2
[60, 70)	65	1
		28

Puntuación	$f_i \cdot x_i - \bar{x} $	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
[10, 20)	39,26	771,46
[20, 30)	77,12	743,44
[30, 40)	3,96	1,43
[40, 50)	41,44	429,32
[50, 60)	40,72	829,1
[60, 70)	30,36	921,73
	232,86	3696,48

$$R = 70 - 10 = 60$$

$$DM = 8,32$$

$$\sigma^2 = 132,02$$

$$\sigma = 11,49$$

$$CV = 0,33$$

Psicomotricidad:

Puntuación	x_i	f_i
[10, 20)	15	1
[20, 30)	25	7
[30, 40)	35	9
[40, 50)	45	5
[50, 60)	55	4
[60, 70)	65	2
		28

Puntuación	$f_i \cdot x_i - \bar{x} $	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
[10, 20)	23,57	555,55
[20, 30)	94,99	1289,01
[30, 40)	32,13	114,7
[40, 50)	32,15	206,72
[50, 60)	65,72	1079,78
[60, 70)	52,86	1397,1
	301,42	4642,85

$$R = 70 - 10 = 60$$

$$DM = 10,77$$

$$\sigma^2 = 165,8$$

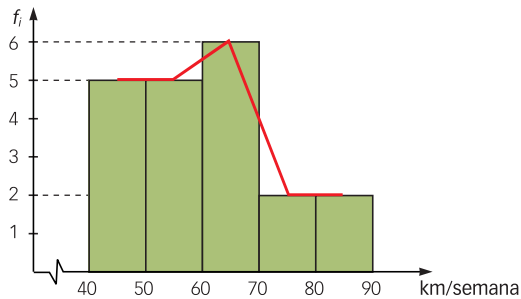
$$\sigma = 12,88$$

$$CV = 0,33$$

Las puntuaciones de psicomotricidad están ligeramente más dispersas que las de cálculo mental, pues tiene mayor desviación media y típica, aunque el coeficiente de variación es el mismo.

- 63 Este es el gráfico relativo al número de kilómetros semanales que realizan los trabajadores de una empresa desde su domicilio hasta su trabajo.





- a) ¿Cuántos se desplazan menos de 80 km semanales?
- b) ¿Cuántos kilómetros recorren por término medio?
- c) Calcula la mediana e interprétala.
- d) ¿Cuántos kilómetros recorren las tres cuartas partes de los trabajadores?
- e) Dibuja su diagrama de cajas e interprétalo.

a) $5 + 5 + 6 = 16$

Hay 16 trabajadores que se desplazan menos de 80 km semanales.

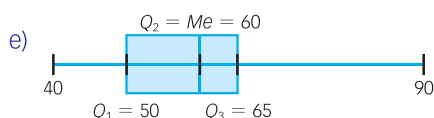
b)
$$\bar{x} = \frac{45 \cdot 5 + 55 \cdot 5 + 65 \cdot 6 + 75 \cdot 2 + 85 \cdot 2}{20} = \frac{1210}{20} = 60,5 \text{ km}$$

c)
$$Me = \frac{55 + 65}{2} = 60$$

La mitad de los trabajadores viven a 60 km o menos de la empresa.

d) $Q_3 = 65 \text{ km}$

Las tres cuartas partes de los trabajadores recorren 65 km o menos.



- 64 INVESTIGA.** Un grupo de estudiantes pone dinero para hacer una merienda.

- a) Si por término medio han puesto 5 € y la desviación típica ha sido 2 €, ¿aportan todos el mismo dinero?
- b) ¿Y si la media es 5 € y la desviación típica es 0?
- a) No. Para que todos hayan puesto el mismo dinero la desviación típica debe ser 0.
- b) Sí. Entonces todos habrán puesto 5 euros.

- 65 INVENTA.** Escribe un grupo de datos.

- a) Cuya media sea mayor que su mediana.
- b) Cuya mediana sea mayor que su media.
- c) ¿Puede ser mayor la desviación media que la media?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) 1, 2, 3, 8, 11

La mediana es 3 y la media es 5.

b) 1, 2, 10, 11, 11

La mediana es 10 y la media es 7.

- c) Sí. Por ejemplo: con los datos -1 y -3 , la media es -2 y la desviación media es 1.

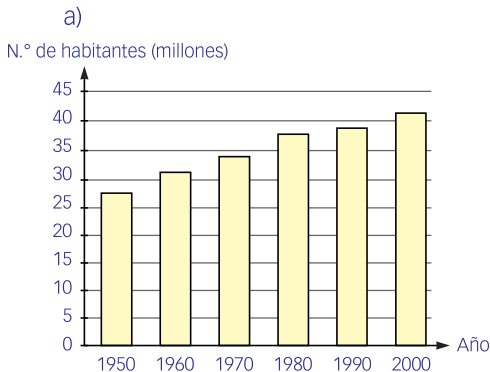
4. Interpreta información estadística recogida de diferentes medios

- 66 MATEMÁTICAS Y... CIENCIAS SOCIALES.** Esta es la evolución de la población española durante la segunda mitad del siglo xx.

Año	Habitantes
1950	28 172 268
1960	30 776 935
1970	34 041 531
1980	37 682 355
1990	38 872 268
2000	40 665 545

SOLUCIONARIO

- a) Elige el tipo de gráfica que creas más adecuado para estos datos y represéntalos.
- b) ¿Cuál fue la población media de España durante la segunda mitad del siglo xx?



- b) 35 035 150 personas.



67

MATEMÁTICAS Y...

COMUNICACIONES. En esta tabla se muestra el número de personas que vivían en localidades en las que no había acceso a internet en Galicia en 2022.

Provincia	Sin acceso a internet	Población total
A Coruña	190 795	1 121 484
Lugo	63 470	331 507
Ourense	81 548	309 293
Pontevedra	149 315	940 927

- a) ¿Qué porcentaje, del total de los habitantes de Galicia, no tienen acceso a internet en cada provincia? Haz un diagrama de sectores con estos datos.
- b) ¿Qué porcentaje de los habitantes de cada provincia no tienen acceso a internet? ¿Puedes representar estos datos en un único diagrama de sectores? ¿Qué gráfico utilizarías para representarlos?

- a) La población total en Galicia en 2019 era de 2 703 211 habitantes.

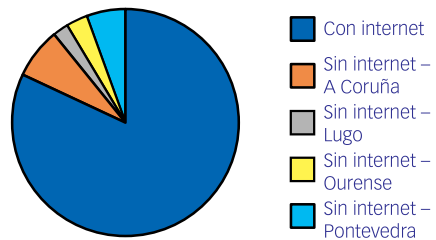
$$\frac{190\,795}{2\,703\,211} = 0,07$$

$$\frac{63\,470}{2\,703\,211} = 0,023$$

$$\frac{81\,548}{2\,703\,211} = 0,03$$

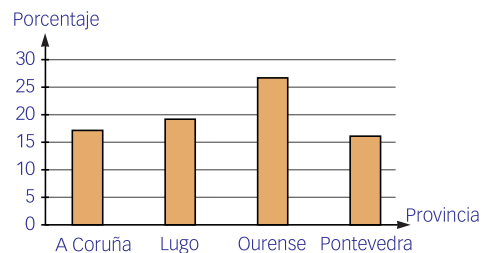
$$\frac{149\,315}{2\,703\,211} = 0,055$$

El 7% de los gallegos no tienen acceso a internet y viven en A Coruña, el 2,3% en Lugo, el 3% en Ourense y el 5,5% en Pontevedra.



- b) A Coruña: 17,01%
Lugo: 19,15%
Ourense: 26,37%
Pontevedra: 15,87%

No pueden representarse en un único diagrama de sectores porque no representan partes de un mismo total.



Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 9, industria, innovación e infraestructura.

68

- Calcula e interpreta las medidas de centralización y las de dispersión para los siguientes datos.

Estatura (cm)	N.º de estudiantes
[140, 150)	25
[150, 160)	43
[160, 170)	50
[170, 180)	38
[180, 190)	24

La media de estatura es: 164,6 cm

Estatura	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i - \bar{x} $	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
[140, 150)	145	25	490	9604
[150, 160)	155	43	412,8	3962,9
[160, 170)	165	50	20	8
[170, 180)	175	38	395,2	4110,08
[180, 190)	185	24	489,6	9987,84
	180	1897,6	27672,82	

Medidas de centralización:

$$\bar{x} = 164,6$$

$$M_o = 165$$

$$M_e = 165$$

Medidas de posición:

$$Q_1 = 155$$

$$Q_2 = 165$$

$$Q_3 = 175$$

Medidas de dispersión:

$$R = 50$$

$$DM = 10,54$$

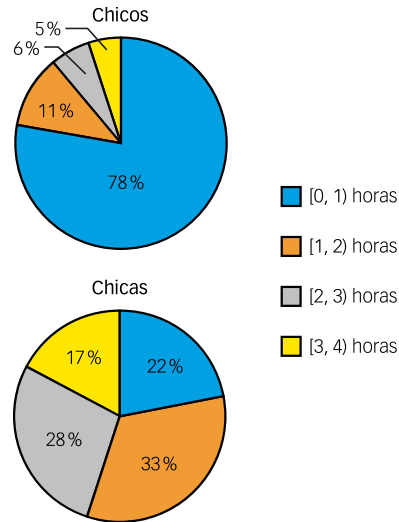
$$\sigma^2 = 153,74$$

$$\sigma = 12,4$$

$$CV = \frac{12,4}{164,6} = 0,08$$

Los datos son todos muy próximos, apenas hay dispersión.

69 MATEMÁTICAS E... IGUALDAD DE GÉNERO. Se hizo una encuesta sobre las horas que dedican al día a las tareas del hogar 2400 chicas y 2400 chicos entre 16 y 22 años.



- ¿Cuántas horas de media dedican los chicos a labores domésticas? ¿Y las chicas?
- ¿Cuántas horas como máximo emplean la mitad de las chicas que dedican menos horas a esas labores?
- ¿Cuántas horas dedican la mayor parte de los chicos?
- Dibuja un diagrama de caja y bigotes para ambas gráficas e interprétalo.

N.º de chicos	x_i	%	$\frac{\text{Porcentaje}}{100} \cdot N \cdot x_i$
[0, 1)	0,5	78%	936
[1, 2)	1,5	11%	396
[2, 3)	2,5	6%	360
[3, 4)	3,5	5%	420

$$\bar{x} = \frac{936 + 396 + 360 + 420}{2400} = \frac{2112}{2400} = 0,88$$

Los chicos dedican 0,88 horas de media.

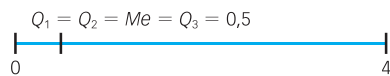
SOLUCIONARIO

N.º de chicas	x_i	%	$\frac{\text{Porcentaje}}{100} \cdot N \cdot x_i$
[0, 1)	0,5	22%	264
[1, 2)	1,5	33%	1188
[2, 3)	2,5	28%	1680
[3, 4)	3,5	17%	1428

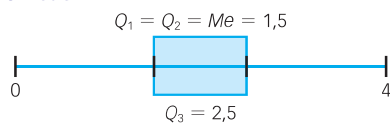
$$\bar{x} = \frac{264 + 1188 + 1680 + 1428}{2400} = \frac{4560}{2400} = 1,9$$

Las chicas dedican 1,9 horas de media.

- b) La mitad de las chicas dedican como máximo 2 horas.
 c) La mayor parte de los chicos dedican menos de 1 hora.
 d) Chicos:



Chicas:



Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 5, igualdad de género.

- 70 INVESTIGA.** Un equipo de baloncesto tiene que elegir entre dos jugadoras que, en los últimos partidos, han anotado estos puntos.

Jugadora A	16	14	13	13	14
Jugadora B	25	10	8	6	21

Calcula la media y la desviación típica de cada jugadora y razona cuál elegirías.

Jugadora A:

$$\bar{x} = \frac{16 + 14 + 13 + 13 + 14}{5} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{2^2 + 0 + 1 + 1 + 0}{5} = 1,2$$

$$\sigma = \sqrt{1,2} = 1,09$$

Jugadora B:

$$\bar{x} = \frac{25 + 10 + 8 + 6 + 21}{5} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{11^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 7^2}{5} = 57,2$$

$$\sigma = \sqrt{57,2} = 7,56$$

Elegiría a la jugadora A, ya que la puntuación que tiene es más estable. Aunque la media de ambas jugadoras es la misma, la desviación típica de la jugadora A es menor, por lo que es más probable que siempre anote en torno a 14 puntos, mientras que la jugadora B en ocasiones ha tenido muy buena puntuación y otras veces, muy baja.

71 MATEMÁTICAS Y...

VIDEOJUEGOS. En un videojuego aparecen los siguientes personajes.

Nombre	Puntos combate	Ataque	Defensa	Vida
Ortagón	5441	319	201	300
Dodecono	3644	257	248	160
Cubotrón	3532	277	168	190
Tricofante	3004	198	314	140
Ciprisco	2964	237	220	136

Haz un estudio estadístico de estos personajes y selecciona el que te parece mejor para el juego. Después, exponle a tu compañero tus conclusiones y valora el personaje que él ha elegido.

$$\bar{x}_{\text{puntos combate}} = 3717 \quad \bar{x}_{\text{ataque}} = 258$$

$$\bar{x}_{\text{defensa}} = 230 \quad \bar{x}_{\text{puntos de vida}} = 185$$

$$\bar{x}_{\text{Ortagón}} = \frac{6261}{4} = 1565,25$$

$$\bar{X}_{\text{Dodecono}} = \frac{4\,309}{4} = 1077,25$$

$$\bar{X}_{\text{Cubotrón}} = \frac{4\,167}{4} = 1041,75$$

$$\bar{X}_{\text{Tricofante}} = \frac{3\,656}{4} = 914$$

$$\bar{X}_{\text{Ciprisco}} = \frac{3\,557}{4} = 889,25$$

Ortagón es el que está por encima en puntos de combate, de ataque y de vida. En lo único que está por debajo de la media es en defensa, pero, aun así, no dista demasiado de la media. Además, si analizamos la media de los puntos de combate, ataque, defensa y vida de cada personaje, Ortagón es el que obtiene mejor resultado.

5. Identifica los experimentos aleatorios



ACTIVIDADES FLASH

- 72 **Evalúa si estos experimentos son aleatorios. Si lo son, determina su espacio muestral y pon un ejemplo de suceso compuesto, suceso seguro y suceso imposible.**
- a) Preguntar a un estudiante un número de dos cifras.
 - b) Anotar el color de una bola que sacamos de una urna que contiene 6 bolas azules.
 - c) Tirar un dado de 6 caras y anotar las veces que sale un número superior a 6.
 - d) Lanzar 20 veces una moneda al aire y anotar las veces que cae de canto.
 - e) Medir la altura del edificio situado en el número 1 de cada calle.

- f) Averiguar el número de goles de un partido de fútbol.
 - g) Anotar el color de ojos de la primera persona con la que te cruzas en la calle.
- a) Es un experimento aleatorio.
 $E = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$
 Suceso compuesto: «El primer número es un número par»
 Suceso seguro: «Sacar un número comprendido entre 10 y 99, ambos inclusive»
 Suceso imposible: «Números cuyas cifras sumen más de 18»
- b) No es un experimento aleatorio.
- c) No es un experimento aleatorio.
- d) Es un experimento aleatorio.
 $E = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$
 Suceso compuesto: «Alguna vez»
 Suceso seguro: «20 veces o menos»
 Suceso imposible: «Más de 20 veces»
- e) No es un experimento aleatorio.
- f) Es un experimento aleatorio.
 $E = \{0, 1, 2, 3, \dots, 99\}$
 Suceso compuesto: «Menos de 3 goles»
 Suceso seguro: «0 o más goles»
 Suceso imposible: «Más de 2000 goles»
- g) Es un experimento aleatorio.
 $E = \{\text{«marrón»}, \text{«azul»}, \text{«verde»}, \dots\}$
 Suceso compuesto: «Sean azules o verdes»
 Suceso seguro: «No sean rosas»
 Suceso imposible: «Sean rosas»

SOLUCIONARIO

73 Determina el espacio muestral de estos sucesos.

- Elegir, con los ojos tapados, una ficha de un dominó.
- Abrir al azar un libro de 300 páginas y anotar el número de la página de la izquierda.
- Lanzar dos dados y sumar los puntos obtenidos.

a) $E = \{0-0, 0-1, \dots, 0-6, 1-1, \dots, 1-6, 2-2, \dots, 2-6, 3-3, \dots, 3-6, 4-4, \dots, 4-6, 5-5, 5-6, 6-6\}$

b) $E = \{2, 4, 6, \dots, 300\}$

c) $E = \{2, 3, \dots, 12\}$

74 **INVENTA.** Propón un experimento.

••• Determina unas condiciones para que el experimento sea aleatorio y otras para que no lo sea.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

«Lanzar un dado y anotar qué número sale»

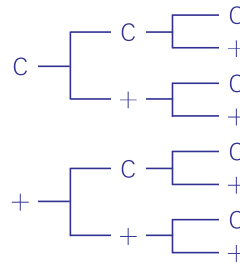
El experimento es aleatorio si se trata de un dado de 6 caras en condiciones normales numerado del 1 al 6.

El experimento no es aleatorio si se trata de un dado con sus 6 caras numeradas con el mismo número.

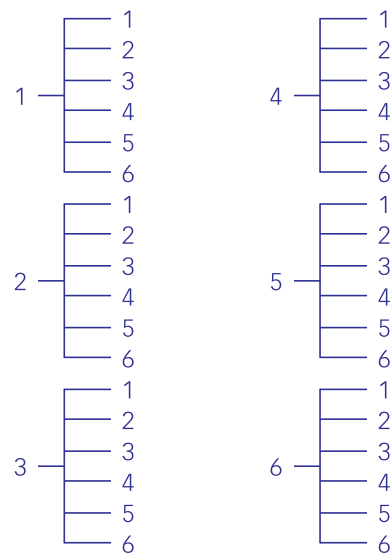
75 Utiliza un diagrama de árbol para determinar el espacio muestral.

- Se lanzan tres monedas y se observa el número de caras.
- Se lanzan dos dados, uno rojo y otro verde, y se restan los puntos del dado verde menos los del rojo.
- Se lanza una moneda. Si sale cara, se lanza un dado, y si sale cruz, se extrae una bola de una bolsa con una bola roja, otra verde y una azul y se anota su color.

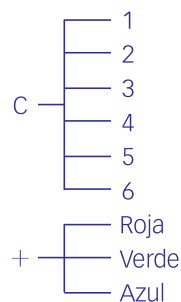
a) $E = \{3, 2, 1, 0\}$



b) $E = \{0, -1, -2, -3, -4, -5, 1, 2, 3, 4, 5\}$

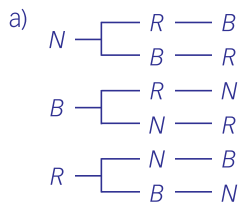


c) $E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, +R, +V, +A\}$

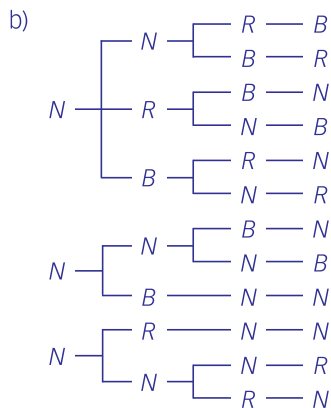


76 Tenemos tres tarjetas: una negra, otra roja y otra blanca. ¿Cuántas secuencias diferentes se pueden formar?

¿Y si tenemos 2 negras, una roja y otra blanca?



Se pueden formar 6 secuencias diferentes.



Se pueden formar 12 secuencias diferentes.

6. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios

77 Considera el experimento que consiste en extraer una tarjeta de una urna que contiene tarjetas numeradas del 1 al 10. Calcula la probabilidad de estos sucesos.

- «Que salga una tarjeta con un número mayor que 8».
- «Que salga una tarjeta con un número divisible entre 3».
- «Que salga una tarjeta con el número 0».
- «Que salga una tarjeta con un número menor que 11».

a) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

c) 0

b) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{10}{10} = 1$

78 Extraemos una bola de una bolsa en la que hay 3 bolas negras, 2 rojas y 1 verde. Calcula la probabilidad de estos sucesos.



- «Que salga bola negra».
- «Que salga bola negra o roja».
- «Que no salga bola roja».
- «Que no salga bola negra ni roja».

a) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{1}{6}$

79 **INVESTIGA.** ¿Cuál es la probabilidad de que, al abrir al azar un libro que tiene 96 páginas, la página de la izquierda sea un número par?

Como la página 1 de cualquier libro de formato occidental se encuentra a la derecha, a la izquierda se encuentran todos los números pares desde 2 hasta 96. Por tanto, la probabilidad es 1.

80 **MATEMÁTICAS Y... JUEGOS**

DE AZAR. La ruleta es un juego que utiliza un plato giratorio horizontal con 37 huecos en los que puede caer la bola. En cada hueco hay escrito un número, del 0 al 36, que está pintado de color rojo o negro, excepto el 0, que está pintado de color verde. Se pueden hacer estas apuestas:

Apuestas simples	Apuestas múltiples
- Número rojo	- Apuesta a un único número.
- Número negro	- A caballo: apuesta a dos números consecutivos.
- Número par	- Columna: apuesta a una columna del tablero, 12 números.
- Número impar	
- Alto: número del 1 al 18	
- Bajo: número del 19 al 36	

Calcula la probabilidad de ganar en cada apuesta.

$$P(\text{«Rojo»}) = \frac{18}{37} \quad P(\text{«Impar»}) = \frac{18}{37}$$

$$P(\text{«Negro»}) = \frac{18}{37} \quad P(\text{«Alto»}) = \frac{18}{37}$$

$$P(\text{«Par»}) = \frac{18}{37} \quad P(\text{«Bajo»}) = \frac{18}{37}$$

$$P(\text{«Número único»}) = \frac{1}{37}$$

$$P(\text{«A caballo»}) = \frac{2}{37}$$

$$P(\text{«Columna»}) = \frac{12}{37}$$

81 En la familia de Raúl juegan al amigo invisible en Navidad. Para sortear quién hace el regalo a quién, escriben el nombre de cada uno en un papelito y van extrayendo papeles. Raúl tiene dos hermanas y han jugado 15 familiares en total.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que le toque hacerle el regalo a una de sus hermanas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el papel que se extrae no tenga su nombre?

a) $P(\text{«Hacer regalo a una hermana»}) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$

b) $P(\text{«No obtener su nombre»}) = \frac{14}{15}$

7. Toma decisiones teniendo en cuenta las probabilidades

82 Clara y Sofía tienen que recoger la habitación que comparten. Clara pone en una bolsa 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 azul, y le propone a su hermana sacar una. Si es roja, recoge Sofía, y si es azul, recoge ella.

a) ¿Es justo lo que propone Clara?

b) Sofía no acepta el trato y propone que si sale roja recogerá ella, y si sale azul o verde, recogerá Clara. ¿Es justo este trato? ¿Por qué?

a) $P(\text{«Roja»}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(\text{«Azul»}) = \frac{1}{6}$

No es un método justo, ya que $\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$; es más probable que recoja Sofía.

b) $P(\text{«Roja»}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$P(\text{«Azul o verde»}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Este trato sí es justo, ya que ambas tienen la misma probabilidad de recoger.

83 **JUEGO.** Organizaos en grupos de 6 personas. Por orden, elegid un número del 1 al 12 sin repetir números. Después, lanzad dos dados y sumad sus puntos. Si algún participante ha elegido el número resultante, obtiene 1 punto. Gana el jugador que primero llega a los 10 puntos.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$P(1) = \frac{0}{36} = 0$$

$$P(2) = \frac{1}{36} = 0,027$$

$$P(3) = \frac{2}{36} = 0,056$$

$$P(4) = \frac{3}{36} = 0,083$$

$$P(5) = \frac{4}{36} = 0,111$$

$$P(6) = \frac{5}{36} = 0,138$$

$$P(7) = \frac{6}{36} = 0,167$$

$$P(8) = \frac{5}{36} = 0,138$$

$$P(9) = \frac{4}{36} = 0,111$$

$$P(10) = \frac{3}{36} = 0,083$$

$$P(11) = \frac{2}{36} = 0,056$$

$$P(12) = \frac{1}{36} = 0,027$$

La mejor apuesta es al número 7.

- 84 **INVESTIGA.** Tenemos un tapete rectangular y en su interior hay un paralelogramo que se forma uniendo el punto medio de sus lados. Si lanzamos una canica, ¿en qué zona es más probable que caiga?

Es igual de probable que caiga en una u otra zona, ya que el área de la superficie azul y la de la superficie roja es la misma.

- 85 **RETO.** Dos jugadores de baloncesto tienen un porcentaje de acierto del 50% en los tiros libres. Disputan un duelo alternando los tiros hasta que uno de ellos enceste. ¿Tienen los dos la misma probabilidad de ganar?
- No, quien empiece tiene más probabilidad de ganar, ya que tendría una probabilidad de encestar de $\frac{1}{2}$ mientras que el segundo jugador tendría que

esperar que el primero fallara y luego encestar él, es decir, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

- 86 **MATEMÁTICAS Y... TELÉFONOS MÓVILES.** El PIN de un teléfono tiene cuatro dígitos y hay tres oportunidades de acertar antes de que se bloquee.

- a) Si lo has olvidado, ¿qué probabilidad tienes de no bloquearlo?
- b) Probabilísticamente, ¿es lo mismo olvidar las dos primeras cifras que las dos últimas?
- c) Si solo dudas en una cifra, ¿qué probabilidad tienes de que se bloquee?

- a) Como hay 10 números del 0 al 9 y cuatro posiciones para el PIN, las posibles combinaciones son $\sqrt[4]{10} = 10^4 = 10\,000$. Por tanto,

$$P(\text{«No bloquear»}) = \frac{3}{10\,000}$$

- b) Sí, en ambos casos la probabilidad de no bloquearlo es $\frac{3}{100}$.

- c) $P(\text{«Bloquear»}) = \frac{7}{10}$

FAKE NEWS

La mortalidad por infarto varía un 50% entre comunidades



SOLUCIONARIO

Los cardiólogos culpan de la diferencia a la organización de los servicios

En la Comunidad Valenciana, con una incidencia de infartos durante el año pasado del 2,36 por cada 100 000 habitantes, falleció un 9,57% de las personas afectadas. Mientras que en Navarra, con un 18,61 de afectados por cada 100 000 habitantes, lo hizo el 6,06%. Esta diferencia de más de un 50% ha sido puesta de manifiesto en un trabajo que se presentó ayer en la Semana del Corazón celebrada en Toledo.

Y tú, ¿qué opinas?

$$0,0236 \cdot 0,0957 = 0,0023$$

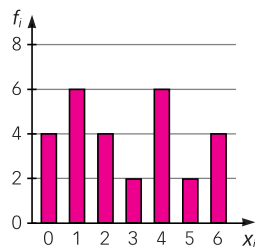
En la Comunidad Valenciana hubo 0,23 fallecidos por cada 100 000 habitantes.

$$0,1861 \cdot 0,0606 = 0,0113$$

En Navarra hubo 1,13 fallecidos por cada 100 000 habitantes.

PROBLEMAS APARENTEMENTE DISTINTOS

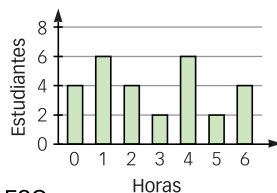
- 87 Calcula la media y la mediana del conjunto de datos representados en este histograma.



$$\bar{x} = \frac{78}{28} = 2,79$$

$$Me = 2,5$$

- 88 Este gráfico muestra las horas semanales que juegan con videojuegos los estudiantes de 3.º ESO.



Nina juega 3 horas a la semana. ¿Por término medio juega más que los demás? ¿Es de la mitad de los estudiantes que juegan menos horas?

$$\bar{x} = \frac{78}{28} = 2,79$$

$$Me = 2,5$$

Nina juega más que la media.

Forma parte de los estudiantes que juegan más horas.

- 89 Halla la media y la desviación típica de estos datos.

x_i	[5, 25)	[25, 45)	[45, 65)	[65, 85)
f_i	12	8	21	2

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{15 \cdot 12 + 35 \cdot 8 + 55 \cdot 21 + 75 \cdot 2}{43} = \\ &= \frac{1765}{43} = 41,1 \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = 344,84 \rightarrow \sigma = 18,57$$

- 90 En una tienda 12 personas pagaron entre 5 y 25 €, 8 entre 25 y 45 €, 21 entre 45 y 65 € y 2 entre 65 y 85 €. ¿Cuánto gastaron de media? ¿Cuál es la desviación típica de ese gasto?

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{15 \cdot 12 + 35 \cdot 8 + 55 \cdot 21 + 75 \cdot 2}{43} = \\ &= \frac{1765}{43} = 41,1 \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = 344,84 \rightarrow \sigma = 18,57$$

Se gastaron de media 41,10 €.

La desviación típica del gasto es 18,57 €.

- 91 En una urna tenemos 7 bolas de color amarillo y 9 de color verde. Si extraemos una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea amarilla? ¿Y la probabilidad de que no sea amarilla?

$$P(\text{«Amarilla»}) = \frac{7}{16}$$

$$P(\text{«No amarilla»}) = \frac{9}{16}$$

- 92 El temario de una oposición convocada por el ayuntamiento está formado por 16 temas. El día del examen se elige un tema al azar y se expone ante el tribunal. Pablo ha estudiado 7 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa el tema? ¿Y de que no lo sepa?

$$P(\text{«Saber el tema»}) = \frac{7}{16}$$

$$P(\text{«No saber el tema»}) = \frac{9}{16}$$

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1 ¿En qué consiste el juego?

Se trata de pescar uno de los patitos de goma que, en gran cantidad, flotan en una especie de piscina circular. Una vez pescado se mira el número que lleva grabado por debajo y se devuelve al estanque para que los siguientes jugadores pesquen el suyo. Los patitos tienen números del 1 al 5.

- La acción de pescar un patito y mirar el número que lleva grabado por debajo, ¿es un experimento aleatorio? ¿Es un experimento regular? ¿Qué condiciones debe cumplir para que sea un experimento regular?
- Describe el espacio muestral de este experimento.
- Di dos sucesos elementales y dos sucesos compuestos.
- ¿Cuál es el suceso que permite ganar un juguete? ¿Y el que hace ganar el peluche gigante?
- Sí, es un experimento aleatorio. Será un experimento regular si en la piscina circular hay la misma cantidad de patitos que tienen grabados por debajo un 1, un 2, un 3, un 4 y un 5.

- $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- Respuesta abierta. Por ejemplo:

Sucesos elementales: «Obtener un patito con un número menor que 2», «Obtener un patito con un número mayor que 4»

Sucesos compuestos: «Obtener un patito con un número par», «Obtener un patito con un número impar»

- «Ganar un juguete» \equiv «Obtener un patito con un 3 o un 4»
- «Ganar peluche gigante» \equiv «Obtener un patito con un 5»

2 La experiencia importa

Número	1	2	3	4	5	Total
Número de veces	1201	489	198	102	10	2000

Ganar el peluche gigante es bastante difícil. El año pasado, mis amigos y yo nos turnamos durante toda la feria para anotar los números que le salían a la gente que jugaba y ganaba premios. Con todos los datos hicimos esta tabla.

- ¿Qué es más probable: que te toque un juguete o un paquete de chuches? ¿Es un experimento regular?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada premio?
- Es más probable que me toque un paquete de chuches. No se trata de un experimento regular, puesto que los sucesos elementales del experimento no son equiprobables.
- $P(\text{«Obtener un paquete de chuches»}) =$
 $= \frac{1201}{2000} = 0,601$
 $P(\text{«Obtener una bolsa sorpresa»}) =$
 $= \frac{489}{2000} = 0,245$