

SOLUCIONARIO



ACTIVIDADES FLASH

- 39 Relaciona cada solución con su ecuación y di por qué.

- a) $2x - y = 0$ 1. (2, 4)
 b) $x - 4y = 0$ 2. (0, 0)
 c) $3x + 2y = 14$ 3. (4, 1)
 a) $\rightarrow 1$, ya que $2 \cdot 2 - 4 = 0$
 $\rightarrow 2$, porque $0 - 0 = 0$
 b) $\rightarrow 2$, ya que $0 - 0 = 0$
 c) $\rightarrow 3$, porque $3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 14$

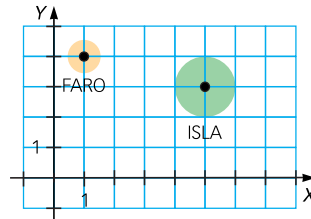


- 40 Calcula a en cada caso para que los pares de valores sean solución de la ecuación $2x - y = a$.

- a) $x = 1, y = 0$
 b) $x = -1, y = 1$
 c) $x = 3, y = 0$
 d) $x = 2, y = 1$
 e) $x = 0, y = 4$
 f) $x = 1, y = 2$
 a) $2 - 0 = a \rightarrow a = 2$
 b) $-2 - 1 = a \rightarrow a = -3$
 c) $6 - 0 = a \rightarrow a = 6$
 d) $4 - 1 = a \rightarrow a = 3$
 e) $0 - 4 = a \rightarrow a = -4$
 f) $2 - 2 = a \rightarrow a = 0$

- 41 Estos barcos siguen las trayectorias indicadas por las soluciones de estas ecuaciones. ¿Cuáles llegarán al faro? ¿Y a la isla?

-  $5x - y = 1$
 $2x - 3y = 1$
 $x + 4y = 17$
 $x + y = 3$



FARO $\rightarrow (1, 4)$ ISLA $\rightarrow (5, 3)$

- a) El barco naranja llega al faro.
 b) El barco verde llega a la isla.
 c) El barco morado llega al faro y a la isla.
 d) El barco rojo no llega ni al faro ni a la isla.

- 42 **INVENTA.** Escribe en cada caso dos ecuaciones lineales para las que estos valores son solución.

- a) $x = 0, y = -2$ c) $x = 4, y = -2$
 b) $x = 3, y = 2$ d) $x = 3, y = -2$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $\left. \begin{array}{l} x + y = -2 \\ 2x - 3y = 6 \end{array} \right\}$ c) $\left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ 2x - 3y = 14 \end{array} \right\}$
 b) $\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 2x - 3y = 0 \end{array} \right\}$ d) $\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 12 \end{array} \right\}$

- 43 Calcula el valor de la coordenada desconocida en estos pares de soluciones de la ecuación $5x - 3y = 2$.

- a) $(a, 1)$ b) $(4, b)$ c) $(a, -4)$ d) $(-5, b)$
 a) $5a - 3 = 2 \rightarrow a = 1$
 b) $20 - 3b = 2 \rightarrow b = \frac{18}{3} = 6$
 c) $5a + 12 = 2 \rightarrow b = -\frac{10}{5} = -2$
 d) $-25 - 3b = 2 \rightarrow b = -\frac{27}{3} = -9$

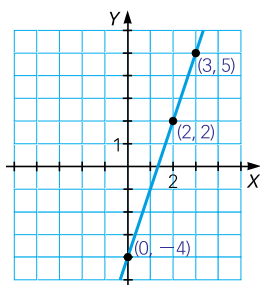
- 44 **INVESTIGA.** Representa los pares de valores y di si pueden ser soluciones de la misma ecuación lineal.

- a) $(0, -4), (2, 2), (3, 5)$
 b) $(-4, 0), (0, -2), (2, -3)$

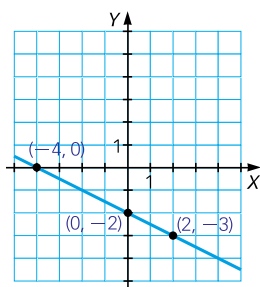
c) $(-2, 0), (0, 4), (2, 2)$

d) $(-1, -1), (3, 5), (5, 8)$

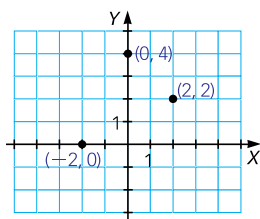
a) Sí, porque los puntos están alineados.



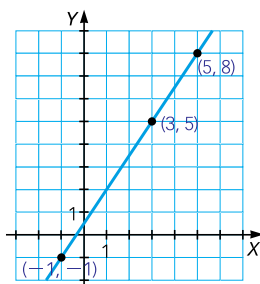
b) Sí, porque los puntos están alineados.



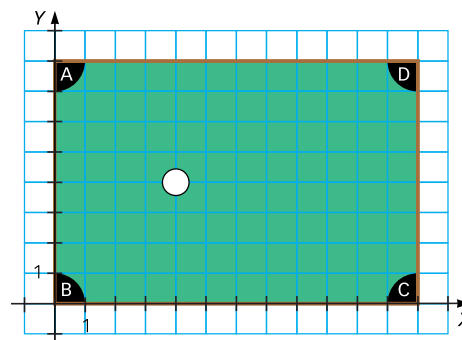
c) No, porque los puntos no están alineados.



d) Sí, porque los puntos están alineados.



45 En una partida de billar se ha llegado a esta situación.



a) Estas ecuaciones indican la trayectoria que debe seguir la bola blanca para entrar en cada esquina. Asocia cada ecuación con la esquina donde entrará.

$$x - 2y = -4 \quad x - y = 0$$

$$x + 2y = 12 \quad x + y = 8$$

b) La bola roja se encuentra en la trayectoria entre la bola blanca y la esquina D. Si su coordenada x es 8, ¿en qué punto se encuentra?

c) La bola verde está en la trayectoria entre la bola blanca y la esquina A. Si su coordenada y es 7, ¿dónde está exactamente?

d) Comprueba gráfica y numéricamente si estas bolas están alineadas con alguna de las esquinas y la bola blanca.

Azul: $(6, 3)$ Amarilla: $(5, 3)$

Gris: $(5, 7)$ Violeta: $(1, 1)$

a) $x - 2y = -4 \rightarrow$ Esquina D

$x + 2y = 12 \rightarrow$ Esquina C

$x - y = 0 \rightarrow$ Esquina B

$x + y = 8 \rightarrow$ Esquina A

b) La bola roja se encuentra en el punto $(8, 6)$.

c) La bola verde está en el punto $(1, 7)$.

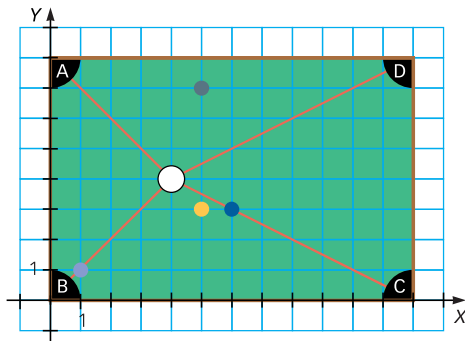
SOLUCIONARIO

d) La bola azul está alineada con la bola blanca y la esquina C.

La bola violeta está alineada con la bola blanca y la esquina B.

La bola amarilla está alineada con la bola blanca y la esquina A.

Se podrían meter en las troneras las bolas azul y violeta, pero no la amarilla, porque no está entre la bola blanca y la tronera.



- 46 **RETO.** Si al numerador y al denominador de una fracción irreducible se les suma el denominador y a la fracción resultante se le resta la de partida, se obtiene de nuevo la fracción inicial. ¿De qué fracción se trata?

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{y+y} - \frac{x}{y} &= \frac{x}{y} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{x+y}{2y} - \frac{2x}{2y} &= \frac{2x}{2y} \rightarrow \\ \rightarrow 3x &= y \rightarrow \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

- 47 **RETO.** Busca todos los valores de x e y que son solución de la ecuación

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}.$$

El común denominador es $5xy$.

$$\begin{aligned} \frac{5y}{5xy} + \frac{5x}{5xy} &= \frac{xy}{5xy} \rightarrow \\ \rightarrow 5y + 5x &= xy \rightarrow \frac{5y}{y-5} = x \end{aligned}$$

Sistemas de ecuaciones

ACTIVIDADES FLASH

- 48 Razona y di si los siguientes pares son soluciones del sistema de

$$\text{ecuaciones } \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}.$$

- a) $(2, -1)$
b) $(-1, 3)$
c) $(1, -1)$
d) $(-1, 1)$
a) No
b) No
c) Sí, porque verifica ambas ecuaciones.
d) No

- 49 Explica de qué sistemas es solución $(2, -1)$.

- a) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$
d) $\begin{cases} 3(x - 1) - 2(y + 1) = 3 \\ \frac{x + 1}{3} - \frac{y - 1}{2} = 2 \end{cases}$

Es solución de los sistemas de los apartados c) y d).

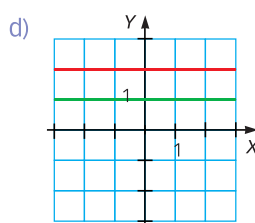
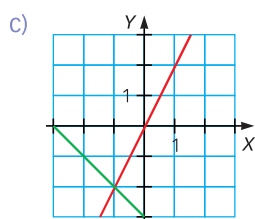
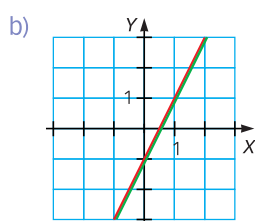
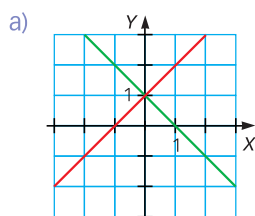
- 50 Dada la ecuación $x + 3y = 2$, ¿con qué ecuaciones forma un sistema cuya solución es $(-4, 2)$?

- a) $x + 3y = 0$ c) $1 - x = y + 3$
b) $2(y - 4) = x$ d) $3 - (x + y) = 1$

Con las ecuaciones de los apartados b) y c).



- 51 Indica cuál es la solución de estos sistemas.



- a) La solución es (0, 1).
 b) Infinitas soluciones que verifiquen la ecuación $-2x + y = -1$.
 c) La solución es $(-1, -2)$.
 d) No tiene solución.

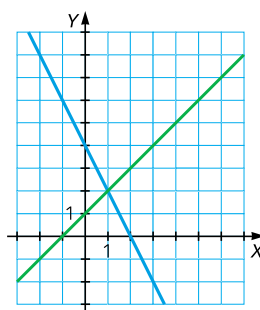
- 52 **INVESTIGA.** ¿Puede tener dos soluciones un sistema de ecuaciones? ¿Cuál sería su representación gráfica?

Un sistema de ecuaciones lineales no puede tener dos soluciones. Tiene una, ninguna o infinitas.

- 53 **INVENTA.** Escribe dos ecuaciones lineales con dos incógnitas tales que el par de valores (1, 2) sea solución de ambas. Después, representa las soluciones de las ecuaciones. ¿Puedes crear dos ecuaciones distintas que cumplan la misma condición?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

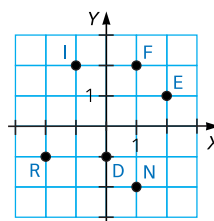


Se pueden crear infinitas ecuaciones distintas que cumplan la misma condición. Por ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

- 54 Copia y completa este refrán en inglés determinando la solución de cada sistema.

A a)b)c)d)e)f) c)e)
 e)d)d)f) is a
 a)b)c)d)e)f) c)e)f)d)d)f)



SOLUCIONARIO

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -3x + y = 5 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow F$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow R$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow I$$

$$\text{d) } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow E$$

$$\text{e) } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \rightarrow N$$

$$\text{f) } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow D$$

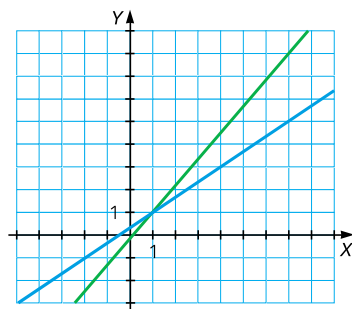
A FRIEND IN NEED is a FRIEND INDEED

- 55 Resuelve gráficamente estos sistemas de ecuaciones e indica de qué tipo son y cuántas soluciones tienen.

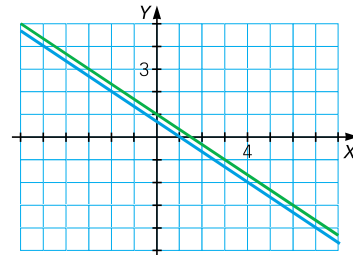
$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 6y = 1 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x - 3y = 1 \\ -2x + 5y = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 6x + 9y = 3 \\ 4x + 6y = 3 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x + 3y = 3 \\ 2x + 6y = 3 \end{cases}$$

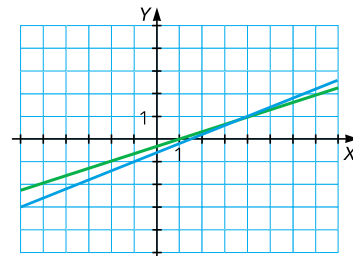
- a) Sistema compatible determinado. Una única solución (1, 1).



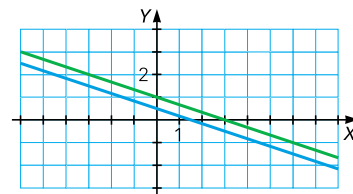
- b) Sistema incompatible. Ninguna solución.



- c) Sistema compatible determinado. Una única solución, (4, 1).



- d) Sistema incompatible. Ninguna solución.



- 56 **INVENTA.** Escribe un sistema de ecuaciones cuya solución sea (0, -1). Después, modifica solo una ecuación y escribe otro sistema diferente que tenga la misma solución. ¿Puedes escribir otro sistema equivalente que tenga los mismos términos independientes que el primero?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -1 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{y } \begin{cases} -2x + y = -1 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

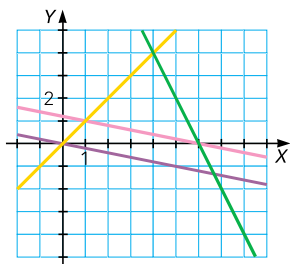
- 57 Estos aviones vuelan a la misma altura y siguen las trayectorias de las soluciones de las ecuaciones que se indican. ¿Qué dos aviones no corren peligro al volar a la vez?

 $x + 5y = 6$  $y + 2x = 12$
 $x - y = 0$  $2x + 10y = 0$

Representa sus trayectorias. ¿Qué tipo de sistema forman las trayectorias de cada par de aviones?

Pueden volar a la vez el avión rosa y el morado.

Las trayectorias de los aviones rosa y morado forman un sistema incompatible. El resto de trayectorias forman sistemas compatibles determinados.



- 58 **JUEGO.** En un sistema de ejes cartesianos marca un punto que representará el aeropuerto. Los demás tenéis que escribir ecuaciones cuyas soluciones representen la trayectoria de aviones que lleguen al aeropuerto.

Respuesta abierta.

- 59 Copia y completa el sudoku, en el que los números no pueden repetirse en cada fila, columna o zona.

Averigua los valores de a, b, c, d, e, f, g y h .

$$\begin{cases} ax - 4y = 2 \\ x + by = 6 \end{cases} \rightarrow (2, 2)$$

$$\begin{cases} cx - 3y = -7 \\ -x + dy = 15 \end{cases} \rightarrow (-1, 2)$$

$$\begin{cases} ex + 4y = -1 \\ x - fy = 9 \end{cases} \rightarrow (1, -2)$$

$$\begin{cases} gx + 2y = 0 \\ x - hy = -20 \end{cases} \rightarrow (-2, 3)$$

$$\begin{aligned} a = 5, b = 2, c = 1, d = 7, e = 7, \\ f = 4, g = 3, h = 6 \end{aligned}$$

8	2	5	7	4	3	1	9	6
1	4	3	9	5	6	7	2	8
6	9	7	1	2	8	4	3	5
7	3	9	8	6	5	2	4	1
5	6	1	4	9	2	8	7	3
2	8	4	3	7	1	6	5	9
4	7	8	5	1	9	3	6	2
9	1	6	2	3	4	5	8	7
3	5	2	6	8	7	9	1	4

- 60 **JUEGO.** Partimos de la ecuación $x + y = 2$. En la primera ronda, un participante escribe otra ecuación para que el sistema que forman tenga una solución en la que $x = 1$. En la segunda ronda, y partiendo de la última ecuación, el otro participante escribe otra ecuación para que el sistema tenga una solución en la que $x = 2$, y así sucesivamente.

Respuesta abierta.

Métodos de resolución de sistemas

- 61 En los cuadrados mágicos las sumas de cada fila, columna y diagonal coinciden. Halla las incógnitas.

a)

$2x + y$	$5x + 2y$	y
$x + y$	$3x + y$	$3x + 2y$
$4y$	1	$6x$

SOLUCIONARIO

b)

$a + c$	5	$2c - 2a$
$2d + 3b$	$2c - a$	a
d	b	$6c$

a) $x = 1$
 $y = 2$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

b) $a = -1, b = 1,$
 $c = 1, d = 2$

0	5	4
7	3	-1
2	1	6

62 Corrige los errores cometidos.

$$\left. \begin{array}{l} 5x - y = 1 \\ 2x - 4y = 22 \end{array} \right\} \rightarrow y = 1 - 5x$$

$$2x - 4y = 22 \xrightarrow{y = 1 - 5x}$$

$$2x - 4(1 - 5x) = 22 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x - 4 - 20x = 22 \rightarrow$$

$$\rightarrow -18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{-18} = -1$$

$$5x - y = 1 \xrightarrow{x = -1}$$

$$5 \cdot (-1) - y = 1 \rightarrow y = -6$$

$$y = 5x - 1 \rightarrow 2x - 4(5x - 1) = 22 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x - 20x = 22 - 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{18}{-18} = -1$$

$$5(-1) - y = 1 \rightarrow y = -6$$

63 El número π es un número irracional, es decir, tiene infinitas cifras decimales no periódicas. Calcula sus primeras ocho cifras averiguando el valor de cada letra por el método de reducción.

$$\pi = a, bcdefgh\dots$$

a) $\begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} c + 2d = 6 \\ 2c - 4d = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2e - f = 1 \\ 3e - 2f = -3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5g - h = 4 \\ 3g - h = 0 \end{cases}$

a) $2a = 6 \rightarrow a = 3, b = 1$

b) $\begin{cases} -2c - 4d = -12 \\ 2c - 4d = 4 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow -8d = -8 \rightarrow$
 $\rightarrow d = 1, c = 4$

c) $\begin{cases} -4e + 2f = -2 \\ 3e - 2f = -3 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow e = 5, f = 9$

d) $\begin{cases} -5g + h = -4 \\ 3g - h = 0 \end{cases} \rightarrow$
 $\rightarrow g = 2, h = 6$

$$\pi = 3,1415926\dots$$

64 El número e se llama número de Euler y es irracional. Halla sus primeras ocho cifras averiguando el valor de cada letra por sustitución.



$$e = a, bcdefgh\dots$$

$$\text{a) } \begin{cases} 3a + b = 13 \\ -4a + b = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5c - d = -3 \\ c - 2d = -15 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 4e - f = 0 \\ 3e - 2f = -10 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 6g - 2h = -10 \\ g + h = 9 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} a = 2 \\ b = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} c = 1 \\ d = 8 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} e = 2 \\ f = 8 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} g = 1 \\ h = 8 \end{cases}$$

$$e = 2,7182818...$$

- 65 El número $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ es el número áureo o número de oro, y también es irracional. Averigua sus primeras ocho cifras resolviendo los sistemas por igualación.

$$\varphi = a, bcdefgh...$$

$$\text{a) } \begin{cases} 4a - b = -2 \\ 3a + 2b = 15 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} c + d = 9 \\ 2c - d = -6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 6e + f = 3 \\ 5e + 2f = 6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2g - 2h = -12 \\ 9g - 3h = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}$$

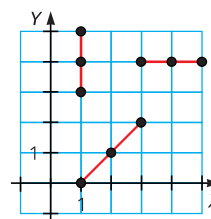
$$\text{b) } \begin{cases} c = 1 \\ d = 8 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} e = 0 \\ f = 3 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} g = 3 \\ h = 9 \end{cases}$$

$$\text{Número áureo} = 1,6180339...$$

- 66 **JUEGO.** Juega a los barquitos. Dibuja una cuadrícula de 5×5 y sitúa tres barquitos de tamaño 3. En su turno, cada persona inventa un sistema de ecuaciones cuya solución sea la coordenada que quiere marcar.



Respuesta abierta



Cómo se determina el número de soluciones de un sistema

- 67 Decide cuántas soluciones tienen estos sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x + 2y = 5 \end{cases}$$

Resuelta en el libro de texto.

- 68 Determina el número de soluciones de estos sistemas.

SOLUCIONARIO

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} 4x - 6y = -2 \\ -6x + 9y = 3 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ -2x + 4y = -8 \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} 21x - 35y = 14 \\ -9x + 15y = -6 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} 6x - y = 1 \\ -12x + 2y = -10 \end{cases} \end{array}$$

- a) Sistema compatible indeterminado →
→ Infinitas soluciones
- b) Sistema incompatible →
→ Ninguna solución
- c) Sistema compatible indeterminado →
→ Infinitas soluciones
- d) Sistema incompatible →
→ Ninguna solución

- 69 Completa los sistemas en tu cuaderno para que el primero sea compatible indeterminado, y el segundo, incompatible.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} 3x - 2y = \square \\ \square x + 2y = 6 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} \square x + 2y = 3 \\ 2x + \square y = \square \end{cases} \end{array}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 2y = -6 \\ -3x + 2y = 6 \end{cases}$$

- b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 7 \end{cases}$$

- 70 **INVENTA.** Calcula un valor de a en cada ecuación, para formar un sistema junto con $3x - 2y = 4$.

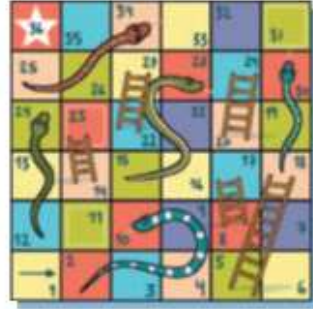
- a) $ax - 2y = 4$ y que sea compatible determinado.
- b) $3x - 2y = a$ y que sea incompatible.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{a) } a = 1 \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } a = 7 \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

- 71 **JUEGO.** Copiad este tablero y estas cartas con sistemas de ecuaciones.



$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -4x + 6y = -8 \end{cases}$
$\begin{cases} -2x + y = 2 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$
$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ -9x + 3y = -12 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + 5y = 5 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} -x + 3y = 2 \\ 2x - 6y = 7 \end{cases}$
$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases}$
$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -2x + 4y = -10 \end{cases}$	$\begin{cases} -x - y = -2 \\ 3x + 4y = 3 \end{cases}$
$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$	

Barajad las cartas y colocadlas boca abajo. En cada turno, una persona levanta una carta y resuelve el sistema.

- Si tiene solución única, mueve su ficha tantas casillas como indique el valor de x o el de y , según prefiera.
- Si tiene más de una solución, levanta otra carta.
- Si no tiene solución, se queda un turno sin jugar.

Si llegas a una escalera, subes hasta el otro extremo. Si es una serpiente, bajas hasta su cola.

Respuesta abierta

- a) Solución única: $x = 1, y = 2$
- b) Sin solución
- c) Solución única: $x = -1, y = 0$
- d) Infinitas soluciones
- e) Solución única: $x = 2, y = -2$
- f) Solución única: $x = -1, y = 1$
- g) Infinitas soluciones
- h) Solución única: $x = 4, y = -2$
- i) Solución única: $x = 2, y = -1$
- j) No tiene solución
- k) Solución única: $x = -2, y = 3$
- l) Solución única: $x = 0, y = 1$
- m) Sin solución
- n) Solución única: $x = 0, y = 3$
- ñ) Solución única: $x = 5, y = -3$

- 72 RETO.** ¿En qué números de dos cifras, xy , la suma de sus cifras es a y la diferencia también es a ?

$$x + y = x - y \rightarrow 2y = 0 \rightarrow y = 0$$

Los números son de la forma $x0$ con x un número entero: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, -10 , -20 , -30 , -40 , -50 , -60 , -70 , -80 y -90

- 73** ¿Cuántas soluciones tienen estos sistemas?

a)
$$\begin{cases} 2(x + y) - y = 3x - y + 3 \\ x - 2(y - 3) = 3(x + 1) - y - 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3(y + x) - 4 = -2(x + y) - 3 \\ 5x - 2(y + 3) = 3y - 1 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ -2x - y = -4 \end{cases}$$

Sistema compatible determinado $\rightarrow$
 $\rightarrow$ Una única solución

b)
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 5x - 5y = 5 \end{cases}$$

Sistema compatible indeterminado $\rightarrow$
 $\rightarrow$ Infinitas soluciones

- 74** Resuelve los sistemas compatibles determinados.

a)
$$\begin{cases} 3x = 2y \\ \frac{y}{3} + \frac{x}{2} = x \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x + y}{3} = \frac{y}{2} \\ \frac{3x + y}{5} = x \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 5x - y = -4 \\ \frac{y - 3x}{2} = y - 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{x + 2y}{5} = x - 2 \\ \frac{2x + y}{3} = \frac{x}{2} \end{cases}$$

- a) Compatible indeterminado $\rightarrow$
 $\rightarrow$ Infinitas soluciones

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ -3x + 2y = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

- b) Compatible indeterminado $\rightarrow$
 $\rightarrow$ Infinitas soluciones

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -2x + y = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 2x$$

c)
$$\begin{cases} 5x - y = -4 \\ -3x - y = -4 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} -4x + 2y = -10 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

- 75 INVESTIGA.** Coloca los números $-4, -3, -1, 1, 2, 3$ para formar un sistema con solución $(1, 2)$.

SOLUCIONARIO

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

- 76 Resuelve cuando sea compatible determinado.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2(3x - 2y)}{3} - 5(x - y) = 1 - x \\ \frac{-3(y - 1)}{2} + \frac{2(x + y + 2)}{5} = 2y - x \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{2x + y}{2} - \frac{2(x + 2y)}{3} = -y \\ \frac{3y - x}{7} - \frac{3(y + 2x)}{2} = -x \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} -6x + 11y = 3 \\ 14x - 31y = -23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

- b) Compatible indeterminado $\rightarrow$
 $\rightarrow$ Infinitas soluciones

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ -30x - 15y = 0 \end{cases} \rightarrow y = -2x$$

- 77 **RETO.** Resuelve este sistema utilizando alguno de los métodos de resolución que conoces.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Respuesta abierta. Por ejemplo: por sustitución.

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 1) \rightarrow x^2 + [2(x - 1)]^2 = 8 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 + 4(x^2 + 1 - 2x) = 8 \rightarrow \\ &\rightarrow 5x^2 - 8x - 4 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{5}, y_1 = -\frac{14}{5} \\ x_2 = 2, y_2 = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

2. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante sistemas de ecuaciones



ACTIVIDADES FLASH

- 78 Elige la respuesta adecuada.

- a) Hace tres años, la edad de un tío era el triple de la edad de su sobrino, pero dentro de 5 años será solo el doble. Las edades del tío y del sobrino son:
1. Tío: 15, sobrino: 5.
 2. Tío: 35, sobrino: 15.
 3. Tío: 27, sobrino: 11.
 4. No tiene solución.
- b) En un teatro se han vendido 250 entradas entre butacas de patio y de palco. Las primeras cuestan 15 € cada una, y las segundas, 30 €. Si la recaudación total fue de 4 500 €, las entradas de cada tipo vendidas fueron:
1. Patio: 50, palco: 250.
 2. Patio: 100, palco: 150.
 3. Patio: 200, palco: 50.
 4. Patio: 125, palco: 125.
- a) 3. Tío: 27, sobrino: 11.
- b) 3. Patio: 200, palco: 50.

- 79 Expresa mediante ecuaciones con dos incógnitas.

- Un bocadillo y un refresco valen 5 €.
- Dos bocadillos y tres refrescos cuestan 15 €.
- Un bocadillo vale 1 € más que un refresco.
- He pagado con 10 € un bocadillo y dos refrescos y me han devuelto 3 €.

$x \rightarrow$ número de bocadillos

$y \rightarrow$ número de refrescos

a) $x + y = 5$

b) $2x + 3y = 15$

c) $x = y + 1$

d) $10 - (x + 2y) = 3 \rightarrow x + 2y = 7$

80 Expresa mediante ecuaciones con dos incógnitas.

a) Elena tiene el doble de años que Marcos.

b) Hace 5 años, Ana tenía el triple de años que Juan.

c) En un garaje hay 50 ruedas entre coches y motos.

a) $x \rightarrow$ edad de Elena, $y \rightarrow$ edad de Marcos
 $x = 2y$

b) $x \rightarrow$ edad de Ana, $y \rightarrow$ edad de Juan
 $x - 5 = 3(y - 5)$

c) $x \rightarrow$ n.º de coches, $y \rightarrow$ n.º de motos
 $4x + 2y = 50$

81 Para aprobar la evaluación de Matemáticas se hace la media entre dos exámenes. Se necesita una media de 5 puntos para aprobar.

a) Plantea una ecuación de dos incógnitas que exprese este enunciado.

b) Escribe dos posibles resultados en los exámenes si la nota ha sido un 7,5.

a) $x \rightarrow$ nota del primer examen
 $y \rightarrow$ nota del segundo examen

$$\frac{x + y}{2} = 5$$

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$x = 7,5 \text{ e } y = 7,5$$

$$x = 8 \text{ e } y = 7$$

82 ¿Cuánto cuesta cada churro y cada porra si una porra cuesta 0,25 € más que un churro?



$$+ \begin{array}{l} 1 \text{ docena} \\ \text{de churros} \\ 1/2 \text{ docena} \\ \text{de porras} \end{array} = 6,90 \text{ €}$$

$$\left. \begin{array}{l} 12x + 6y = 6,9 \\ x + 0,25 = y \end{array} \right\} \rightarrow x = 0,3, y = 0,55$$

Cada churro cuesta 30 céntimos y cada porra cuesta 55 céntimos.

83 Escribe un problema que responda a estos gráficos. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo.

$$5 \text{ monedas de } 1 \text{ €} + 1 \text{ billete de } 5 \text{ €} = 18 \text{ €}$$

$$5 \times 5 \text{ monedas de } 1 \text{ €} = 1 \text{ billete de } 5 \text{ €}$$

$x \rightarrow$ número de monedas de 1 €

$y \rightarrow$ número de billetes de 5 €

SOLUCIONARIO

$$\begin{cases} x + 5y = 18 \\ 5x = 5y \end{cases} \rightarrow x = 3, y = 3$$

Tres monedas de 1 € y tres billetes de 5 €.

- 84 En una compra se han utilizado monedas de 2 € y billetes de 5 €. En total, entre monedas y billetes son 13 y se han pagado 41 €. ¿Cuántas monedas de 2 € se utilizan? ¿Y cuántos billetes de 5 €?

$x \rightarrow$ número de monedas de 2 €

$y \rightarrow$ número de billetes de 5 €

$$x + y = 13$$

$$2x + 5y = 41$$

$$x = 8$$

$$y = 5$$

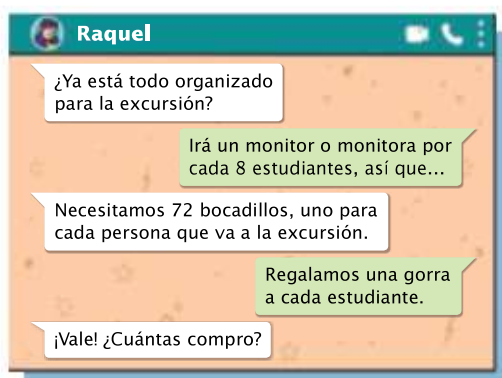
Se utilizan 8 monedas de 2 € y 5 billetes de 5 €.

- 85 Para una merienda se compran bocadillos de jamón a 2,80 € la unidad y de queso a 2,50 €. Se pagan 48 € en total por 18 bocadillos. ¿Cuántos bocadillos se compran de jamón? ¿Y de queso?

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 2,8x + 2,5y = 48 \end{cases} \rightarrow x = 10, y = 8$$

Se compran 10 bocadillos de jamón y 8 de queso.

- 86 Plantea un sistema y ayuda a Raquel.



$x \rightarrow$ número de estudiantes

$y \rightarrow$ número de monitores

$$\begin{cases} x + y = 72 \\ x = 8y \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 64 \end{cases}$$

Hay 64 estudiantes, por lo tanto, Raquel debe comprar 64 gorras.

- 87 Juan ha ido a las rebajas a comprar una camisa y un pantalón. Los precios de estas dos prendas sumaban 60 €, pero le han hecho un 10% de descuento en la camisa y un 20% en el pantalón, y paga por todo 50,15 €. ¿Cuál era el precio sin rebajar de cada prenda?

$c \rightarrow$ precio de la camisa sin rebajar

$p \rightarrow$ precio del pantalón sin rebajar

$$\begin{cases} c + p = 60 \\ 0,9c + 0,8p = 50,15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = 21,5 \\ p = 38,5 \end{cases}$$

El precio de la camisa sin rebajar era 21,50 € y el precio del pantalón era 38,50 €.

- 88 Un teatro tiene una capacidad de 200 personas. La entrada infantil tiene un descuento del 20% sobre la entrada de adulto, que cuesta 45 €.

Si se ha llenado el teatro y se han recaudado 8370 €, ¿cuántas personas adultas y cuántos menores han ido?

$$45 \cdot 0,8 = 36$$

La entrada infantil cuesta 36 €.

$x \rightarrow$ número de menores

$y \rightarrow$ número de personas adultas

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 36x + 45y = 8370 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 70 \\ y = 130 \end{cases}$$

Han ido 130 personas adultas y 70 menores.

89 Lee y contesta.

••• #bAskEtFiNaL ¡El partido ha estado muy igualado!

#bAskEtReSuLTS Ambos equipos han anotado un total de 24 canastas, entre ellas 7 tiros libres cada uno.



¿Cuántas canastas de dos y cuántos triples anotó cada equipo?

$$\begin{cases} c + t + 7 = 24 \\ 2c + 3t + 7 = 46 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow c = 12, t = 5$$

El equipo local anotó 12 canastas y 5 triples.

$$\begin{cases} c + t + 7 = 24 \\ 2c + 3t + 7 = 42 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow c = 16, t = 1$$

El equipo visitante anotó 16 canastas y 1 triple.

90 Las edades de Esther y su padre suman 30 años. Dentro de 18 años, la edad de su padre será el doble que la de Esther. ¿Cuántos años tiene cada uno?

$x \rightarrow$ edad del padre de Esther
 $y \rightarrow$ edad de Esther

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x + 18 = 2(y + 18) \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow \begin{cases} x + y = 30 \\ x - 2y = 18 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 4 \end{cases}$$

Esther tiene 4 años y su padre 26.

91 Ana y Elsa son hermanas. Sus edades suman 16 años.

a) ¿Cuántos años tiene cada una si hace dos años Elsa tenía el doble de años que su hermana?

b) ¿Cuánto hace que Elsa tenía el triple de edad que Ana?

a) $a \rightarrow$ edad de Ana

$b \rightarrow$ edad de Elsa

$$\begin{cases} a + b = 16 \\ 2(a - 2) = b - 2 \end{cases} \rightarrow a = 6, b = 10$$

Ana tiene 6 años y Elsa 10.

b) $10 - x = 3(6 - x)$

Hace 4 años Elsa tenía el triple de años que Ana; Elsa tenía 6 años y Ana 2.

92 MATEMÁTICAS Y... COCINA.

••• Los batidos de helado se elaboran añadiendo leche al helado.



Si el batido solo tiene leche y helado, ¿qué porcentaje de cada componente tiene 1 litro de batido?

$$\begin{cases} h + l = 1 \\ 5,5 \cdot h + 0,85 \cdot l = 3,95 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow h = \frac{2}{3}, l = \frac{1}{3}$$

Lleva un 33,3% de leche y un 66,7% de helado.

SOLUCIONARIO

- 93 En una cafetería elaboran el zumo de naranja mezclando naranjas que cuestan 2 €/kg y otras que cuestan 3 €/kg. Por cada 2 kg de naranjas se obtiene 1 ℓ de zumo. Si queremos hacer 20 litros de zumo que cueste 4,50 € el litro, ¿qué cantidad de cada tipo de naranjas debemos utilizar?

$x \rightarrow$ kg de naranjas baratas

$y \rightarrow$ kg de naranjas caras

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 4,5 \cdot 20 \\ x + y = 2 \cdot 20 \end{array} \right\} \rightarrow x = 30, y = 10$$

Debemos utilizar 30 kg de naranjas baratas y 10 kg de naranjas caras.

94 MATEMÁTICAS E... IGUALDAD.

- Hasta el año pasado, el porcentaje de mujeres que ocupaban un puesto directivo en una empresa en España era del 22% del total. Este año 2 436 mujeres han sustituido a hombres en este cargo, lo que ha hecho que la representación de la mujer en este puesto haya aumentado hasta el 24%. ¿Cuántas mujeres más tienen que sustituir a hombres para que el número de directores y directoras sea el mismo?

Como 2 436 directoras representan un aumento del 2%, para que haya un 50% de directoras debe cumplirse la siguiente igualdad:

$$(50 - 24) : 2 = 13 \rightarrow 13 \cdot 2\,436 = 31\,668$$

Para que el número de directores y directoras sea el mismo, 31 668 mujeres más tienen que sustituir a hombres.

Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 5, igualdad de género.

95 MATEMÁTICAS Y... MUNDO

- LABORAL. Para cubrir algunos puestos de trabajo se realizan pruebas eliminatorias que, en algunos casos, consisten en exámenes tipo test de 50 preguntas.

Puntuación de la prueba

Respuesta correcta 3 puntos

Respuesta incorrecta Se resta 1 punto

Pregunta no contestada 0 puntos

- a) La prueba se supera a partir de 74 puntos. Si se contesta a todas las preguntas, ¿cuántas hay que acertar como mínimo?
- b) Si no se contestan 12 preguntas y la puntuación final es 78 puntos, cuántas preguntas se han contestado bien?

$x \rightarrow$ número de respuestas correctas

$y \rightarrow$ número de respuestas incorrectas

$$\begin{aligned} \text{a) } \left\{ \begin{array}{l} 3x - y = 74 \\ x + y = 50 \end{array} \right. &\rightarrow \\ &\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 31 \\ y = 19 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Como mínimo hay que acertar 31 respuestas.

$$\begin{aligned} \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} 3x - y = 78 \\ x + y = 50 - 12 \end{array} \right. &\rightarrow \\ &\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 29 \\ y = 9 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Se han contestado bien 29 preguntas.

Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 8, trabajo decente y crecimiento económico.

FAKE NEWS

¡Creo que algo está mal!

Ayer tomamos algo en la cafetería del hospital y, como la comida estaba bastante buena, hoy

hemos vuelto a hacerlo. Cuando he ido a pagar me he dado cuenta de que los precios han variado y, al comentárselo a la encargada, me ha dicho que los precios no han cambiado.

Y tú, ¿qué opinas?



Los precios han cambiado, porque el importe debería ser la mitad, es decir, 23,50 €.

PROBLEMAS APARENTEMENTE DISTINTOS

- 96 Expresa en lenguaje algebraico y resuelve.

El triple de un número más el doble de otro suma ciento treinta; sin embargo, el doble del primer número más el triple del segundo solo suma ciento veinte.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 130 \\ 2x + 3y = 120 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases}$$

- 97 Hoy han comenzado las rebajas. Javier ha comprado 2 pares de pantalones y 3 camisas por 130 €. Luis se ha gastado 120 € en 2 camisas y 3 pares de pantalones. ¿Cuánto cuesta cada prenda?

$x \rightarrow$ precio de una camisa

$y \rightarrow$ precio de un par de pantalones

$$\begin{cases} 3x + 2y = 130 \\ 2x + 3y = 120 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases}$$

Cada camisa cuesta 30 € y cada par de pantalones 20 €.

- 98 Lee y escribe en lenguaje algebraico. Después, calcula la solución.

El doble de un número más el triple de otro es 9,9; además, el primer número más el cuádruple del segundo es 10,7.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 9,9 \\ x + 4y = 10,7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 2,3 \end{cases}$$

El primer número es 1,5 y el segundo número es 2,3.

- 99 Después del partido de baloncesto, mis compañeras y yo hemos tomado 2 botellas de agua y 3 refrescos que nos han costado 9,90 €. Ayer también fuimos al mismo lugar y por 4 refrescos y una botella de agua pagamos 10,70 €. ¿Cuánto cuesta cada bebida?

$x \rightarrow$ precio de una botella de agua

$y \rightarrow$ precio de un refresco

$$\begin{cases} 2x + 3y = 9,9 \\ x + 4y = 10,7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 2,3 \end{cases}$$

Una botella de agua cuesta 1,50 € y un refresco cuesta 2,30 €.

- 100 Estudia y resuelve, si es posible, la siguiente situación.

La suma de dos números es 11 y el producto de uno de ellos por 11 más el producto del otro por 12 es 128.

a) ¿Cuánto vale cada número?

b) ¿Hay más de una solución en el problema anterior?

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 11x + 12y = 128 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases}$$

a) Un número es 4 y el otro es 7.

b) No, la solución es única.

SOLUCIONARIO

- 101 Hemos encargado comida a domicilio, menús con ensalada y carne a la plancha por 12 € y hamburguesas con guarnición a 11 € cada una. En total, 11 menús que cuestan 128 €. ¿Cuántas personas han pedido hamburguesa?

$x \rightarrow$ n.º de personas que han pedido hamburguesa

$y \rightarrow$ n.º de personas que han pedido carne a la plancha

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 11x + 12y = 128 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases}$$

Han pedido hamburguesa 4 personas.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1 La importancia del formato

Desde el origen de los teléfonos inteligentes, el formato más utilizado en las pantallas era 16:9. Esto hacía que todos los contenidos audiovisuales que se generaban se adaptasen a este formato.

- En un teléfono con formato de pantalla 16:9, ¿cuál será la longitud en vertical de la pantalla si mide 11,36 cm en horizontal?
- ¿Y la longitud en horizontal si la pantalla mide 7,5 cm en vertical?
- Considera la variable x como la longitud en horizontal de la pantalla y la variable y como la longitud en vertical. Escribe una ecuación lineal con estas dos incógnitas que relacione estas medidas en una pantalla de formato 16:9.

$$\bullet \frac{16}{9} = \frac{11,36}{x} \rightarrow x = \frac{11,36 \cdot 9}{16} = 6,39$$

La pantalla mide 6,39 cm en vertical.

$$\bullet \frac{16}{9} = \frac{x}{7,5} \rightarrow x = \frac{7,5 \cdot 16}{9} = 13,33$$

La pantalla mide 13,33 cm en horizontal.

$$\bullet \frac{16}{9} = \frac{x}{y} \rightarrow 16y = 9x$$



2 La resolución

En ocasiones, se tiende a confundir el tamaño de una pantalla con la resolución. Sin embargo, dos pantallas de igual tamaño pueden tener resoluciones distintas y, en consecuencia, ofrecernos resultados completamente diferentes.



- Una pantalla con formato 16:9 en resolución Ultra HD, ¿cuántas columnas de píxeles tiene? ¿Y cuántos píxeles en cada columna?