



ACTIVIDADES FLASH

- 44 Copia y rodea al menos diez puntos pertenecientes a las rectas $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = -5x + 3$ y $h(x) = 2x - 1$.

2	-4	-9	0	12	5	3	-4	2
1	3	2	2	8	9	0	3	-7
-2	8	7	5	6	12	-6	11	1
0	-2	-4	-2	3	5	1	0	0
3	5	0	-1	5	-7	-2	13	12

2	-4	-9	0	12	5	3	-4	2
1	3	2	2	8	9	0	3	-7
-2	8	7	5	6	12	-6	11	1
0	-2	-4	-2	3	5	1	0	0
3	5	0	-1	5	-7	-2	13	12

- 45 Determina la pendiente de estas funciones lineales y di si son crecientes o decrecientes.

- a) $y = -5x - 7$
- b) $y = \frac{1}{2}x - 23$
- c) $y = -x + 1$
- d) $y = 4 - 2x$
- e) $y = 3x$
- f) $y = -2 + \frac{x}{4}$

- a) $m = -5$, decreciente.
- b) $m = \frac{1}{2}$, creciente.
- c) $m = -1$, decreciente.
- d) $m = -2$, decreciente.
- e) $m = 3$, creciente.
- f) $m = \frac{1}{4}$, creciente.



ACTIVIDADES FLASH

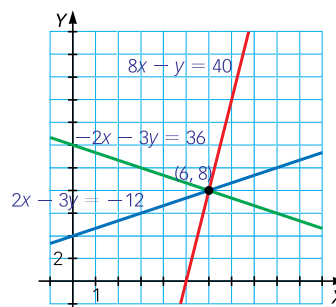
- 46 Copia y completa la tabla sabiendo que corresponde a una función de proporcionalidad directa.

x	2		-1		0,5
y	-6	0		-60	

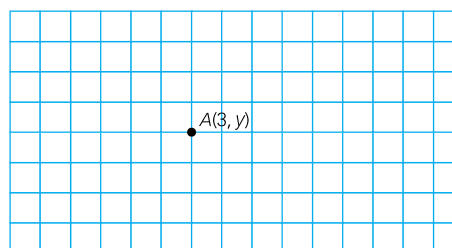
x	2	0	-1	20	$\frac{1}{2}$
y	-6	0	3	-60	$-\frac{3}{2}$

- 47 **INVENTA.** Dibuja unos ejes de coordenadas y marca un punto cualquiera del plano. Determina sus coordenadas y escribe la ecuación de tres funciones lineales que pasen por ese punto.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



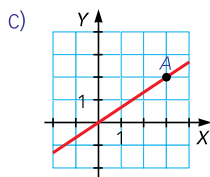
- 48 En este gráfico se muestra un punto de una función de proporcionalidad directa con pendiente $\frac{2}{3}$.



SOLUCIONARIO

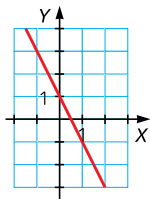
- a) Escribe la ecuación de la función.
 b) Halla la ordenada del punto A.
 c) Dibuja los ejes de coordenadas y la función.

a) $y = \frac{2}{3}x$ b) $A(3, 2)$



- 49 Escribe la ecuación lineal de pendiente -2 y ordenada en el origen 1 y represéntala.

$y = -2x + 1$



- 50 Determina la ecuación de la función lineal:

- a) Con pendiente 3 y que pasa por el punto $P(1, -2)$.
 b) Con pendiente -1 y que pasa por el origen.

a) $y = 3x - 5$ b) $y = -x$

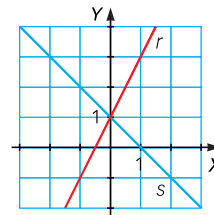
- 51 **INVESTIGA.** Dibuja unos ejes de coordenadas y marca un punto cualquiera del plano. Decide cuántas rectas de proporcionalidad directa, cuántas funciones lineales y cuántas constantes pasan por él.

Por un punto cualquiera del plano pasa una única recta de proporcionalidad directa, una única constante e infinitas funciones lineales.



Cómo se calcula la pendiente de una recta de forma gráfica

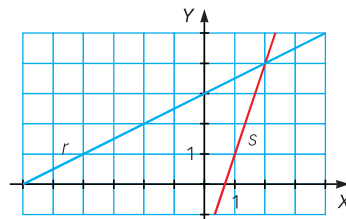
- 52 Determina las pendientes de estas rectas.



Resuelta en el libro de texto.

- 53 Determina la pendiente de estas rectas.

••○



$r: n = 3 \rightarrow$ Dos puntos de $r: (0, 3)$

y $(2, 4) \rightarrow m = \frac{1}{2} \rightarrow$

$\rightarrow y = \frac{1}{2}x + 3$

$s: \text{Dos puntos de } s: (1, 1) \text{ y } (2, 4) \rightarrow$

$\rightarrow m = 3 \rightarrow 1 = 3 \cdot 1 + n \rightarrow$

$\rightarrow n = -2 \rightarrow y = 3x - 2$

- 54 Calcula la pendiente y la ecuación de la función lineal a la que pertenecen estos puntos.

••○

a) $A(-1, 3)$ y $B(2, 1)$

b) $A(-3, -2)$ y $B\left(\frac{1}{2}, 7\right)$

c) $A(1, 1)$ y $B(2, 0)$

d) $A\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ y $B(0, 0)$

- a) $m = -\frac{2}{3} \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$
- b) $m = \frac{18}{7} \rightarrow y = \frac{18}{7}x + \frac{40}{7}$
- c) $m = -1 \rightarrow y = -x + 2$
- d) $m = 2 \rightarrow y = 2x$

55 Sin representar gráficamente, determina qué funciones son crecientes y cuáles decrecientes.

- a) $y = 2x - 5$
- b) $2x - 3y = 1$
- c) $x + 2y + 3 = 0$
- a) $m = 2 > 0 \rightarrow$ Función creciente.
- b) $m = \frac{2}{3} > 0 \rightarrow$ Función creciente.
- c) $m = -\frac{1}{2} < 0 \rightarrow$ Función decreciente.

56 Copia y completa la tabla sabiendo que corresponde a una función lineal.

x	2		-1	-4	$\frac{1}{2}$
y	2	0	$\frac{5}{2}$		

$$\left. \begin{aligned} 2m + n &= 2 \\ -m + n &= \frac{5}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow m = -\frac{1}{6}, n = \frac{7}{3} \rightarrow y = -\frac{1}{6}x + \frac{7}{3}$$

x	2	14	-1	-4	$\frac{1}{2}$
y	2	0	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{9}{4}$

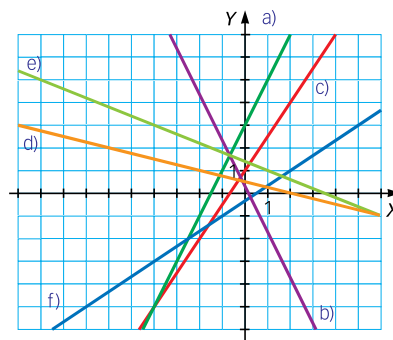
57 Halla los puntos de corte con los ejes y la ordenada en el origen de estas funciones.

- a) $y = -x + 3$
- b) $y = 3x$
- c) $y = -2$
- d) $y = \frac{2x + 1}{5}$

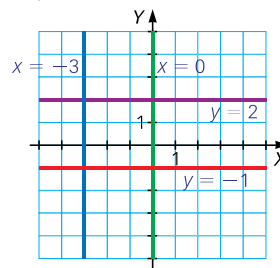
- a) $(0, 3), (3, 0)$
 $n = 3$
- b) $(0, 0)$
 $n = 0$
- c) $(0, -2)$
 $n = -2$
- d) $(0, 1/5), (-1/2, 0)$
 $n = 1/5$

58 Representa gráficamente estas funciones.

- a) $y = 2x + 3$
- b) $y = -2x + \frac{1}{4}$
- c) $y = \frac{3}{2}x + 1$
- d) $y = \frac{1}{2} - \frac{x}{4}$
- e) $y = \frac{7 - 2x}{5}$
- f) $y = \frac{-1 + 2x}{3}$



59 Representa gráficamente las rectas de ecuaciones $y = 2, y = -1, x = 0, x = -3$. ¿Qué expresiones no corresponden a una función?



$x = 0$ y $x = -3$ no son funciones, ya que a un único valor de x le corresponden infinitos valores de y .

SOLUCIONARIO

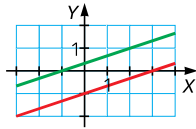
- 60 Halla la ecuación de la recta paralela al eje X y de la recta paralela al eje Y que pasa por el punto $(-1, 4)$.

Paralela al eje X: $y = 4$

Paralela al eje Y: $x = -1$

- 61 **INVESTIGA.** Representa gráficamente las funciones lineales $y = \frac{x}{3} - 1$ y $x - 3y + 1 = 0$. ¿Qué observas?

Ambas rectas son paralelas, ya que la pendiente es $m = \frac{1}{3}$.

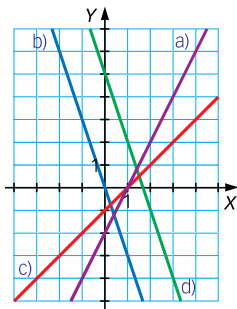


- 62 **INVENTA.** Dibuja en los mismos ejes de coordenadas y escribe su ecuación.

- Una función lineal de pendiente positiva y ordenada en el origen -2 .
- Una función decreciente de proporcionalidad directa.
- Una función lineal creciente que corte al eje Y en un valor negativo.
- Una función lineal de pendiente negativa y ordenada en el origen positiva.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- $y = 2x - 2$
- $y = -3x$
- $y = x - 1$
- $y = -3x + 5$



- 63 **INVESTIGA.** Representa y escribe la ecuación de la recta con pendiente -2 que pasa por:

a) $A(2, 0)$ b) $B(3, 0)$ c) $C(1, 0)$

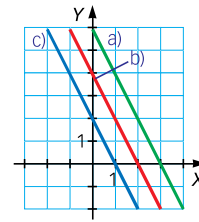
¿Qué condición tienen que cumplir las ecuaciones de dos rectas paralelas?

¿Sabrías escribir las ecuaciones de dos rectas paralelas a la recta $y = 3x - 1$?

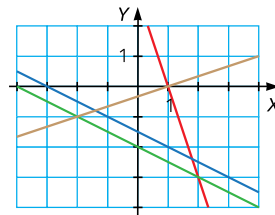
- $y = -2x + 4$
- $y = -2x + 6$
- $y = -2x + 2$

Las rectas deben tener la misma pendiente.

Las rectas paralelas a $y = 3x - 1$ tienen la misma pendiente, por ejemplo: $y = 3x$, $y = 3x - 2$



- 64 Escribe la ecuación de estas rectas.



Roja: $(1, 0)$ y $(2, -3) \rightarrow$

$$\rightarrow m = \frac{-3}{1} = -3 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = -3 \cdot 1 + n \rightarrow$$

$$\rightarrow n = 3 \rightarrow y = -3x + 3$$

Amarilla: $(-2, -1)$ y $(1, 0) \rightarrow$

$$\rightarrow m = \frac{1}{3} \rightarrow 0 = \frac{1}{3} \cdot 1 + n \rightarrow$$

$$\rightarrow n = -\frac{1}{3} \rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

Verde: $(-4, 0)$ y $(0, -2) \rightarrow$

$$\rightarrow m = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow n = -2 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 2$$

Azul: $(-3, 0)$ y $(1, -2) \rightarrow$

$$\rightarrow m = -\frac{1}{2} \rightarrow n = -\frac{3}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

- 65 **INVESTIGA.** Determina el número de funciones lineales que cumplen cada condición y pon un ejemplo si existen.

- a) Tienen pendiente 2.
 b) Tienen pendiente 2 y cortan al eje Y en $(0, 5)$.
 c) Tienen pendiente 2 y cortan al eje X en $(1, 0)$.
 a) Infinitas. Por ejemplo: $y = 2x + 10$
 b) Una única función: $y = 2x + 5$
 c) Una única función: $y = 2x - 2$

- 66 En cada caso, determina la expresión algebraica de la función lineal $f(x)$.

- a) $f(-1) = 2$ y la ordenada en el origen es 1.
 b) $f(4) = 4$ y su gráfica pasa por el punto $P\left(2, \frac{7}{2}\right)$.

c) $f(0) = 1$ y $f(3) = 0$.

a) $f(x) = -x + 1$

b)
$$\left. \begin{array}{l} 4 = 4m + n \\ \frac{7}{2} = 2m + n \end{array} \right\} \rightarrow m = \frac{1}{4}, n = 3 \rightarrow$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x + 3$$

c)
$$\left. \begin{array}{l} 1 = 0 \cdot m + n \\ 0 = 3 \cdot m + n \end{array} \right\} \rightarrow n = 1, m = -\frac{1}{3} \rightarrow$$

$$\rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$$

- 67 **RETO.** Si $f(x)$ es una función lineal tal que $f(1) = -2$ y $f(3) = 4$, ¿qué valor toma en $x = 7$?

$$\left. \begin{array}{l} -2 = 1 \cdot m + n \\ 4 = 3 \cdot m + n \end{array} \right\} \rightarrow -6 = -2m \rightarrow$$

$$\rightarrow m = 3, n = -5 \rightarrow f(x) = 3x - 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow f(7) = 16$$

- 68 **RETO.** Una función verifica en todos sus puntos que $f(x - 5) = x + 2$. ¿Qué valor toma $f(x)$ para $x = 5$?

$$f(5) = f(10 - 5) = 10 + 2 = 12$$



- 69 **INVESTIGA.** Busca el significado de esta señal de tráfico. ¿Coincide con el significado matemático de pendiente? Si suponemos que el punto $(0, 0)$ está sobre la carretera, ¿puedes escribir la expresión algebraica de la función de proporcionalidad directa que representa la carretera?

En matemáticas:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0,1$$

Señal de tráfico:

$$\sqrt{10^2 - 1^2} = 9,95$$

$$m = \frac{1}{9,95} = 0,1005 \rightarrow \text{No coincide.}$$

La función es $y = 0,1005x$.



- 70 Determina la ecuación punto-pendiente de las rectas que pasan por estos puntos.

a) $A(-1, 3)$ y $B(2, 1)$ c) $E(0, 0)$ y $F(-1, -1)$

b) $C(-3, 4)$ y $D\left(\frac{1}{5}, 7\right)$ d) $G(3, 2)$ y $H(-5, 2)$

a) $m = -\frac{2}{3} \rightarrow y = 3 - \frac{2}{3} \cdot (x + 1)$

b) $m = \frac{15}{16} \rightarrow y = 4 + \frac{15}{16} \cdot (x + 3)$

c) $m = 1 \rightarrow y = x$

d) $m = 0 \rightarrow y = 2$

SOLUCIONARIO

- 71 Determina las ecuaciones general y punto-pendiente.

a) $y = 2x - 3$

b) $y = -2x + \frac{1}{4}$

c) $y = \frac{3}{2}x - 1$

d) $y = \frac{1}{2} - \frac{x}{4}$

e) $y = \frac{7 - 2x}{5}$

f) $y = \frac{-1 + 2x}{3}$

a) General: $2x - y - 3 = 0$

Punto-pendiente: $y = 3 + 2(x - 3)$

b) General: $-8x - 4y + 1 = 0$

Punto-pendiente:

$y = -\frac{7}{4} - 2(x - 1)$

c) General: $3x - 2y - 2 = 0$

Punto-pendiente: $y = 2 + \frac{3}{2}(x - 2)$

d) General: $x + 4y - 2 = 0$

Punto-pendiente:

$y = -1 - \frac{1}{4}(x - 6)$

e) General: $2x + 5y - 7 = 0$

Punto-pendiente: $y = 1 - \frac{2}{5}(x - 1)$

f) General: $2x - 3y - 1 = 0$

Punto-pendiente:

$y = -1 + \frac{2}{3}(x + 1)$

- 72 Halla la ecuación punto-pendiente de la recta $x - 4y + 6 = 0$.

$y = \frac{x + 6}{4} \rightarrow m = \frac{1}{4}$

Obtenemos un punto \rightarrow

\rightarrow Si $y = 0 \rightarrow x = -6 \rightarrow (-6, 0)$

$y = \frac{1}{4} \cdot (x + 6)$

- 73 **INVESTIGA.** Representa gráficamente la recta $x - 2y + 5 = 0$ y calcula la ecuación general de la recta paralela a ella que pase por el punto:

a) $A(0, -2)$

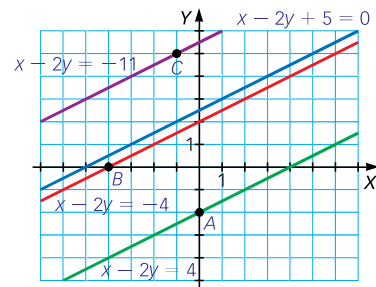
b) $B(-4, 0)$

c) $C(-1, 5)$

¿Qué condición tienen que cumplir las ecuaciones generales de dos rectas paralelas?

Escribe la ecuación general de dos rectas paralelas a la recta

$-x + y - 2 = 0$.



Las ecuaciones generales de dos rectas paralelas deben tener coeficientes proporcionales para x y para y .

Ecuación general de dos rectas paralelas a $-x + y - 2 = 0 \rightarrow -x + y + 5 = 0$; $-x + y - 1 = 0$



- 74 **JUEGO.** Cada participante representa dos cuadriláteros, uno de cuyos

vértices debe coincidir en ambos casos con el origen de coordenadas. Después, un concursante calcula las rectas que definen todos los lados y escribe todas las ecuaciones en un papel, sin especificar a qué cuadrilátero pertenecen. Después, se lo da al otro concursante, que tendrá que determinar de qué tipo son los cuadriláteros que se han dibujado.

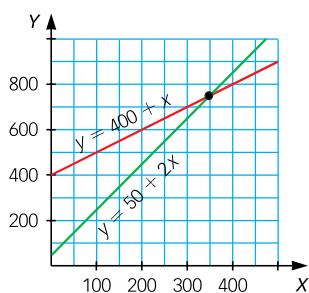
Respuesta abierta.



Cómo se calcula la intersección entre dos funciones lineales

- 75 Determina el punto de corte entre las gráficas de estas dos funciones.

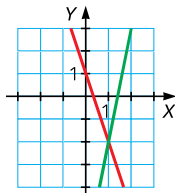
$$y = 50 + 2x \quad y = 400 + x$$



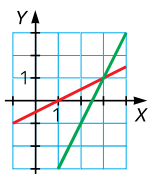
Resuelta en el libro de texto.

- 76 ●●● Halla el punto de corte, si existe, de las funciones lineales y represéntalas gráficamente.

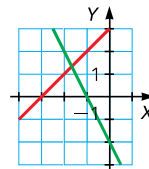
- $y = 1 - 3x$ e $y = 5x - 7$
 - $y = \frac{x-1}{4}$ e $y = x - \frac{5}{2}$
 - $x - y + 3 = 0$ y $2x + y = -2$
 - $y + 1 = 2 \cdot (x - 3)$ e $y = 3x + 1$
 - $y = -x + 3$ y $x + y - 2 = 0$
- a) Cortan en $(1, -2)$.



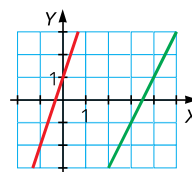
- b) Cortan en $(3, \frac{1}{2})$.



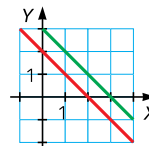
- c) Cortan en $(-\frac{5}{3}, \frac{4}{3})$.



- d) Cortan en $(-8, -23)$.



- e) No cortan porque son paralelas.



- 77 ●●● **INVESTIGA.** Estudia y calcula las ecuaciones, si existen, de dos funciones distintas, una lineal y otra de proporcionalidad directa, que cumplan:

- Se cortan en el origen.
 - No se cortan.
 - Sus pendientes son números opuestos.
- a) Si se cortasen en el origen, ambas serían funciones de proporcionalidad directa.
- b) Respuesta abierta.
Por ejemplo:
 $y = x$
 $y = x + 2$
- c) Respuesta abierta.
Por ejemplo:
 $y = x$
 $y = -x + 2$

2. Calcula los elementos de una función polinómica de grado 2 y la representa



ACTIVIDADES FLASH

78 Indica el eje de simetría de estas parábolas y si su vértice es un máximo o un mínimo.

- a) $y = x^2 + 4x - 5$
- b) $y = -x^2 + 2x - 10$
- c) $y = 3x^2 - 6x + 1$
- d) $y = -2x^2 - 8x + 5$
- e) $y = x^2 - 5x + 2$
- f) $y = -x^2 - 3x + 6$

a) $x = -\frac{4}{2} = -2 \rightarrow$
 \rightarrow El vértice es un mínimo.

b) $x = -\frac{2}{-2} = 1 \rightarrow$
 \rightarrow El vértice es un máximo.

c) $x = -\frac{-6}{6} = 1 \rightarrow$
 \rightarrow El vértice es un mínimo.

d) $x = -\frac{-8}{-4} = -2 \rightarrow$
 \rightarrow El vértice es un máximo.

e) $x = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow$
 \rightarrow El vértice es un mínimo.

f) $x = -\frac{-3}{-2} = -\frac{3}{2} \rightarrow$
 \rightarrow El vértice es un máximo.

79 Determina si la parábola de ecuación $y = 2x^2 - 3x + 1$ pasa por los siguientes puntos.

- a) $A(0, 27)$ d) $D(2, -6)$
- b) $B(-1, 0)$ e) $E(1, 0)$
- c) $C(-1, 6)$ f) $F(1/2, 0)$
- a) No $\rightarrow 27 \neq 1$ d) No $\rightarrow -6 \neq 3$
- b) No $\rightarrow 0 \neq 6$ e) Sí
- c) Sí f) Sí

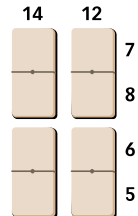
80 Halla el vértice de estas parábolas.

a) $-x^2 + 6x - 6$

b) $(x - 2)(x - 6) + 8$

c) $-3(x - 2)^2 + 3$

d) $-x^2 + 8x - 13$



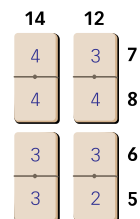
Coloca sus coordenadas en las fichas para que sus puntos sumen los valores dados.

a) $x = -\frac{6}{-2} = 3 \rightarrow y = 3 \rightarrow V(3, 3)$

b) $x = -\frac{-8}{2} = 4 \rightarrow y = 4 \rightarrow V(4, 4)$

c) $x = -\frac{12}{-6} = 2 \rightarrow y = 3 \rightarrow V(2, 3)$

d) $x = -\frac{8}{-2} = 4 \rightarrow y = 3 \rightarrow V(4, 3)$



81 INVENTA. Escribe la ecuación de parábolas con el mismo vértice que $y = x^2 - 4x + 3$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

El vértice de la parábola es $(2, -1) \rightarrow$
 $\rightarrow y = -x^2 + 4x - 5$

82 Halla los puntos de corte con los ejes de estas parábolas.

a) $y = x^2 + 5x - 6$

b) $y = (x + 2)^2$

c) $y = 2x^2 - x - 1$

d) $y = (x - 1)^2 + 1$

e) $y = 6x^2 - 5x - 6$

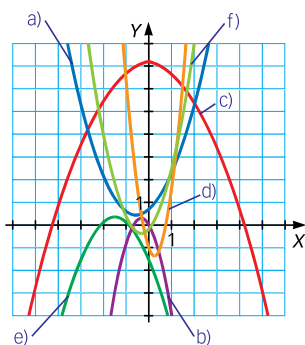
f) $y = -x(x + 2)$

- a) Corte con el eje X: $(-6, 0)$ y $(1, 0)$
Corte con el eje Y: $(0, -6)$
- b) Corte con el eje X: $(-2, 0)$
Corte con el eje Y: $(0, 4)$
- c) Corte con el eje X: $(-\frac{1}{2}, 0)$ y $(1, 0)$
Corte con el eje Y: $(0, -1)$
- d) Corte con el eje X: No tiene.
Corte con el eje Y: $(0, 2)$
- e) Corte con el eje X: $(-\frac{2}{3}, 0)$ y $(\frac{3}{2}, 0)$
Corte con el eje Y: $(0, -6)$
- f) Corte con el eje X: $(-2, 0)$ y $(0, 0)$
Corte con el eje Y: $(0, 0)$

- 83 Representa gráficamente estas parábolas.

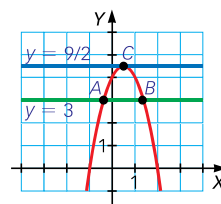
a) $y = (x + 1)^2 + 2$
b) $y = -3x^2 - 3x$
c) $y = -\frac{x^2}{2} + 36$

d) $y = 6x^2 - 5x - 6$
e) $y = 2 - (x + 3)^2$
f) $y = \frac{4x^2 + 4x - 3}{2}$

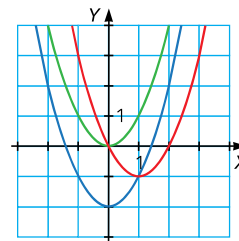


- 84 Representa gráficamente la función cuadrática de ecuación $y = -2x^2 + 2x + 4$. ¿Cuántos puntos tienen ordenada 3? ¿Y ordenada $\frac{9}{2}$?

Dos puntos tienen ordenada 3 y un único punto tiene ordenada $\frac{9}{2}$.



- 85 Asocia cada parábola con su ecuación.



- a) $y = x^2$
b) $y = (x - 1)^2 - 1$
c) $y = x^2 - 2$
Roja \rightarrow b)
Azul \rightarrow c)
Verde \rightarrow a)

- 86 Calcula el valor de la función $y = x^2 + 6x + c$ para que dicha función tenga el vértice en el eje X.

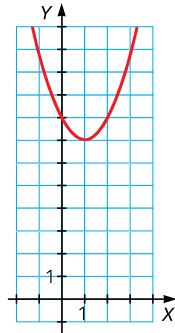
$$x = -\frac{6}{2} = -3 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + c \rightarrow c = 9$$

- 87 La ecuación de una parábola es $y = x^2 + bx + 8$ y pasa por el punto $P(2, 8)$. Calcula b y representala.

$$8 = 4 + b \cdot 2 + 8 \rightarrow b = -2$$

SOLUCIONARIO



- 88 $\bullet\bullet$ Calcula el valor de k para que la parábola $y = 2x^2 - kx + 1$ tenga su vértice en el punto de abscisa $x = 2$. Determina la ordenada del vértice.

$$2 = -\frac{-k}{4} \rightarrow k = 8 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 8 - 16 + 1 = -7$$

- 89 $\bullet\bullet$ Escribe la ecuación de estas parábolas.

$\bullet a = 1$

- \bullet Corta al eje Y en $P(0, 5)$.
- \bullet Su vértice es $V(3, -4)$.

$\bullet a = 1$

- \bullet Corta al eje Y en $P(x, -4)$.
- \bullet Corta al eje X en $Q(2, y)$.

- \bullet Su vértice es $V(1, 1)$.

- \bullet Pasa por el punto $P(0, 2)$.

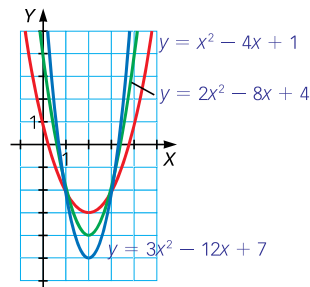
- a) $y = x^2 - 6x + 5$
 b) $y = x^2 - 4$
 c) $y = x^2 - 2x + 2$

- 90 **INVENTA.** $\bullet\bullet\bullet$ Representa gráficamente y escribe la ecuación de tres parábolas cuyos vértices tienen abscisa en $x = 2$ y que pasan por el punto $A(3, -2)$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$y = x^2 - 4x + 1, y = 2x^2 - 8x + 4,$$

$$y = 3x^2 - 12x + 7$$



- 91 $\bullet\bullet$ Una parábola tiene como coeficiente de x^2 $a = -2$ y corta al eje X en los puntos $A(-5, 0)$ y $B(4, 0)$.

- a) ¿Cuál es su ecuación?
 b) ¿En qué punto tiene su vértice?
 c) Determina su eje de simetría.
 d) ¿En qué punto corta al eje de ordenadas?

a) $y = -2x^2 + bx + c$

$$\begin{cases} 0 = -50 - 5b + c \rightarrow \\ 0 = -32 + 4b + c \rightarrow \\ \rightarrow -5b + c = 50 \rightarrow \\ \rightarrow 4b + c = 32 \rightarrow \\ \rightarrow -9b = 18 \rightarrow \\ \rightarrow b = -2, c = 40 \\ y = -2x^2 - 2x + 40 \end{cases}$$

b) $x = -\frac{-2}{-4} = -\frac{1}{2} \rightarrow$

$$\rightarrow y = \frac{81}{2} \rightarrow V\left(-\frac{1}{2}, \frac{81}{2}\right)$$

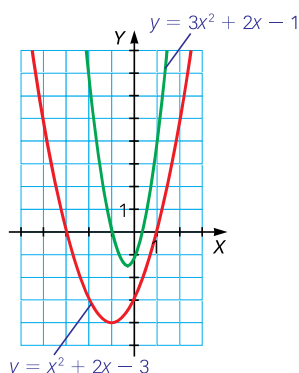
c) $x = -\frac{1}{2}$

- d) Corta al eje de ordenadas en el punto $(0, 40)$.

- 92 $\bullet\bullet$ Determina, si existe, la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ y represéntala en cada caso.

- a) Corta al eje X en $x = -3$ y en $x = 1$ y la ordenada en su vértice es -4 .

- b) Tiene su vértice en el punto $V(-2, 3)$ y pasa por el punto $P(-1, 3)$.
- c) Pasa por los puntos $A(0, -1)$, $B(1, 4)$ y $C(2, 15)$.
- a) $y = x^2 + 2x - 3$
- b) No existe.
- c) $y = 3x^2 + 2x - 1$



- 93 ●●● Halla el valor de k y m para que la parábola $y = (k - 2)x^2 + mx + 1$ tenga el vértice en el punto $V(2, -1)$.

$$\left. \begin{aligned} 2 &= -\frac{m}{2(k-2)} \\ -1 &= (k-2)4 + 2m + 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} 4k + m &= 8 \\ 2k + m &= 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow k = \frac{5}{2}, m = -2$$

- 94 ●●● Determina la ecuación de la parábola que corta al eje X en $x = 1$ y $x = 5$ y la ordenada del vértice es -2 .

$$f(x) = a(x-1)(x-5) = ax^2 - 6ax + 5a$$

$$V_x = \frac{-(-6a)}{2a} = 3$$

$$f(3) = 9a - 18a + 5a = -2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -4a = -2 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$$

- 95 ●●● Razona si son verdaderas o falsas estas afirmaciones sobre la parábola $y = -2(x - 1)^2 + 3$.

- a) El vértice es un punto de la recta $y = x + 2$.
- b) Hay dos puntos de ordenada 3.
- c) El vértice es un máximo.
- d) Corta al eje X en dos puntos de abscisa negativa.
- e) La ordenada en $x = 6$ es positiva.

Se trata de la parábola de ecuación $y = -2x^2 + 4x + 1$.

a) $x = -\frac{4}{-4} = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow y = 3 \rightarrow V(1, 3)$
 \rightarrow Verdadero.

b) Falso.

Como el vértice tiene ordenada 3, no puede haber ninguno más.

c) Verdadero, ya que $a < 0$.

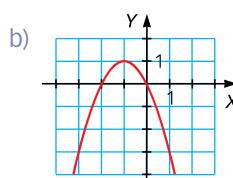
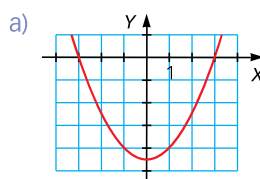
d) Falso.

Al ser la abscisa del vértice positiva, no pueden ser dos puntos de abscisa negativa.

e) Falso.

$$-2 \cdot (6 - 1)^2 + 3 = -47.$$

- 96 ●●● Determina la ecuación de cada función cuadrática.



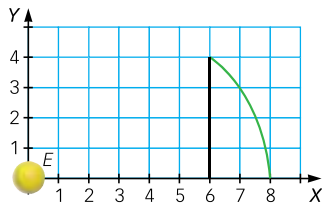
a) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2}$

b) $y = -x^2 - 2x$

SOLUCIONARIO



- 97 **JUEGO.** Escribid las ecuaciones de la recta y la parábola que representan esta portería de waterpolo.



Cada participante debe escribir la ecuación de una función lineal que describa la trayectoria del balón para que acabe en gol. Se eliminan los jugadores que repitan una función y aquellos cuya trayectoria no acabe en gol.



Ecuación recta: $x = 6$, con $0 \leq y \leq 4$.

Ecuación parábola:
 $y = -(x - 6)^2 + 4 = -x^2 + 12x - 32$,
 con $x \geq 6$ e $y \geq 0$.

Respuesta abierta.

- 98 **RETO.** Dadas dos funciones, una lineal y otra cuadrática, ¿qué deben cumplir sus coeficientes para que coincidan en el punto de abscisa $x = 0$?

Si $y = mx + n$ es la función e $y = ax^2 + bx + c$ la función cuadrática para que coincidan en el punto de abscisa $x = 0$, se debe cumplir que $n = c$.

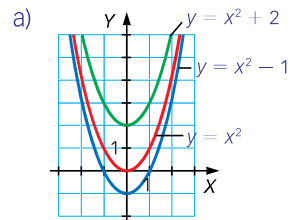
- 99 **INVESTIGA.** Representa en los mismos ejes.

a) $y = x^2$ $y = x^2 + 2$ $y = x^2 - 1$

¿Sabrías dibujar la parábola $y = x^2 - 3$ sin hacer ningún cálculo?
 ¿Cuál será el vértice de la parábola $y = x^2 + a$?

b) $y = x^2$ $y = (x + 2)^2$ $y = (x - 1)^2$

¿Sabrías dibujar la parábola $y = (x - 3)^2$ sin hacer ningún cálculo?
 ¿Cuál será el vértice de la parábola $y = (x + a)^2$?

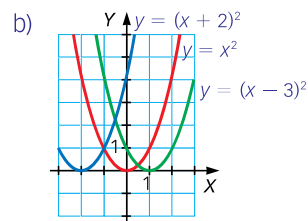


$y = x^2 - 3$

Será simétrica respecto al eje Y y su vértice está en $(0, -3)$.

$y = x^2 + a$

Será simétrica respecto al eje Y y su vértice está en $(0, a)$.



La parábola $y = (x - 3)^2$ está desplazada 3 unidades a la derecha respecto a $y = x^2$.

La parábola $y = (x + a)^2$ está desplazada a unidades a la izquierda respecto a $y = x^2$.

- 100 **RETO.** ¿Qué parábola es la que resulta de mover la gráfica de la función $y = 3x^2$ cuatro unidades hacia arriba y seis unidades a la izquierda?

- a) $y = 3(x - 4)^2 + 6$
 b) $y = 3(x + 4)^2 - 6$
 c) $y = 3(x - 6)^2 + 4$
 d) $y = 3(x + 6)^2 + 4$

3. Modeliza situaciones mediante funciones lineales y cuadráticas

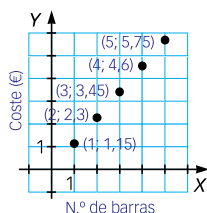
- 101 En una panadería tienen esta tabla de precios.



N.º de barras	1	2	3	4	5
Precio	1,15 €	2,30 €	3,45 €	4,60 €	5,75 €

Dibuja la gráfica y contesta:

- a) ¿Cuál es la variable independiente?
 b) ¿De qué tipo de función se trata?
 c) ¿Cuál es su expresión algebraica?
 d) ¿Cuánto costarán 7 barras de pan?



- a) El número de barras de pan.
 b) Se trata de una función de proporcionalidad directa.

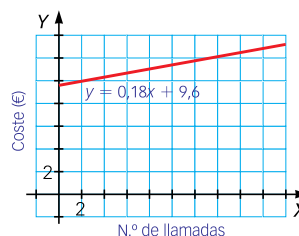
$$c) m = \frac{2,30 - 1,15}{2 - 1} = \frac{1,15}{1} = 1,15 \rightarrow y = 1,15x$$

$$d) y = 1,15 \cdot 7 = 8,05 \text{ €}$$

Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 2, hambre cero.

- 102 La cuota mensual de mi teléfono móvil es 9,60 € al mes más 0,18 € por cada llamada realizada. Escribe la expresión algebraica de la función y represéntala.

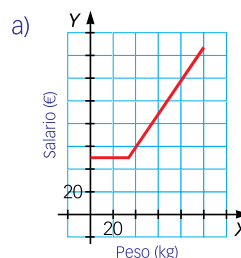
Sea x el número de llamadas e y el coste.



103 MATEMÁTICAS Y... ECONOMÍA.

Según el convenio colectivo de 2020 para los trabajadores del campo, el salario mínimo para un trabajador en la recogida de espárragos blancos es 51,26 €/día. A esto hay que añadir, a partir de los 35 kg recogidos, 1,47 € por cada kilo que exceda esa cantidad.

- a) Dibuja una gráfica en la que se muestre el salario según el número de kilos recogidos, de 0 a 100 kg.
 b) ¿Cuál es la ecuación de la función si recoge menos de 35 kg? ¿Y si recoge más de 35 kg?



- b) Si $0 \leq x \leq 35 \rightarrow y = 51,26$
 Si $35 < x \leq 100 \rightarrow y = 1,47 \cdot (x - 35) + 51,26$

Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 8, trabajo decente y crecimiento económico.

- 104 **INVENTA.** Escribe una situación que quede descrita por la expresión algebraica $y = 2x + 5$. ¿Qué representa cada variable en tu ejemplo? ¿Qué obtienes y qué significa cuando $x = 0$?

SOLUCIONARIO

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Con el bono que tengo para escalar, tengo que pagar 5 € al mes más 2 € cada vez que vaya al rocódromo. La expresión algebraica que representa esta situación es $y = 2x + 5$.

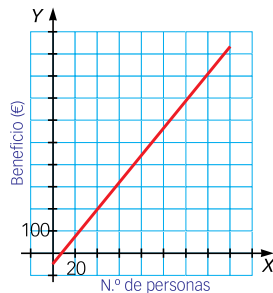
x → veces que voy al rocódromo.

y → precio que tengo que pagar.

Si $x = 0 \rightarrow y = 5$, lo que significa que ese mes no habré ido ninguna vez al rocódromo pero pagaré los 5 euros mensuales.

- 105** La entrada de un cine cuesta 6,20 € y la sala tiene una capacidad de 160 personas. Cada vez que se proyecta una película el gasto es de 65 €. Escribe la expresión algebraica de la función que representa el beneficio que produce la sala en función de las personas que asisten a la proyección y represéntala gráficamente.

$$\text{Si } 0 \leq x \leq 160 \rightarrow y = 6,20x - 65$$



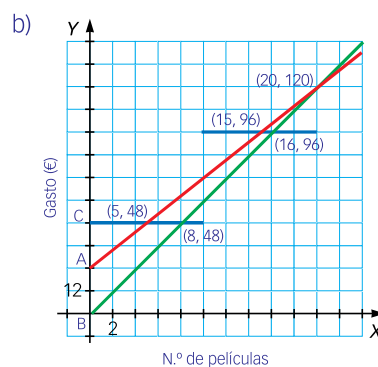
- 106** Una plataforma de televisión ofrece tres opciones para el alquiler de películas.
- A. Una suscripción de socio que cuesta 24 € y 4,80 € por cada película alquilada.
 - B. Sin suscripción y 6 € por película.
 - C. Abono de 10 películas por 48 €.
- a) ¿Qué expresión algebraica relaciona el número de películas alquiladas con el precio en cada opción?

b) Sobre unos ejes, representa la gráfica de cada opción y estudia cuál conviene más según el número de películas alquiladas.

a) A. $\rightarrow y = 24 + 4,80x$

B. $\rightarrow y = 6x$

C. $\rightarrow y = \begin{cases} 48 & \text{si } 0 \leq x \leq 10 \\ 96 & \text{si } 11 < x < 20 \end{cases}$



Si alquilamos hasta 8 películas, interesa más la opción B.

Si alquilamos 9 o 10 películas, interesa más la opción C.

Si alquilamos desde 11 hasta 16 películas, interesa de nuevo más la opción B.

De 17 a 20 películas, interesa nuevamente más la opción C.

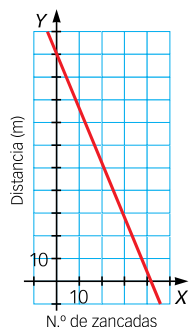
Y si alquilamos más de 20 películas, interesa más la opción A.

107 MATEMÁTICAS Y... ATLETISMO.

- Usain Bolt, el hombre más rápido del mundo, ha sido capaz de correr los 100 m lisos en tan solo 9,69 s. En una carrera, cada una de sus zancadas midió 2,44 m. Calcula la ecuación y representa gráficamente la función que relaciona el número de zancadas que llevaba con la distancia que le quedaba para llegar a la meta.

Sea x el número de zancadas e y la distancia a la meta.

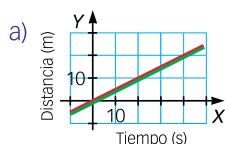
$$y = 100 - 2,44x$$



108 MATEMÁTICAS Y... ATLETISMO.

- La ganadora de la prueba de natación de 50 m estilo libre de los Juegos Olímpicos de Río de Janeiro 2016 fue Pernille Blume, con 24,07 s, seguida de Simone Manuel, con 24,09 s.

- a) Representa gráficamente la función que relaciona los segundos transcurridos con la distancia que lleva recorrida cada nadadora y calcula su ecuación.
- b) ¿Qué distancia separó a la segunda de la primera cuando esta llegó a la meta?



Pernille Blume:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{50}{24,07} = 2,077 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 2,077 \cdot x$$

Simone Manuel:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{50}{24,09} = 2,076 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 2,076 \cdot x$$

- b) $y = 2,076 \cdot 24,07 = 49,97$

La segunda llevaba recorridos 49,97 m, por tanto, las separaban 3 cm.

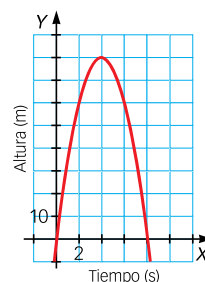
- 109 **RETO.** Los autobuses salen del aeropuerto cada 3 minutos para ir al centro de la ciudad. Un coche sale del aeropuerto al mismo tiempo que un autobús, siguiendo la misma ruta. Cada autobús tarda 60 minutos en hacer el recorrido, mientras que el coche tarda 35 minutos. ¿A cuántos autobuses adelanta el coche?

$$x = \frac{60 - 35}{3} = 8,33$$

En total adelanta a 9 autobuses.

- 110 Representa la gráfica que corresponde a la función $y = 40x - 5x^2$, donde y es la altura que alcanza un objeto lanzado con una velocidad inicial de 40 m/s y x es el tiempo que transcurre desde su lanzamiento.

- a) ¿Durante cuántos segundos asciende el objeto?
- b) ¿Qué altura máxima alcanza?
- c) ¿Cuánto tarda en caer al suelo desde el lanzamiento?
- d) ¿A qué altura está a los 5 s? ¿Cuántos segundos necesita para alcanzar los 60 m?



- a) El objeto asciende durante 4 s.
- b) Alcanza una altura máxima de 80 m.
- c) Tarda en caer al suelo 8 s.
- d) A los 5 s se encuentra a 75 m. Necesita 2 s para alcanzar los 60 m.

SOLUCIONARIO

- 111 Una jugadora de fútbol se encuentra frente a una portería sin guardameta y lanza la pelota con esta trayectoria: $y = -0,007x^2 + 0,9x$, siendo x la distancia a la portería. Si la altura de la portería es 2,44 m, ¿desde qué distancia debe lanzar para meter gol? ¿Y para dar en el larguero?

$$-0,007x^2 + 0,9x = 2,44 \rightarrow x = 2,77$$

Debe lanzar a menos de 2,77 m para meter gol.

Debe lanzar desde 2,77 m para dar en el larguero.



112 MATEMÁTICAS Y... ATLETISMO.

- El lanzamiento de peso consiste en lanzar una bola de acero a la máxima distancia posible. Escribe la ecuación de la parábola que describe una bola que se ha lanzado desde una altura de 1,5 m y llega al suelo a 20 m de distancia, sabiendo que alcanzó su altura máxima cuando estaba a 8 m de distancia del lanzador. Busca la distancia del récord femenino e indica la ecuación de su trayectoria.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Punto inicial } (0; 1,5) \rightarrow c = 1,5$$

$$\text{Punto final } (20, 0) \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 1,5$$

$$\text{Vértice } (8, y) \rightarrow 8 = -\frac{b}{2a}$$

$$0 = a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 1,5 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$8 = -\frac{b}{2a} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} 400a + 20b = -1,5 \\ 16a + b = 0 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow b = 0,3 \rightarrow a = -0,0187$$

$$y = -0,0187x^2 + 0,3x + 1,5$$

El récord mundial de lanzamiento de peso lo consiguió Natalia Lisovzkaya en 1987 con su lanzamiento de 22,63 m.

No podemos calcular la ecuación de la trayectoria parabólica, ya que no disponemos de la altura a la que lo lanzó ni la distancia a la que alcanzó la altura máxima.

- 113 **RETO.** Cuando una escalera mecánica no funciona, tardamos 90 s en subir por ella. Cuando funciona, si no andamos, tardamos 60 s en subir. ¿Cuánto tardaremos en subir si la escalera funciona y además andamos?

$$V_{\text{Escalera}} = \frac{e}{60}$$

$$V_{\text{Persona}} = \frac{e}{90}$$

$$V_{\text{Escalera + Persona}} = \frac{e}{60} + \frac{e}{90} = \frac{5e}{180} \text{ m/s}$$

$$t = \frac{e}{v}$$

$$t = \frac{e}{\frac{5e}{180}} = \frac{180e}{5e} = 36 \text{ s}$$

Tardaremos 36 s en subir.

FAKE NEWS

¿Nos bajamos el sueldo?

El gobierno está estudiando la subida de impuestos a las rentas más altas, las superiores a 60000 € al año. Los impuestos en este tramo pasarían de un 45% a un 60%. La medida no afectaría a los demás tramos de ingresos. Esta sería la nueva tabla de IRPF:

Nuevos tramos de IRPF		
Base imponible		Tipo a aplicar
Desde	Hasta	
0,00 €	12 450,00 €	19%
12 450,01 €	20 200,00 €	24%
20 200,01 €	35 200,00 €	30%
35 200,01 €	60 000,00 €	37%
Más de 60 000,01 €		60%

Una renta anual de 25000 € pagará un 19% hasta los 12450 €, un 24% desde los 12450,01 € hasta los 20200 € y un 30% desde los 20200,01 hasta los 25000 €.

El representante de los afectados asegura que esto perjudica notoriamente a las rentas de hasta 70000 € y sugiere que se reduzcan el sueldo hasta 59999 €, lo que les permitiría ahorrar un 15% en impuestos.

Sin embargo, el gobierno asegura que a las rentas de menos de 70000 € solo les afectará un 2% en su renta anual.



Y tú, ¿qué opinas?

Este es el dinero que se paga en impuestos en cada tramo:

- Tramo 1: 2365,50 €
- Tramo 2: 1860 €
- Tramo 3: 4500 €
- Tramo 4: 9176 €

Si se bajan el sueldo a 59999 € pagarán 17901,50 €, es decir, el 29,84% del sueldo y cobrarán 42097,50 € al año.

Si cobran 70000 € pagarán:
 $17901,5 + (60\% \text{ de } 10000) =$
 $= 17901,5 + 6000 = 23901,50 \text{ €}$

Es decir, el 34,15% del sueldo, y cobrarán 46098,50 € al año.

$100\% \rightarrow 23901,5$
 $x\% \rightarrow 17901,5$ } $\rightarrow x = 74,9 \approx 75\%$

Se ahorrarían un 25% en impuestos, pero cobrarían menos.

Antes, si cobraban 70000 €, pagaban:
 $17901,5 + (45\% \text{ de } 10000) =$
 $= 17901,5 + 4500 = 22401,50 \text{ €}$
 Es decir, el 32% del sueldo, y cobran 47598,50 € al año.

$100\% \rightarrow 47598,5$
 $x\% \rightarrow 46098,5$ } $\rightarrow x = 96,85\%$

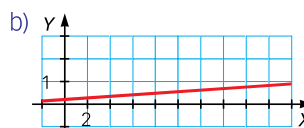
Es decir, pagarán un 3,15% más de impuestos.

PROBLEMAS APARENTEMENTE DISTINTOS

114 Sea la función $y = \frac{4x + 5}{100}$ que pasa por el punto $P(a; 1,4)$.

- a) Determina el valor de a .
- b) Representa la gráfica de la función.

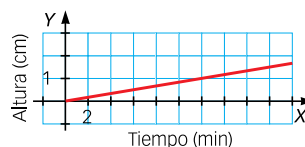
a) $1,4 = \frac{4 \cdot a + 5}{100} \rightarrow a = 33,75$



115 Tengo una piscina de 1,4 m de profundidad. Al comenzar a llenarla este año tenía 5 cm de agua, he abierto el grifo y he comprobado que su nivel sube 4 cm por minuto. ¿Cuántos minutos tardará en llenarse? Representa la gráfica que indica el nivel del agua en cada momento.

$1,4 = \frac{4 \cdot a + 5}{100} \rightarrow a = 33,75$

La piscina tardará en llenarse 33,75 min, es decir, 33 min 45 s.



SOLUCIONARIO

- 116 Determina el máximo de la función $f(x) = -x^2 + 50x$.

$$x = -\frac{50}{(-2)} = 25 \rightarrow y = 625 \rightarrow$$

→ Máximo: (25, 625)

- 117 Para construir un corral rectangular tenemos 100 m de valla. Calcula los lados para que el área sea máxima.

$$A(x) = x(50 - x) = -x^2 + 50x$$

Los lados deben medir 25 m para que el área sea máxima.

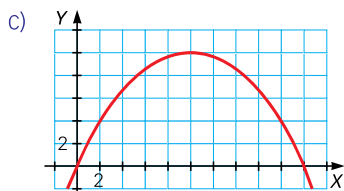
- 118 Sea la función $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$.

- Calcula el vértice de la parábola.
- Halla los puntos de corte con los ejes.
- Representa la función.

a) Vértice: (10, 10)

b) Con el eje Y: (0, 0)

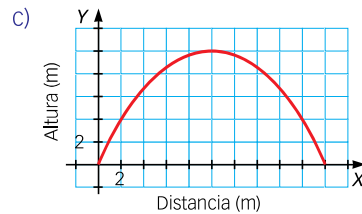
Con el eje X: (0, 0) y (20, 0)



- 119 Para sofocar un incendio, los bomberos utilizan una manguera que lanza agua con una trayectoria definida por la función $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$, siendo x la distancia en metros.

- ¿Cuál es el punto más alto al que llega el agua?
- ¿A qué altura mantiene el bombero la manguera? ¿A qué distancia llega? Dibuja la trayectoria del agua.
- Llega a 10 m de altura.

- b) El bombero mantiene la manguera a 0 m, y llega a 20 m.



SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1 Realmente, ¿cuánto cuesta cada giga?

Los números no engañan. ¿Cuánto costará 1 GB en las distintas tarifas?

- ¿Cuánto cuesta 1 GB con cada tarifa? ¿Y 2 GB? ¿Cuánto cuestan los primeros 10 GB con todas las tarifas?
- Completa en tu cuaderno una tabla donde aparezca el precio mensual que se pagaría en función del número de gigas que se consuman.

	1 GB	2 GB	6 GB	10 GB	15 GB	25 GB	30 GB
Tarifa 1	150	300	900	1500	2250	3750	4500
Tarifa 2	12	12	12	12	72	272	322
Tarifa 3	30	30	30	30	30	30	40
Tarifa plana	45,99	45,99	45,99	45,99	45,99	45,99	45,99

