

$$x - \frac{2}{5}x - \frac{3}{15}x - \frac{1}{15}x = 5 \rightarrow x = 15$$

Su paga semanal es de 15 €.

- 33 El producto de un número y su doble es 72. ¿Cuál es ese número?

$$x \cdot 2x = 72 \rightarrow 2x^2 = 72 \rightarrow x = \pm 6$$

El número puede ser 6 o -6.

- 34 El volumen de una caja es de 20,25 dm³. ¿Cuáles son sus dimensiones si el largo es el triple que el alto y el ancho es el doble que el alto?

Sea x el alto de la caja.

$$x \cdot 2x \cdot 3x = 20,25 \rightarrow 6x^3 = 20,25 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \sqrt[3]{3,375} = 1,5$$

Alto: 1,5 dm Largo: 4,5 dm Ancho: 3 dm

ACTIVIDADES FINALES

1. Resuelve ecuaciones e interpreta el resultado obtenido

Ecuaciones de primer grado

ACTIVIDADES FLASH

- 35 ¿Para qué ecuaciones es solución $x = 1$?

- a) $2x - 3 = 1 - 5x$
 - b) $2x - x + 1 = 0$
 - c) $x - 6 = 2x + 3$
 - d) $x - 2x = -1$
 - e) $2(x + 3) - 4(x - 1) = 4x$
 - f) $(x - 2) + x = x - 1$
 - g) $(x - 3)(x + 2)(x - 1) = 0$
 - h) $\frac{2+x}{6} - \frac{2-x}{2} = \frac{1-x}{3}$
- d), f), g) y h)

ACTIVIDADES FLASH

- 36 Indica cuáles de los siguientes números son solución de la ecuación $3x - 4 = x + 2$.

- a) $x = 1$
- b) $x = -1$
- c) $x = 2$
- d) $x = -2$
- e) $x = 3$
- f) $x = -3$

La única solución es $x = 3$.

- 37 **JUEGO.** Formad parejas para jugar al *memory*. Elaborad estas cartas, mezcladlas y colocadlas bocabajo formando filas y columnas.

$x - 2 = 3$	→	$x = 5$
$x + 6 = 4$	→	$x = -2$
$x + 3 = 5 - x$	→	$x = 1$
$4x = 12$	→	$x = 3$
$1 - x = 4$	→	$x = -3$
$2x - x = 2$	→	$x = 2$
$6 - 2x = 8$	→	$x = -1$
$2 - 2x = 2 + 5x$	→	$x = 0$
$8 - x = 18 + x$	→	$x = -5$

En cada turno, un participante levanta dos cartas, una azul y otra verde. Si la ecuación de la carta azul tiene como solución el valor de la carta verde se las queda, y continúa levantando cartas; en caso contrario, vuelve a ponerlas bocabajo, y pasa su turno. Gana el juego quien consiga más cartas.

Respuesta abierta.

SOLUCIONARIO

- 38 **INVENTA.** Escribe tres ecuaciones de primer grado que tengan como solución $x = -1$.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $x + 1 = 0$

- 39 **INVENTA.** Razona cuál de estas ecuaciones tiene la misma solución que $3x - 1 = 4x + 3$. Después, crea otras tres ecuaciones equivalentes a ella.

- a) $3(x + 4) - x = 4$
- b) $x^2 - x = 1$
- c) $2(x - 1) + 3x = 4 - x$
- d) $x^2 + 7x + 12 = -(x + 4)$

La solución de la ecuación es $x = -4$, por lo que la ecuación equivalente a ella será la del apartado a):

- a) $3 \cdot (-4 + 4) - (-4) = 4$

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x = -8$

- 40 Escribe una ecuación adecuada para cada enunciado.

- a) La suma de dos números consecutivos es 43.
- b) La suma del doble de un número y su anterior es 38.
- a) $x + (x + 1) = 43$
- b) $2x + (x - 1) = 38$



ACTIVIDADES FLASH

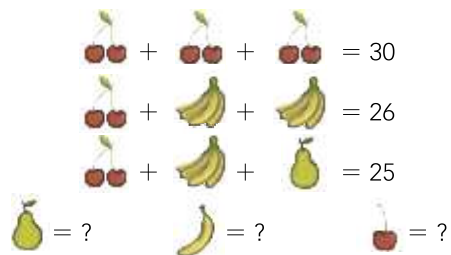
- 41 Di el valor de x en cada ecuación.

- a) $x + 1 = 5$
- b) $3 + x = 10$
- c) $x - 2 = 9$
- d) $8 - x = 2$
- e) $2x + 3 = 11$
- f) $3x - 5 = 10$
- g) $4 + 2x = 8$

h) $9 - 2x = 7$

- a) $x = 4$
- b) $x = 7$
- c) $x = 11$
- d) $x = 6$
- e) $x = 4$
- f) $x = 5$
- g) $x = 2$
- h) $x = 1$

- 42 Expresa en forma de ecuación y calcula.



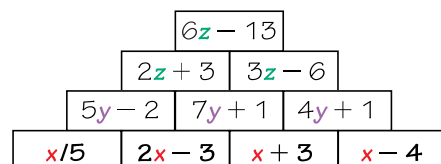
$6c = 30 \rightarrow c = 5$

$10 + 8b = 26 \rightarrow b = 2$

$10 + 8 + p = 25 \rightarrow p = 7$

Pera = 7 Banana = 2 Cereza = 5

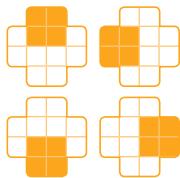
- 43 Resuelve esta pirámide, donde cada casilla es igual a la suma de las dos que tiene inmediatamente debajo. En la base encontrarás el año en el que nació Bolzano.



$z = 10, y = 2, x = 5$

Bolzano nació en 1781.

- 44 La suma de los valores de las 4 casillas que forman cada uno de los 4 cuadrados de esta cruz es 5. ¿Qué valores tienen x , y y z ?



	$x + 3$	x	
$y - 5$	$x - 2$	-4	$2x - y$
$2y$	$4 - 2y$	$z + 2$	$3z - \frac{x}{8}$
	$z + 3$	3	

$$x = \frac{8}{3}, y = \frac{16}{3}, z = \frac{11}{6}$$

- 45 **RETO.** Halla x en este cuadrado mágico, donde la suma de todas las filas, columnas y diagonales coincide.

$x - 1$	$2x - 1$	$x - 3$
$x - 2$	x	$2x - 3$
$2(x - 1)$	$-x + 6$	$x + 1$

$$x = 5$$



- 46 ¿Qué número falta para que la solución sea $x = 2$?

- a) $\square x - 2 = 10$
 b) $7x + \square = 25$
 c) $3x + 7 = \square$
 d) $2(x - 1) + 1 = \square$
 e) $3(x + 2) - 4x = \square x$
 f) $x - 3(x - \square) = 4x$
 g) $-2 + 2(\square x - 4) = 2$
 h) $3(2x - 1) = \square x + 5$
 a) $6 \rightarrow 6x - 2 = 10$
 b) $11 \rightarrow 7x + 11 = 25$

- c) $13 \rightarrow 3x + 7 = 13$
 d) $3 \rightarrow 2(x - 1) + 1 = 3$
 e) $2 \rightarrow 3(x + 2) - 4x = 2x$
 f) $4 \rightarrow x - 3(x - 4) = 4x$
 g) $3 \rightarrow -2 + 2(3x - 4) = 2$
 h) $2 \rightarrow 3(2x - 1) = 2x + 5$

- 47 Averigua el valor de las letras y resuelve el sudoku. Los números van del 1 al 9 y no pueden repetirse en la misma fila, columna o zona.

6	1	4	7	2	9	5	3	8
3	5	7	8	4	1	9	2	6
8	9	2	5	3	6	4	1	7
2	6	5	1	8	3	7	4	9
7	8	1	4	9	5	3	6	2
4	3	9	2	6	7	1	8	5
5	7	8	3	1	2	6	9	4
9	4	3	6	7	8	2	5	1
1	2	6	9	5	4	8	7	3

- a) $2 \cdot (a - 3) + 5(a - 4) = 2a - 1$
 b) $-b + 2(b - 1) = -1 - 2(b - 4)$
 c) $3c - (1 - c) = 3(2c - 1)$
 d) $d - 3(5 - d) - (d - 4) = d + 1$
 e) $-4(5 - 2e) - 3(e - 1) = 3 - 5e$
 f) $4f - 3(f - 2) + 2 = 2f$
 g) $-9(g - 5) - 2(1 - g) + 1 = 4g$
 h) $4h + 3(h - 9) = 2(h + 4)$
 a) $a = 5$
 b) $b = 3$
 c) $c = 1$
 d) $d = 6$
 e) $e = 2$
 f) $f = 8$
 g) $g = 4$
 h) $h = 7$

SOLUCIONARIO

- 48 Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis.

a) $2(x + 3) - (1 - x) = x + 1$
 b) $5(x - 1) + 3(1 - 3x) = 2(x + 2)$
 c) $3(2x + 1) - (4x - 3) = 8x + 3$
 d) $1 - 3(x + 4) - (1 - x) \cdot 2 = 3x - 1$
 e) $1 - (3 - 2x) + (5 - 6x) = 3 - 4x$
 f) $3x - 4(x + 5) - 2(3 - x) = 4(x - 5)$
 a) $2x + 6 - 1 = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow x = -2$
 b) $-4x - 2 = 2x + 4 \rightarrow$
 $\rightarrow x = -1$
 c) $6x - 4x + 3 = 8x \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{1}{2}$
 d) $1 - 3x - 12 - 2 + 2x = 3x - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow x = -3$
 e) $3 - 4x = 3 - 4x \rightarrow x \in \mathbb{R}$
 f) $3x - 4x - 6 + 2x = 4x \rightarrow$
 $\rightarrow x = -2$

- 49 **INVENTA.** Escribe, en cada caso, una ecuación.

- a) El primer miembro está compuesto por los términos $2x$, -5 , $-3x$, $+7$ y su solución es $x = 1$.
 b) Tiene un paréntesis en el primer miembro, el segundo tiene 2 términos y su solución es $x = 3$.
 c) Uno de los términos del primer miembro es $\frac{x}{2}$ y su solución es $x = 2$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $2x - 5 - 3x + 7 = 1$
 b) $(x - 3) = 2x - 6$
 c) $\frac{x}{2} + 3x = 2x + 3$



- 50 Resuelve estas ecuaciones mentalmente.

a) $\frac{x}{8} = \frac{14}{16}$
 b) $\frac{x + 1}{3} = \frac{15}{9}$
 c) $\frac{4}{3 - x} = \frac{12}{9}$
 a) $x = \frac{112}{16} = 7$
 b) $x + 1 = \frac{45}{9} = 5 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 4$
 c) $3 - x = \frac{36}{12} = 3 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 0$

- 51 ¿Qué día nació Paolo Ruffini? Resuelve las ecuaciones y sustituye las letras por su valor en esta fecha:

a b / c d / e f g h



a) $\frac{a + 1}{3} - \frac{a - 2}{5} = \frac{a}{2}$
 b) $\frac{3b + 2}{4} - \frac{5b - 1}{3} = 1 - b$
 c) $\frac{c}{3} - \frac{3c + 1}{2} = c - \frac{1}{2}$
 d) $\frac{d + 3}{6} + \frac{2d - 3}{5} = \frac{d + 1}{2}$
 e) $\frac{3e + 4}{7} \cdot 2 - \frac{e - 1}{5} = 3e - 1$
 f) $\frac{4f - 3}{5} - \frac{3f - 11}{10} = \frac{2(f - 1)}{3}$
 g) $\frac{5g}{3} - \frac{3(g - 2)}{2} = \frac{2(g + 4)}{5}$
 h) $\frac{1 - 3h}{7} - \frac{1 - h}{2} + 5 = h$

- a) $10a + 10 - 6a + 12 = 15a \rightarrow$
 $\rightarrow a = 2$
- b) $5b + 6 - 20b + 4 = 12 - 12b \rightarrow$
 $\rightarrow b = 2$
- c) $2c - 9c - 3 = 6c - 3 \rightarrow$
 $\rightarrow c = 0$
- d) $5d + 15 + 12d - 18 = 15d + 15 \rightarrow$
 $\rightarrow d = 9$
- e) $30e + 40 - 7e + 7 = 105e - 35 \rightarrow$
 $\rightarrow e = 1$
- f) $24f - 18 - 9f + 33 = 20f - 20 \rightarrow$
 $\rightarrow f = 7$
- g) $50g - 45g + 90 = 12g + 48 \rightarrow$
 $\rightarrow g = 6$
- h) $2 - 6h - 7 + 7h + 70 = 14h \rightarrow$
 $\rightarrow h = 5$

Paolo Ruffini nació el 22 de septiembre de 1765.

- 52** Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba el resultado con ayuda de la calculadora.

a) $\frac{1-3x}{2} + \frac{3(3-2x)}{6} = \frac{2(3x+2)}{3}$

b) $\frac{5-x}{2} - \frac{4-2x}{5} = \frac{-2x}{3}$

c) $\frac{5x+4}{3} - \frac{7x+4}{10} = \frac{x}{2}$

d) $\frac{2x+5}{-5} - \frac{2(4x-1)}{3} = 5-2x$

a) $21 - 63x + 54 - 36x = 84x + 56 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{19}{183}$

b) $75 - 15x - 24 + 12x = -20x \rightarrow$
 $\rightarrow x = -3$

c) $50x + 40 - 21x - 12 = 15x \rightarrow$
 $\rightarrow x = -2$

d) $-6x - 15 - 40x + 10 = 75 - 30x \rightarrow$
 $\rightarrow x = -5$

- 53** Calcula con ayuda de una ecuación.

- a) Cuatro números consecutivos tales que su suma sea 66.
- b) Dos números pares consecutivos cuya suma es 74.
- c) Tres números impares consecutivos cuya suma es 81.
- d) Un número que sumado a su triple da 60.
- e) Un número de dos cifras cuya cifra de las unidades es el doble que la de las decenas y la suma de sus dos cifras es 12.
- a) $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 66 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 15$
 Los números son 15, 16, 17 y 18.
- b) $2x + (2x+2) = 74 \rightarrow x = 18$
 Los números son 36 y 38.
- c) $(2x-1) + (2x+1) + (2x+3) = 81 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 13$
 Los números son 25, 27 y 29.
- d) $x + 3x = 60 \rightarrow x = 15$
 El número es 15.
- e) $x + 2x = 12 \rightarrow x = 4$
 El número es 48.

- 54** **RETO.** ¿Se puede escribir cualquier número de 3 cifras, con todas sus cifras iguales, como suma de tres números consecutivos? ¿Y de 4 cifras?

Cualquier número con sus tres cifras iguales se puede escribir como suma de tres números consecutivos, ya que el número de 3 cifras iguales lo podemos escribir como $111n$ con $1 \leq n \leq 9$. La suma de tres números consecutivos podemos expresarla como:
 $x + (x+1) + (x+2) = 3x + 3 = 3(x+1)$.
 Para cada n , $111n = 3(x+1)$, por lo que $111n$ debe ser divisible por 3 y lo es para todo $1 \leq n \leq 9$.

SOLUCIONARIO

Sin embargo, un número con sus cuatro cifras iguales no siempre se puede escribir como suma de cuatro números consecutivos, ya que el número de 4 cifras iguales lo podemos escribir como $1111n$ con $1 \leq n \leq 9$.

La suma de tres números consecutivos podemos expresarla como:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 3x + 3 = 3(x + 1).$$

Para cada n , $1111n = 3(x + 1)$, por lo que $1111n$ debe ser divisible por 3 y solo lo es para los números $n = 3, 6$ y 9 .

- 55 RETO.** Observa y calcula el valor de **JUANA**.

$$\text{JOAN} = 19$$

$$\text{JUAN} = 18$$

$$\text{JOANA} = 22$$

$$\text{JUANA} = ?$$

$$\text{JUANA} = 18 + 3 = 21$$

Ecuaciones de segundo grado



ACTIVIDADES FLASH

- 56** Resuelve mentalmente estas ecuaciones.

a) $x^2 - 36 = 0$

b) $x^2 - 49 = 0$

c) $x^2 + 81 = 0$

d) $x^2 - 4 = 0$

e) $x^2 - 64 = 0$

f) $x^2 + 100 = 0$

a) $x_1 = 6, x_2 = -6$

b) $x_1 = 7, x_2 = -7$

c) No tiene solución.

d) $x_1 = 2, x_2 = -2$

e) $x_1 = 8, x_2 = -8$

f) No tiene solución.

ACTIVIDADES FLASH

- 57** Halla los valores de x en estas ecuaciones.

a) $x^2 = 6x$

d) $x^2 - 8x = 0$

b) $x^2 = -9x$

e) $x^2 - 11x = 0$

c) $x^2 = 10x$

f) $x^2 + 20x = 0$

a) $x_1 = 0, x_2 = 6$

b) $x_1 = 0, x_2 = -9$

c) $x_1 = 0, x_2 = 10$

d) $x_1 = 0, x_2 = 8$

e) $x_1 = 0, x_2 = 11$

f) $x_1 = 0, x_2 = -20$

- 58** Resuelve estas ecuaciones factorizadas.

a) $(x - 2)(x - 3) = 0$

b) $(x - 8)(x - 1) = 0$

c) $(x + 1)(x - 4) = 0$

d) $(x + 2)(x + 3) = 0$

a) $x_1 = 2, x_2 = 3$

b) $x_1 = 8, x_2 = 1$

c) $x_1 = -1, x_2 = 4$

d) $x_1 = -2, x_2 = -3$

- 59** Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba los resultados con la calculadora.



a) $x^2 + x - 12 = 0$

b) $x^2 - 4x - 5 = 0$

c) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

d) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

e) $4x^2 - 2x - 2 = 0$

f) $7x^2 + 12x - 4 = 0$

g) $6x^2 + 13x - 5 = 0$

h) $6x^2 - 13x + 6 = 0$

a) $x_1 = 3, x_2 = -4$

b) $x_1 = 5, x_2 = -1$

c) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -3$

d) $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}$

e) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{2}$

f) $x_1 = \frac{2}{7}, x_2 = -2$

g) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -\frac{5}{2}$

h) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{2}{3}$

60 Di, sin resolverlas, cuántas soluciones tienen estas ecuaciones de segundo grado.

a) $4x^2 - 12x + 5 = 0$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

c) $2x^2 + 3x + 4 = 0$

d) $3x^2 - 8x + 5 = 0$

e) $-x^2 + 2x - 6 = 0$

f) $-2x^2 + 3x + 3 = 0$

g) $25x^2 - 20x + 4 = 0$

h) $x^2 + 5x + 7 = 0$

a) $\Delta = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 > 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Dos soluciones

b) $\Delta = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Una única solución

c) $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 < 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Sin solución

d) $\Delta = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 > 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Dos soluciones

e) $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) < 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Sin solución

f) $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) > 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Dos soluciones

g) $\Delta = (-20)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 4 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Una única solución

h) $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 < 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Sin solución

61 Estudia si estas ecuaciones son equivalentes.

$2x + 3x - 5 = 4x + 1 \quad (x - 5)^2 = 1$

No son equivalentes porque la primera ecuación tiene como solución $x = 6$, y la segunda, $x_1 = 4, x_2 = 6$.

62 Resuelve estas ecuaciones incompletas.

a) $7x^2 = 28$

b) $x^2 + 21 = 102$

c) $x^2 - 1 = 63$

d) $4x^2 - 576 = 0$

e) $2x^2 + 28 = 100$

f) $5x^2 - 2 = 3x^2$

g) $8x^2 - 20 = 3x^2$

h) $x^2 + 1 = \frac{13}{4}$

a) $x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

b) $x^2 = 81 \rightarrow x = \pm 9$

c) $x^2 = 64 \rightarrow x = \pm 8$

d) $x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$

e) $x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6$

f) $2x^2 = 2 \rightarrow x = \pm 1$

g) $5x^2 = 20 \rightarrow x = \pm 2$

h) $x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \pm \frac{3}{2}$

63 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $(2x - 3)(3x - 4) = 0$

b) $(4x - 1)(5x + 3) = 0$

c) $(3x - 2)(2x + 3) = 0$

d) $(-2x + 1)(2x - 1) = 0$

e) $(7x + 6)(5x + 4) = 0$

f) $(-3x - 2)(-2x + 5) = 0$

SOLUCIONARIO

- a) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{4}{3}$
 b) $x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = -\frac{3}{5}$
 c) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -\frac{3}{2}$
 d) $x = \frac{1}{2}$
 e) $x_1 = -\frac{6}{7}, x_2 = -\frac{4}{5}$
 f) $x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = \frac{5}{2}$

64 INVESTIGA. ¿Una ecuación de primer grado puede tener las mismas soluciones que una de segundo grado? Si tu respuesta es afirmativa, pon un ejemplo.

Sí, si la ecuación de segundo grado tiene una única solución doble, es decir, $\Delta = b^2 - 4ac = 0$.

Por ejemplo: $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $y x + 2 = 0$

65 Calcula x para que este cuadrado sea mágico (la suma de todas las filas, columnas y diagonales coincide).

$x + 1$	x^2	$x - 1$
x	$x + 2$	$x^2 - 2$
$x^2 - 1$	$x - 2$	$2x$

Iguamos la suma de los términos de la primera fila con la de los de la última columna.

$$x^2 + 2x = x^2 + 3x - 3 \rightarrow x = 3$$

66 JUEGO. Cada participante dirá un número entero. El otro debe completar estas dos ecuaciones para que el número sea solución.

$$x^2 + \square \cdot x = 0 \quad x^2 + \square = 0$$

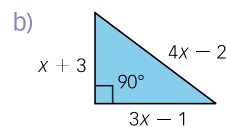
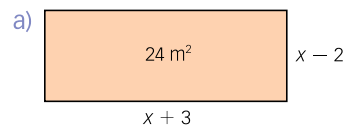
Respuesta abierta. Por ejemplo:

Si el jugador dice el número a :

$$x^2 + (-a) \cdot x = 0 \rightarrow x(x - a) = 0 \rightarrow \rightarrow \text{Solución: } a$$

$$x^2 + (-a^2) = 0 \rightarrow x^2 = a^2 \rightarrow \rightarrow x = \pm a \rightarrow \text{Solución: } a$$

67 Calcula x en cada caso.



a) $(x - 2)(x + 3) = 24 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + x - 6 = 24 \rightarrow$

$$\rightarrow x_1 = -6, x_2 = 5 \rightarrow x = 5 \text{ m}$$

b) $(4x - 2)^2 = (x + 3)^2 + (3x - 1)^2 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x^2 - 8x - 3 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 3 \rightarrow x = 3$$

No puede ser $x = -\frac{1}{3}$, ya que la medida de la base sería negativa:

$$3\left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -2.$$

Cómo se resuelven ecuaciones de segundo grado con paréntesis y denominadores

68 Resuelve

$$\frac{(x+1)^2}{9} - (x-2) =$$

$$= \frac{3-x}{3} + \frac{x^2}{6}.$$

Resuelta en el libro de texto.

69 Resuelve las siguientes ecuaciones.

...

a) $\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{14x-5}{6} = \frac{11}{6}$

b) $\frac{(x-2)^2}{2} - (x+1) =$
 $= \frac{(x+2)^2 - 2}{3} - \frac{23x}{6}$

a) $2x^2 - 8x + 8 + 14x - 5 = 11 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x_1 = -4, x_2 = 1$

b) $3x^2 - 12x + 12 - 6x - 6 =$
 $= 2x^2 + 8x + 4 - 23x \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$

70 **INVENTA.** Escribe, en cada caso, una ecuación de segundo grado que cumpla estas condiciones.

...

- a) Tiene como solución única $x = 2$.
 b) Una de sus soluciones es $x = -1$, el término independiente es -3 y el coeficiente de x^2 es 1.
 c) No tiene solución, es incompleta y el coeficiente de x^2 es 2.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $(x-2)^2 = 0$

b) $x^2 - 2x - 3 = 0$

c) $2x^2 + 2 = 0$

71 **JUEGO.** Elaborad 12 cartas con estas ecuaciones.

...



$2x^2 = 50$	$x^2 + x = 2$	$x(x-2) = -1$
$3x^2 = -9x$	$x^2 - x = 2$	$x(x+1) = 6$
$2x^2 = 8$	$x^2 + 10 = 7x$	$x(x-3) = 10$
$3x^2 = 6x$	$x^2 + 6 = 7x$	$x(x+2) = 15$

En cada turno, una persona saca una carta, resuelve la ecuación y mueve su ficha en el tablero tantas casillas como marque una de sus soluciones, eligiendo la solución que le interese.



La escalera sirve para avanzar; sin embargo, la cabeza de la serpiente te desliza hasta la cola. Gana quien primero llegue a la meta.

$2x^2 = 50 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -5$

$3x^2 = -9x \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3$

$2x^2 = 8 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$

$3x^2 = 6x \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$

$x^2 + x = 2 \rightarrow x_1 = -2, x_2 = 1$

$x^2 - x = 2 \rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$

$x^2 + 10x = 7x \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3$

$x^2 + 6 = 7x \rightarrow x_1 = 1, x_2 = 6$

$x(x-2) = -1 \rightarrow x = 1$

$x(x+1) = 6 \rightarrow x_1 = -3, x_2 = 2$

$x(x-3) = 10 \rightarrow x_1 = -2, x_2 = 5$

$x(x+2) = 15 \rightarrow x_1 = -5, x_2 = 3$

Respuesta abierta.

72 **INVESTIGA.** Da valores a a y b para que la ecuación $ax^2 + bx - 16 = 0$ tenga dos soluciones diferentes. Busca otros valores de a y b para que tenga una única solución y otros para que no tenga solución.

...

$\Delta = b^2 - 4a(-16) = b^2 + 64a$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Si $a = 1$ y $b = 0 \rightarrow$ Dos soluciones:

$x_1 = 4, x_2 = -4$

Si $a = -1$ y $b = 8 \rightarrow$ Una única solución: $x_1 = 4$

Si $a = -1$ y $b = -1 \rightarrow$ Sin solución

SOLUCIONARIO

- 73 RETO.** ¿Cómo hallarías las soluciones de esta ecuación?

$$(x^2 - 5x + 5)^{x^2 + 4x - 60} = 1$$

Como $n^0 = 1$, siendo n un número entero distinto de 0:

$$x^2 + 4x - 60 = 0 \rightarrow x_1 = -10, x_2 = 6$$

$$\text{Si } x_1 = -10 \rightarrow$$

$$\rightarrow n = (-10)^2 - 5(-10) + 5 = 155 \neq 0$$

$$\text{Si } x_2 = 6 \rightarrow$$

$$\rightarrow n = 6^2 - 5 \cdot 6 + 5 = 11 \neq 0$$

Además, como $1^n = 1$:

$$x^2 - 5x + 5 = 1 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = 4$$

Las soluciones de la ecuación son

$$x_1 = -10, x_2 = 1, x_3 = 4, x_4 = 6.$$

Ecuaciones de grado superior a 2

- 74** Resuelve estas ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 - 8x^2 + 15 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

d) $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$

e) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$

f) $x^4 - 9 = 0$

a) $t = x^2 \rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow t_1 = 3, t_2 = 5 \rightarrow x_1 = \sqrt{3},$
 $x_2 = -\sqrt{3}, x_3 = \sqrt{5}, x_4 = -\sqrt{5}$

b) $t = x^2 \rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow t_1 = 1, t_2 = 4 \rightarrow$
 $\rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = -2$

c) Puesto que el miembro izquierdo es siempre positivo $\rightarrow$ Sin solución

d) $t = x^2 \rightarrow t^2 - 24t - 25 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow t_1 = -1, t_2 = 25 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -5$

e) Puesto que el miembro izquierdo es siempre positivo $\rightarrow$ Sin solución

f) $x^4 = 9 \rightarrow x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3}$

- 75** Calcula los valores de x que cumplan estas igualdades.

a) $x^2 + 2x^3 - 8x^2 = 0$

b) $x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$

c) $2x^3 - 3x = 2x + x^3$

d) $2x^3 - 11x^2 + 12x = 0$

e) $x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0$

f) $x^4 - 2x^3 + 3 = -x^3 + 3$

a) $x^2(1 + 2x - 8) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{2}$

b) $x^2(x^2 - 2x + 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$

c) $x(x^2 - 5) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\sqrt{5}, x_3 = \sqrt{5}$

d) $x(2x^2 - 11x + 12) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}, x_3 = 4$

e) $(x - 4)(x^2 - 4) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 4$

f) $x^3(x - 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$

- 76 INVENTA.** Escribe una ecuación de grado cuatro con soluciones $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3, x_4 = -4$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = 0$$



- 77 INVESTIGA.** Al igual que existe una fórmula para resolver ecuaciones de segundo grado, investiga si existe otra para ecuaciones de tercer grado; en caso afirmativo, discute si es fácil de usar.

Existe una fórmula para resolver ecuaciones de tercer grado.

Respuesta abierta.

- 78** Halla con ayuda de una ecuación.

- a) Tres números enteros consecutivos tales que su producto es -60 .

b) Dos números naturales pares consecutivos tales que su producto es 168.

c) Tres números enteros impares consecutivos tales que su producto es -105 .

a) $x(x+1)(x+2) = -60 \rightarrow$
 $\rightarrow x^3 + 3x^2 + 2x = -60 \rightarrow x = -5 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Los números son $-5, -4$ y -3 .

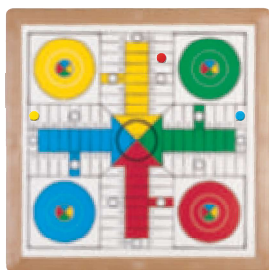
b) $2x(2x+1) = 168 \rightarrow x = 6 \rightarrow$
 $\rightarrow$ Los números son 12 y 14.

c) $(2x-1)(2x+1)(2x+3) = -105 \rightarrow$
 $\rightarrow x = -3 \rightarrow$ Los números son $-7,$
 -5 y -3 .

2. Formula una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones

79 Escribe en forma de ecuación y contesta.

•••



a) La ficha amarilla estaba en la casilla 41 y en tres tiradas llega a la 50. Si ha sacado la misma puntuación las tres veces, ¿qué número sacó?

b) La ficha roja estaba en la casilla 19 hace tres tiradas y ahora está en la 31. En la primera tirada sacó un 2 y en las otras dos sacó el mismo número. ¿Qué puntuación obtuvo en las dos tiradas?

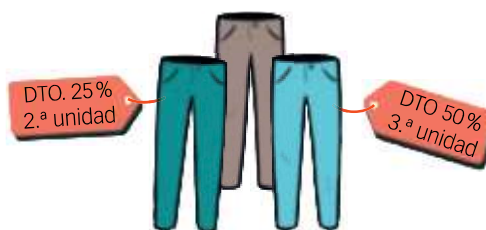
c) La ficha azul estaba en la casilla 11 hace dos tiradas. ¿Cuáles han podido ser las puntuaciones que ha obtenido en las dos tiradas?

$$a) x = \frac{50 - 41}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$b) 31 = 19 + 2 + 2x \rightarrow x = \frac{10}{2} = 5$$

c) Como ahora está en la casilla 18 y $18 - 11 = 7$ hay tres posibilidades: 1 y 6, 2 y 5 o 3 y 4.

80 Laura paga 67,50 € por estos tres pantalones. ¿Cuánto cuesta cada uno? ¿Cuánto costarían dos?



$$67,50 = x + 0,75x + 0,5x \rightarrow x = \frac{67,5}{2,25} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 30$$

El pantalón cuesta 30 € sin descuento.

El pantalón cuesta 22,50 € con un 25 % de descuento.

El pantalón cuesta 15 € con un 50 % de descuento.

Dos pantalones costarían:
 $30 + 22,5 = 52,50$ €.

81 Una ruta de senderismo larga se ha planeado hacer en 15 etapas de la misma distancia. Hoy han terminado la séptima etapa, pero aún les quedan 12 km para llegar a la mitad de la ruta. ¿Qué longitud tiene la ruta?

$$7 \cdot \frac{x}{15} + 12 = \frac{x}{2} \rightarrow 14x + 360 = 15x \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 360$$

La ruta tiene 360 km.

82 Raquel y Silvia hacen el descenso del Sella en canoa. Antes de parar a tomar el bocadillo, han recorrido la mitad del

SOLUCIONARIO

camino que quieren hacer y, después, recorren otros $\frac{2}{5}$. Si aún les faltan 2 km para llegar a su destino, ¿qué distancia van a recorrer en total?

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} + \frac{2}{5}x + 2 &= x \rightarrow \\ \rightarrow 9x + 20 &= 10x \rightarrow x = 20 \\ \text{Van a recorrer 20 km en total.}\end{aligned}$$

- 83 Una receta de pollo con verduras lleva la mitad de pollo, un décimo de cebolla y el resto se reparte a partes iguales entre calabacín y pimiento. Jesús, según la receta, ha necesitado 200 g de calabacín. ¿Cuánto pollo ha usado?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$$

Como el calabacín y el pimiento se reparten a partes iguales, $\frac{2}{10}$ de la receta equivale a 200 g. Por lo tanto:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{10} \rightarrow 200 \text{ g} \\ \frac{1}{2} \rightarrow x \text{ g} \end{array} \right\} \rightarrow x = 500 \text{ g}$$

Se han usado 500 g de pollo.

- 84 En el viaje de fin de curso de Bachillerato, los estudiantes visitan Viena, Praga y Budapest. La tercera parte del viaje la emplean en visitar Viena. De los días que les quedan, la mitad la dedican a ver Praga y el resto a Budapest. Si están 4 días en Budapest, ¿cuántos días dura el viaje? ¿Cuántos días están en cada sitio?

Sea x el n.º de días que dura el viaje.

$$\text{Viena: } \frac{1}{3}x \quad \text{Praga: } \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}x$$

$$\text{Budapest: } \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}x = 4 \text{ días} \rightarrow x = 12$$

El viaje dura 12 días, 4 en cada lugar.

- 85 Una piscina tiene 135 m³ de capacidad. Su largo es el triple que su profundidad y su ancho tiene 4 m menos que su largo. ¿Cuáles son sus dimensiones?

$$\begin{aligned}x \cdot 3x \cdot (3x - 4) &= 135 \text{ m}^3 \rightarrow \\ \rightarrow 9x^3 - 12x^2 &= 135 \rightarrow x = 3\end{aligned}$$

Tiene 3 m de profundidad, 9 m de largo y 5 m de ancho.

Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 6, agua limpia y saneamiento.

- 86 Reparte el número 20 en dos partes de forma que la suma de sus cuadrados valga 202.

$$\begin{aligned}x^2 + (20 - x)^2 &= 202 \rightarrow \\ \rightarrow x^2 - 20x + 99 &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow x_1 = 11, x_2 = 9 \rightarrow 20 &= 11 + 9\end{aligned}$$

- 87 Un cine tiene igual número de filas que de butacas por fila. La propietaria decide remodelarlo quitando una butaca por fila y tres filas. Después de la remodelación, el número de butacas es de 323.

- a) ¿Cuántas filas tenía el cine antes del cambio?
b) ¿Cuántas butacas hay ahora en cada fila?

$$\begin{aligned}a) \quad x^2 - x - 3(x - 1) &= 323 \rightarrow \\ \rightarrow x^2 - 4x - 320 &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow x_1 = -16, x_2 &= 20\end{aligned}$$

El cine tenía 20 filas antes del cambio.

- b) Ahora hay 17 filas con 19 butacas cada una.

88 MATEMÁTICAS Y... ECONOMÍA.

- La producción de vehículos en España se situó en el mes de mayo en 312 824 unidades, lo que supone un 6,27 % más en comparación con el mismo mes del año pasado. ¿Cuántos se fabricaron en mayo del año pasado?

$$10627x = 312824 \rightarrow x = 294367,18$$

Se fabricaron 294 367 coches.

- 89 **INVENTA.** Escribe un problema que se resuelva utilizando cada ecuación.

a) $2x + 5 = 17$

b) $(x + 1)(x + 2)x = 210$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) Quiero escalar una pared de 17 m donde los dos primeros tramos miden lo mismo y el tercer tramo mide 5 m. ¿Cuánto mide el primer tramo?

- b) Calcula 3 números enteros consecutivos cuyo producto sea 210.

90 **MATEMÁTICAS Y... CONSUMO.**



Por solo 318 € al mes.

36 cuotas a un 6% de interés.

Cuota de entrada: 5 472 €.

¿Cuánto vale el coche en total?

$$0,94 \cdot 318 = 298,92$$

$$298,92 \cdot 36 + 5472 = 16233,12$$

El coche vale 16 233,12 €.

- 92 ¿Qué edad tengo ahora si dentro de 12 años tendré el triple de la edad que tenía hace 6 años?

$$x + 12 = 3(x - 6) \rightarrow 30x = 2 \rightarrow x = 15$$

Ahora tengo 15 años.

- 93 Miguel tiene 4 años más que su primo Ignacio y, dentro de 3 años, entre los dos sumarán 20 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?

$$x + 3 + (4 + x + 3) = 20 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$

Ignacio tiene 5 años y Miguel tiene 9.

- 94 Cuando Amaia nació, Laura tenía 24 años.

- a) ¿Cuántos años tiene Amaia, si ahora Laura tiene el cuádruple de su edad?
b) ¿Dentro de cuántos años tendrá el triple de su edad?

a) $24 + x = 4x \rightarrow x = 8$

Amaia tiene 8 años y Laura 32.

b) $3(8 + x) = 32 + x \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$

Laura tendrá el triple de edad que Amaia dentro de cuatro años.



Cómo se resuelven problemas de edades

- 91 Ana tiene ahora 12 años más que su primo Luis. Dentro de 2 años, la edad de Ana será el triple de la edad que tenga su primo. ¿Qué edades tienen Ana y Luis ahora?

Resuelta en el libro de texto.



Cómo se resuelven problemas de movimiento

- 95 Un coche sale de Torla hacia Seto a 120 km/h y una furgoneta sale en dirección contraria, a la misma hora, a 80 km/h. Torla y Seto distan 400 km. ¿A qué distancia de Torla se cruzan?

Resuelta en el libro de texto.

SOLUCIONARIO

- 96 Las estaciones de AVE de Madrid y Valencia están a 397 km. Un AVE sale de Madrid a Valencia a las 6:37 h a 233 km/h, y otro sale de Valencia a Madrid a las 6:30 h a 212 km/h. ¿Dónde se encontrarán?

Sea x el tiempo transcurrido hasta el encuentro, en horas.

$$233x + 212\left(x + \frac{7}{60}\right) = 397 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{372,27}{445} = 0,84 \text{ h} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,84 \cdot 60 = 50,20 \text{ min}$$

$$233 \cdot 0,84 = 194,92$$

Se encuentran pasados 53,4 min y estarán 194,92 km de Madrid.

Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 9, industria, innovación e infraestructura.

FAKE NEWS

¡Debería haber aguantado!

Probamos una nueva funda para el *smartphone*. Su publicidad en diversos medios de comunicación y redes sociales asegura una protección total para caídas de menos de 1,5 m de altura.

Funda protectora

Protege completamente para velocidades de choque inferiores a 5 m/s.

Velocidad en caída libre

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot d$$

v = velocidad en m/s

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

d = distancia en m

Y tú, ¿qué opinas?

A una altura de 1,5 m la velocidad a la que choca es $\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = 5,42 \text{ m/s} > 5 \text{ m/s}$.

La funda protectora no protege a una altura de 1,5 m. Por lo tanto, la publicidad es falsa.

PROBLEMAS APARENTEMENTE DISTINTOS

- 97 Escribe en lenguaje algebraico.
a) La decimoctava parte de un número.

b) La treintava parte de la suma de un número más 14 unidades.

Escribe y resuelve la ecuación que resulta de igualar las expresiones algebraicas de los apartados a) y b).

a) $\frac{x}{18}$

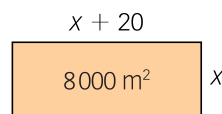
b) $\frac{x + 14}{30}$

$$\frac{x}{18} = \frac{x + 14}{30} \rightarrow x = 21$$

- 98 Hermi y Úrsula van a hacer el Camino de Santiago, en total 780 km. Hermi va a hacerlo andando en 30 etapas. Úrsula lo hará en bicicleta en 18 días. Hermi empieza a andar el día 1 de agosto, y Úrsula comienza dos semanas después. ¿Cuándo alcanzará Úrsula a Hermi?

No lo alcanza nunca. Úrsula llega 2 días después de que Hermi acabe.

- 99 Observa el siguiente rectángulo y calcula su perímetro.



$$(x + 20) \cdot x = 8000 \text{ m}^2 \rightarrow x = 80 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 80 \cdot 2 + 100 \cdot 2 = 360 \text{ m}$$

- 100 Se quiere vallar un campo rectangular de 8000 m². Este campo mide 20 m más de largo que de ancho. ¿Cuántos metros de alambre se necesitan?

$$(x + 20) \cdot x = 8000 \rightarrow x = 80$$

$$\text{Perímetro} = 80 \cdot 2 + 100 \cdot 2 = 360 \text{ m}$$

Se necesitan 360 m de alambre.

101 Dada esta ecuación:

$$(x - 1)(x + 1)x = 24.$$

- a) ¿Cuál es su grado?
 b) ¿Puedes encontrar su solución?
 Explica cómo lo haces.

a) Grado 3

b) Desarrollamos la ecuación y la resolvemos:

$$x^3 - x = 24 \rightarrow 3^3 - 3 = 24 \rightarrow x = 3$$

102 Para una misión humanitaria se han utilizado contenedores de comida de 24 m^3 . Miden 1 m menos de alto que de ancho, y de largo, 1 m más que de ancho. Indica sus medidas.

$$(x - 1)(x + 1)x = 24 \rightarrow x^3 - x = 24 \rightarrow 3^3 - 3 = 24 \rightarrow x = 3$$

Miden 3 m de ancho, 4 m de largo y 2 m de alto.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1 Comenzamos a contar

Es importante tener acotados los gastos para poder hacerles frente. El tiempo de actividad diaria que se ha establecido es de 12 horas. Eso quiere decir que se necesita tener disponibles todos los vehículos, furgoneta y bicicletas, durante ese tiempo.

- Expresa algebraicamente, en función del número de bicicletas, el gasto inicial en la compra de vehículos.
- ¿Cuántos conductores o conductoras se necesitan para la furgoneta si tiene que estar activa durante toda la jornada laboral? ¿Y por cada bicicleta?
- Escribe, en función del número de bicicletas, el gasto mensual en conductores o conductoras.

Sea x el número de bicicletas.

- $26000 + 5500x$.

- Se necesitan 2 conductores o conductoras para la furgoneta y 3 para cada bicicleta.
- $2 \cdot 2000 + 3 \cdot 1000x = 4000 + 3000x$.

2 Suma y sigue

Pero aún hay más gastos. Necesitamos también personal en la oficina para que organice toda la labor logística de quienes conduzcan: selección de itinerarios, organización de paquetes, recepción de clientes... Y luego queda el alquiler y el mantenimiento de los vehículos, ¡que también es un gasto al mes!

- ¿Cuánto dinero gasta la empresa en personal administrativo?
- Escribe una expresión algebraica que, en función del número de bicicletas, muestre el gasto total mensual de la empresa: coste de personal, de alquiler y mantenimiento de vehículos.

Sea x el número de bicicletas.

- $2 \cdot 2600 = 5200$
 Gasta 5200 € mensuales en personal administrativo.
- $4000 + 3000x + 5200 + 2500 = 11700 + 3000x$.

3 Cuadrando gastos

Según el plan de viabilidad que nos han hecho, la facturación de la furgoneta cubrirá los gastos del préstamo a partir del segundo año. ¡Una preocupación menos!

- ¿Cuánto factura la furgoneta mensualmente?

Además, por nuestra experiencia después del primer año, cada bicicleta recauda unos 6900 € al mes hasta un máximo de 5 bicicletas; después, la recaudación baja y no merece la pena tener más bicicletas.