

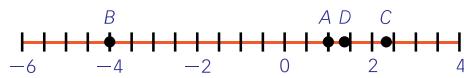
¿En cuál de los dos es más acertada la aproximación?

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1,23 y 3,53. En ambos el error absoluto es 0,03. El error relativo en uno es 0,024 y en el otro 0,0085. La aproximación es más acertada en el segundo porque el error relativo es menor.

- 57** Representa los puntos -6 y 4 en una recta numérica. Indica un punto que pertenezca al intervalo de extremos -6 y 4 tal que sea:
- Natural.
 - Entero negativo.
 - Decimal periódico.
 - Irracional.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- $A = 1$
- $B = -4$
- $C = \frac{7}{3}$
- $D = \sqrt{2}$



- 58** Representa los siguientes intervalos e indica dos puntos que pertenezcan a ellos en cada caso.
- $[2; 5]$
 - $[3; 3,1)$
 - $(-2; 0,3]$
 - $[-5; -4,9)$



Respuesta abierta. Por ejemplo: 2 y 5.



Respuesta abierta. Por ejemplo: 3,02 y 3.



Respuesta abierta. Por ejemplo: 0 y 0,3.



Respuesta abierta. Por ejemplo: -5 y $-4,92$.

- 59** Escribe el intervalo que se ha representado en cada caso.

a)



b)



a) $[-6, -1)$

b) $(-2, 3]$

- 60 REFLEXIONA.** Dado un intervalo $[a, b)$, donde $a < b$:

- ¿Existe siempre un entero que pertenezca a él?
- ¿Y uno racional?
- ¿Y uno irracional?
- No. Contraejemplo: $[3,2; 3,5)$.
- Sí.
- Sí.

ACTIVIDADES FINALES

1. Calcula expresiones de números enteros y fraccionarios con potencias de exponente entero

Potencias



ACTIVIDADES FLASH

- 61** Indica en forma de potencia.

•∞ a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$

c) $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$

d) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$

a) 2^5 b) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ c) $(-6)^4$ d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$

SOLUCIONARIO



ACTIVIDADES FLASH

- 62** Expresa en forma de producto estas potencias.

a) 5^4 c) $(-2)^5$ e) $(-7,01)^3$
 b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$ f) $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
 b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
 c) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
 d) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$
 e) $(-7,01) \cdot (-7,01) \cdot (-7,01)$
 f) $\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$

- 63** Di cuál es el signo del resultado.

•○○ a) -2^3 c) $(-2,4)^3$ e) $-(-5)^2$
 b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ d) $-\left(-\frac{2}{5}\right)^3$ f) $\left(\frac{-4}{3}\right)^3$

a) Negativo. d) Positivo.
 b) Positivo. e) Negativo.
 c) Negativo. f) Negativo.

- 64** Expresa como potencia de exponente positivo.

a) $(-2)^{-1}$ c) -2^{-1} e) 6^{-5}
 b) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ d) $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ f) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-6}$

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^1$ c) $-\left(\frac{1}{2}\right)^1$ e) $\left(\frac{1}{6}\right)^5$
 b) 4^2 d) $-\left(\frac{3}{2}\right)^3$ f) $\left(\frac{3}{5}\right)^6$

- 65** Calcula estas potencias e indica su signo.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ c) $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$

b) $\left(-\frac{6}{5}\right)^2$ d) $-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$

a) $\frac{8}{27} \rightarrow$ Positivo

b) $\frac{36}{25} \rightarrow$ Positivo

c) $-\left(\frac{4}{3}\right)^4 = -\frac{256}{81} \rightarrow$
 → Negativo

d) $-(-3)^3 = -(-27) = 27 \rightarrow$
 → Positivo

- 66** Ordena estas potencias de menor a mayor.

a) $4^{-3}, 4^{-7}, 4^0, 4^{-1}, 4^5, 4^7$
 b) $(-2)^{-3}, (-2)^4, (-2)^{-2}, (-2)^0, (-2)^{-4}$

a) $4^{-7} < 4^{-3} < 4^{-1} < 4^0 < 4^5 < 4^7$
 b) $(-2)^{-3} < (-2)^{-4} < (-2)^{-2} <$
 $< (-2)^0 < (-2)^4$

- 67** ¿Quién escribió *La Galatea*? Ordena de menor a mayor las potencias con sus letras y contesta.

R	N	C	A	S
$(-2)^{-3}$	$(-2)^2$	-2^7	2	$(-2)^6$
T	E	V	E	
2^4	-2^4	2^{-2}	2^5	

$-2^7 < -2^4 < (-2)^{-3} < 2^{-2} < 2 <$
 $< (-2)^2 < 2^4 < 2^5 < (-2)^6$

CERVANTES escribió *La Galatea*.

- 68** **INVESTIGA.** ¿Puede

- 549 528 651 332 097 ser el cuadrado de algún número natural?

No es posible, porque un cuadrado solo puede acabar en las cifras 0, 1, 4, 5, 6 y 9.

- 69** Escribe como potencia de exponente positivo.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ b) 6^{-3} c) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-3}$
 a) $\left(\frac{5}{2}\right)^1$ b) $\left(\frac{1}{6}\right)^3$ c) $\left(\frac{7}{5}\right)^3$

- 70** Escribe como potencia de exponente negativo.

a) $\frac{1}{5^3}$ b) $\frac{1}{4^2}$ c) $\frac{1}{10^5}$
 a) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = 5^{-3}$
 b) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 4^{-2}$
 c) $\left(\frac{1}{10}\right)^5 = 10^{-5}$

- 71** Expresa en forma de potencia.

CÁLCULO MENTAL
••○
 a) 16 g) 10000
 b) $\frac{1}{4}$ h) $-\frac{25}{36}$
 c) 0,49 i) -1
 d) -27 j) 0,25
 e) $\frac{4}{9}$ k) $\frac{1}{81}$
 f) 1 l) -0,001

Respuesta abierta. Por ejemplo:

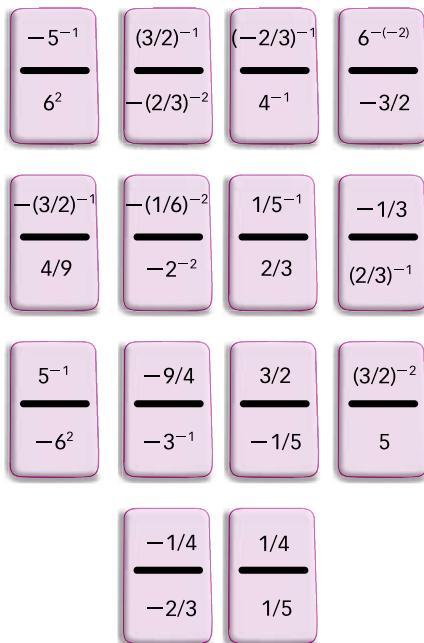
a) 4^2
 b) 4^{-1}
 c) $0,7^2$
 d) $(-3)^3$
 e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$
 f) 5^0
 g) 100^2
 h) $-\left(\frac{5}{6}\right)^2$

i) -5^0
 j) $0,5^2$
 k) $\left(\frac{1}{9}\right)^2$
 l) $(-10)^{-3}$

- 72** Corrige los errores.

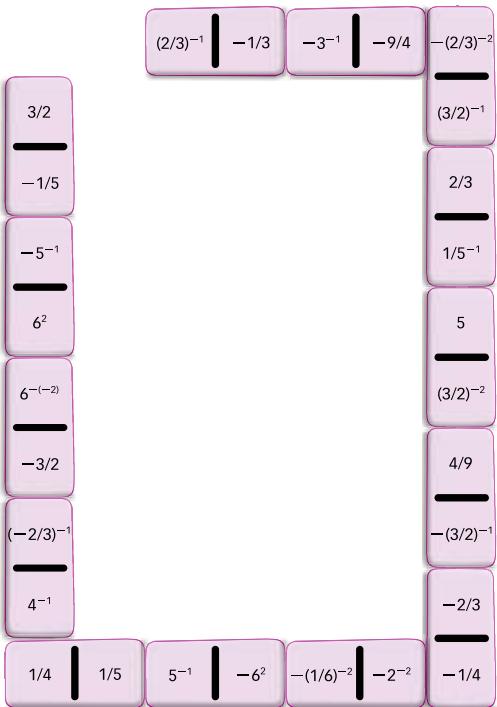
•○○
 a) $(-2)^2 = 2 \cdot (-2)$
 b) $-3^4 = 3^4$
 c) $5^{-3} = (-5)^3$
 d) $(-4)^3 = 4^3$
 a) $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2)$
 b) $(-3)^4 = 3^4$
 c) $5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$
 d) $(-4)^3 = -4^3$

- 73** **JUEGO.** Colocad las fichas de dominó de forma que se toquen los lados iguales.



SOLUCIONARIO

Después, en grupos de cuatro, elaborad 20 fichas de dominó utilizando potencias y jugad con ellas.



- 74 INVESTIGA.** Completa con el número que falta.

- a) $\square^2 = 25$ d) $\square^{-3} = 0,008$
 b) $5^\square = 0,2$ e) $\square^3 = 8$
 c) $5^\square = 0,04$ f) $2^\square = 0,5$

¿Qué relación encuentras entre 2^n y 5^{-n} ?

- a) $5^2 = 25$ o $(-5)^2 = 25$
 b) $5^{-1} = 0,2$
 c) $5^{-2} = 0,04$
 d) $5^{-3} = 0,008$
 e) $2^3 = 8$
 f) $2^{-1} = 0,5$

Los decimales no nulos de 5^{-n} son las cifras de 2^n .

- 75 JUEGO.** Cada participante elegirá una tarjeta y el otro tratará de averiguar mediante preguntas.

$-(1/2)^{-3}$	$-(1/4)^{-1}$	$(-2)^{-3}$	-2^{-2}
-2^{-3}	$(1/2)^{-3}$	$(1/4)^{-1}$	$-(1/3)^{-3}$
$-(1/3)^{-2}$	$(-3)^{-3}$	-3^{-2}	3^{-3}
$(-3)^{-2}$	$(1/3)^{-3}$	$(1/9)^{-1}$	

Podéis hacer preguntas como estas:
 ¿se puede escribir como potencia de base 2?, ¿es un número positivo?,
 ¿el exponente es par?...

Respuesta abierta.

- 76 RETO.** Un cubo de Rubik está formado por 27 cubitos pequeños ($3 \times 3 \times 3$).
 ¿Cuántos cubitos pequeños tiene una cara? ¿Y dos caras? ¿Y tres caras?
 Contesta estas preguntas para un cubo de tamaño $7 \times 7 \times 7$. ¿Y si el cubo tiene n cubitos en cada lado?

$$3 \times 3 \times 3$$

Una cara tiene 9 cubitos pequeños.

Dos caras tienen 18 cubitos si son caras opuestas y 15 cubitos en otro caso.

Tres caras tienen 21 o 19 cubitos, dependiendo de la combinación.

$$7 \times 7 \times 7$$

Una cara tiene 49 cubitos pequeños.

Dos caras tienen 98 cubitos si son caras opuestas y 91 cubitos en otro caso.

Tres caras tienen 133 o 127 cubitos, dependiendo de la combinación.

$$n \times n \times n$$

Una cara tiene n^2 cubitos pequeños.

Dos caras tienen $2 \cdot n^2$ cubitos si son

SOLUCIONARIO

- f) $35^{-4} : (-7)^{-4}$
 g) $40^{-5} : 5^{-5}$
 h) $16^6 : (-4)^6$
 i) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} : \left(-\frac{7}{2}\right)^{-3}$
 j) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}$
 a) 30^2 f) $(-5)^{-4}$
 b) 6^{-1} g) 8^{-5}
 c) 28^{-3} h) $(-4)^6$
 d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ i) $\left(-\frac{4}{49}\right)^{-3}$
 e) 1 j) $\left(-\frac{6}{30}\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$

81 Expresa en forma de una sola potencia.

- a) $(2^2)^5$ g) $\left[\left(-\frac{4}{5}\right)^7\right]^{-3}$
 b) $((-3)^5)^{-2}$ h) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right]^{-3}$
 c) $\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^2\right]^5$ i) $((-4)^9)^3$
 d) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-2}$ j) $((-3)^{-2})^{-7}$
 e) $((-7)^{-4})^6$ k) $\left[\left(-\frac{3}{7}\right)^{-2}\right]^4$
 f) $(2^{-1})^{-2}$ l) $\left[\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}\right]^{-2}\right]^5$
 a) 2^{10} e) $(-7)^{-24}$ i) $(-4)^{27}$
 b) $(-3)^{-10}$ f) 2^2 j) $(-3)^{14}$
 c) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{10}$ g) $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-21}$ k) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-8}$
 d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$ h) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ l) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{30}$



CÁLCULO MENTAL

••○

82 Realiza estas operaciones.

- a) $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ d) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)^{-1}$
 b) $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2$ e) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
 c) $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-1}$ f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
 a) $1 + 2 = 3$
 b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
 c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$
 d) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-1} = \frac{6}{5}$
 e) $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$
 f) $3 - 2^2 = 3 - 4 = -1$

83 Indica y corrige el error.

- a) $0,3^2 - 0,2^2 = (0,3 - 0,2)^2 = 0,1^2$
 b) $(0,5 + 0,1)^{-1} = 0,5^{-1} + 0,1^{-1} = 2 + 10 = 12$
 a) $0,3^2 - 0,2^2 = 0,05$
 b) $(0,5 + 0,1)^{-1} = \frac{5}{3}$

84 Completa los cuadrados mágicos multiplicativos, en los que el producto de los elementos de sus filas, columnas y diagonales coinciden.

2^0	2^5	2^{-2}
2^{-1}	2	2^3
2^4	2^{-3}	2^2

9^3	3^{-7}	3^{-8}	3^3
3^{-5}	27^0	3	9^{-1}
3^{-1}	9^{-2}	3^{-3}	3^2
9^{-3}	3^5	9^2	27^{-3}

85 Copia y completa los huecos.

••• a) $3^7 \cdot \square = 3^5$

b) $\square \cdot 3^{-1} = 30^{-1}$

c) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \square = \left(\frac{3}{20}\right)^{-2}$

d) $\square : (-4)^7 = (-4)^{-1}$

e) $6^{-5} : \square = 3^{-5}$

f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} : \square = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

a) $3^7 \cdot 3^{-2} = 3^5$

b) $10^{-1} \cdot 3^{-1} = 30^{-1}$

c) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{20}\right)^{-2}$

d) $(-4)^6 : (-4)^7 = (-4)^{-1}$

e) $6^{-5} : 2^{-5} = 3^{-5}$

f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} : \left(\frac{3}{4}\right)^{-7} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

c) $(-3)^{-3} = (-3)^{-2} \cdot 3^{-1}$

d) $4^{-3} = (-4)^{-1} \cdot (-4)^4$

a) Falsa, porque

$$9^{-1} = \frac{1}{9}.$$

b) Falsa, porque

$$(2^{-5})^{-1} = 2^6.$$

c) Falsa, porque

$$(-3)^{-2} \cdot 3^{-1} = 3^{-3}.$$

d) Falsa, porque

$$(-4)^{-1} \cdot (-4)^4 = (-4)^3.$$

88 **RETO.** Comprueba que el cubo

••• de cualquier número par es múltiplo de 8.

Sea k cualquier número par, entonces podemos escribir $k = 2 \cdot n$ y

$$k^3 = (2 \cdot n)^3 = 8 \cdot n^3.$$

86 Expresa el resultado en forma de potencia.

a) $(13^3 \cdot 13^{-1})^{-1}$

f) $(4^2)^{-3} : (4^5)^{-2}$

b) $9^{-1} \cdot (3^{-2})^2$

g) $(3^{-7} : 81^{-3})^{-2}$

c) $[(-5)^2]^{-1} \cdot 25^3$

h) $2^{-3} : (2^5 : 4^{-2})^2$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 2^{-5}$

i) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} : 3^5$

e) $\left(\frac{1}{7^5} \cdot 49^{-2}\right)^{-3}$

j) $\left[125^3 : \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^{-1}$

a) 13^{-2}

f) 4^4

b) 3^{-6}

g) 3^{-10}

c) 5^4

h) 2^{-21}

d) 2^{-9}

i) 3^{-1}

e) 7^{27}

j) 5^{-11}

87 Justifica si son ciertas o no las igualdades.

a) $9^{-1} = -9$

b) $(2^{-5})^{-1} = 2^{-6}$

Cómo se resuelven productos de potencias con bases opuestas

89 Expresa como una sola potencia: $(-3)^4 \cdot 3^2$.

Resuelta en el libro de texto.

90 Expresa como una sola potencia.

••• a) $6^5 \cdot (-6)^3$

b) $7^3 \cdot (-7)^2 \cdot 7^{-1}$

c) $(-1)^{-3} \cdot (-1)^2 \cdot 1^5$

d) $7^6 : (-7)^4$

a) -6^8

b) 7^4

c) $-1^4 = -1$

d) 7^2

SOLUCIONARIO



Cómo se resuelven operaciones con potencias

91 Resuelve: $[(-6)^3 : 4^5]^{-2}$.

Resuelta en el libro de texto.

92 Resuelve estas operaciones.

a) $[(-12)^2 \cdot 6^{-2}]^3$

b) $[18^{-1} \cdot 3^2]^{-1}$

c) $(5^2 \cdot 25^2)^3$

d) $[9^2 : (-27)^4]^4$

e) $[(-2)^{12}]^3 \cdot 8^5$

f) $(6^3 \cdot 36^2)^6$

g) $[3^{12}]^3 \cdot [(-27)^5]^2$

h) $(16^2 : 64^3)^5 \cdot 4^4$

i) $[(-50)^{-3} \cdot 20^4]^{-1}$

j) $[(-42)^4 : 14^3]^{-2}$

a) $[2^4 \cdot 3^2 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2}]^3 = 2^6$

b) $[2^{-1} \cdot 3^{-2} \cdot 3^2]^{-1} = 2$

c) $(5^2 \cdot 5^4)^3 = 5^{18}$

d) $[3^4 : (-3)^{12}]^4 = 3^{-32}$

e) 2^{51}

f) $(6^3 \cdot 6^4)^6 = 6^{42}$

g) $3^{36} \cdot (-3)^{30} = 3^{66}$

h) $(4^4 : 4^9)^5 \cdot 4^4 = 4^{-21}$

i) $[-2^{-3} \cdot 5^{-6} \cdot 2^8 \cdot 5^4]^{-1} = -2^{-5} \cdot 5^2$

j) $[3^4 \cdot 14^4 : 14^3]^{-2} = 3^{-8} \cdot 14^{-2}$

93 Efectúa las operaciones y simplifica.

a) $40^{12} : [(-4)^6]^{-6}$

b) $(-45)^{15} \cdot [(-15)^3]^{-6}$

c) $(9^2 : 27^4)^{-4} \cdot (6^{-3} \cdot 36^{-2})$

d) $\left[\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \right)^{-3} : \left(\frac{3}{2} \cdot (-4) \right) \right]^{-1}$

a) $4^{12} \cdot 10^{12} : (-4)^{-36} = 4^{48} \cdot 10^{12}$

b) $-15^{15} \cdot 3^{15} \cdot (-15)^{-18} =$
 $= (-15)^{-3} \cdot 3^{15} =$
 $= -3^{-3} \cdot 5^{-3} \cdot 3^{15} = -3^{12} \cdot 5^{-3}$

c) $(3^{-16} : 3^{-48}) \cdot (2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-4}) =$
 $= 3^{25} \cdot 2^{-7}$

d) $[1^{-3} : (-6)]^{-1} = -6$

94 Simplifica y expresa el resultado como un producto de potencias de exponente positivo.

a) $\frac{2^3 \cdot 5^4 \cdot 3^2}{3^2 \cdot 5^3 \cdot 2^4}$

b) $\frac{7^2 \cdot 5^4 \cdot 11}{11^4 \cdot 7^3 \cdot 5}$

c) $\frac{2^8 \cdot 5^3 \cdot 2^{-3} \cdot 3}{5^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot 2^2}$

a) $2^{-1} \cdot 5 \cdot 3^0 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 5$

b) $7^{-1} \cdot 5^3 \cdot 11^{-3} = \left(\frac{1}{7}\right) \cdot 5^3 \cdot \left(\frac{1}{11}\right)^3$

c) $2^3 \cdot 5^5 \cdot 3^4$

95 Descompón en factores primos cada término y simplifica el resultado expresándolo como un producto de potencias de exponente positivo.

a) $\frac{40 \cdot 12 \cdot 8}{25 \cdot 64 \cdot 18}$

b) $\frac{14 \cdot 15 \cdot 36}{50 \cdot 49 \cdot 16}$

c) $\frac{12^2 \cdot 25^{-2} \cdot 16^{-1}}{15^{-2} \cdot 20^3}$

d) $\frac{(-15)^{-3} \cdot 35^2 \cdot 49^{-1}}{243 \cdot 343 \cdot 70^{-2}}$

a) $\frac{2}{3 \cdot 5} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$

b) $\frac{3^3}{2^2 \cdot 5 \cdot 7} = 3^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7}$

c) $\frac{3^4}{5^5 \cdot 4^3} = 3^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$

$$\text{d)} -\frac{2^2 \cdot 5}{3^8 \cdot 7} = -2^2 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \frac{1}{7}$$

2. Expresa números en notación científica y opera con ellos



ACTIVIDADES FLASH

- 96** Expresa cada número como potencia de base 10.

- | | |
|------------|---------------|
| a) 1000 | d) 1 |
| b) 1000000 | e) 0,0001 |
| c) 100000 | f) 0,00000001 |
| a) 10^3 | d) 10^0 |
| b) 10^6 | e) 10^{-4} |
| c) 10^5 | f) 10^{-8} |

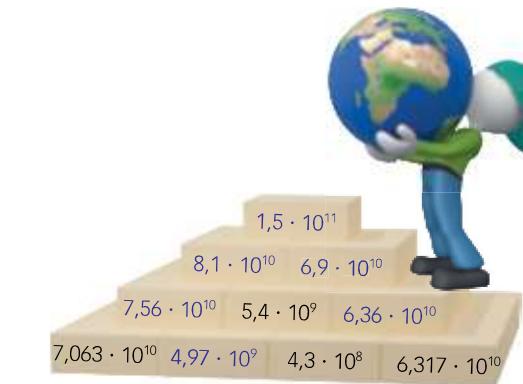
- 97** Expresa estos números en notación científica.

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) 50000 | d) $0,123 \cdot 10^4$ |
| b) 123,7 | e) $453,2 \cdot 10^{-5}$ |
| c) $45,96 \cdot 10^5$ | f) $0,894 \cdot 10^{-1}$ |
| a) $5 \cdot 10^4$ | d) $1,23 \cdot 10^3$ |
| b) $1,237 \cdot 10^2$ | e) $4,532 \cdot 10^{-3}$ |
| c) $4,596 \cdot 10^6$ | f) $8,94 \cdot 10^{-2}$ |

- 98** Halla el resultado en notación científica.

- | | |
|----------------------|------------------------|
| a) $100 \cdot 1000$ | d) $100 \cdot 0,01$ |
| b) $1000 \cdot 1000$ | e) $0,01 \cdot 0,1$ |
| c) $10000 \cdot 0,1$ | f) $0,001 \cdot 0,001$ |
| a) $1 \cdot 10^5$ | d) $1 \cdot 10^0$ |
| b) $1 \cdot 10^6$ | e) $1 \cdot 10^{-3}$ |
| c) $1 \cdot 10^3$ | f) $1 \cdot 10^{-5}$ |

- 99** ¿Cuál es la distancia de la Tierra al Sol en metros? Cada casilla se obtiene sumando las dos que tiene debajo.



La distancia de la Tierra al Sol es $1,5 \cdot 10^{11}$ m.



- 100** **INVESTIGA.** Averigua qué es un gúgol e intenta escribirlo en tu calculadora. ¿Qué diferencia hay entre un gúgol y el número más grande que puedes escribir?

$$1 \text{ gúgol} = 10^{100}.$$

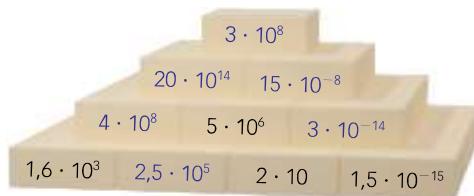
Podríamos escribir números infinitamente más grandes, como, por ejemplo, $10^{100000000}$.

- 101** Resuelve y expresa en notación científica.

- | |
|---|
| a) $41,1 \cdot 10^{-3} + 5,1 \cdot 10^{-2}$ |
| b) $5,8 \cdot 10^5 - 4,2 \cdot 10^3$ |
| c) $724 \cdot 10^{-2} - 54 \cdot 10^{-1}$ |
| d) $4,62 \cdot 10^5 \cdot 3,7 \cdot 10^2$ |
| e) $10,08 \cdot 10^3 : (7,2 \cdot 10^{-2})$ |
| f) $25,83 \cdot 10^{-1} : (4,1 \cdot 10^5)$ |
| a) $9,21 \cdot 10^{-2}$ |
| b) $5,758 \cdot 10^5$ |
| c) $1,84 \cdot 10^0 = 1,84$ |
| d) $1,7094 \cdot 10^8$ |
| e) $1,4 \cdot 10^5$ |
| f) $6,3 \cdot 10^{-6}$ |

SOLUCIONARIO

- 102** Calcula la velocidad de la luz en m/s.
 ••• Cada casilla se obtiene multiplicando las dos que tiene debajo.



La casilla de arriba contiene el resultado.
 La velocidad de la luz es $3 \cdot 10^8$ m/s.

- 103 JUEGO.** El factorial de un número, $n!$, es el producto de todos los números naturales menores o iguales que él. Así, $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$. En cada turno, una persona planteará un número factorial, y el resto tendrá que aproximarla por una potencia de 10. Ganará la potencia que más se aproxime al número.

Respuesta abierta. Por ejemplo:
 10^2 es la que mejor aproxima a $5!$.

- 104 INVESTIGA.** ¿Qué es un año luz?
 ••• Pon un ejemplo, en notación científica, de una distancia en años luz.

Un año luz es una medida de longitud empleada en astronomía, que equivale a la distancia que recorre la luz en un año, es decir, a $9,4608 \cdot 10^{12}$ km.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

El Sol se encuentra a 0,00001581 años luz de la Tierra, es decir, a $1,5181 \cdot 10^{-5}$ años luz.

3. Factoriza expresiones numéricas que contengan raíces, opera y simplifica los resultados



ACTIVIDADES FLASH

- 105** Indica cuántas raíces reales tienen estos radicales.

- a) $\sqrt{30}$
 - e) $\sqrt[4]{-16}$
 - b) $\sqrt{-6}$
 - f) $\sqrt[4]{256}$
 - c) $\sqrt[3]{81}$
 - g) $\sqrt[5]{55}$
 - d) $\sqrt[3]{-27}$
 - h) $\sqrt[7]{-80}$
- a) Dos.
 - e) Ninguna.
 - b) Ninguna.
 - f) Dos.
 - c) Una.
 - g) Una.
 - d) Una.
 - h) Una.

- 106** Di el resultado de estas operaciones.

- a) $2\sqrt[5]{6} + 5\sqrt[5]{6}$
- b) $\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$
- c) $\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2}$
- d) $7\sqrt[3]{4} \cdot 2\sqrt[3]{5}$
- e) $(5\sqrt{6}) : (\sqrt{2})$
- f) $(10\sqrt[4]{32}) : (5\sqrt[4]{8})$
- a) $7\sqrt[5]{6}$
- b) $-\sqrt{5}$
- c) 0
- d) $14\sqrt[3]{20}$
- e) $5\sqrt{3}$
- f) $2\sqrt[4]{4}$

- 107 INVESTIGA.** ¿Cuánto tiene que valer a para que $\sqrt{a} < a$? ¿Y para que $\sqrt{a} > a$?

Para que $\sqrt{a} < a$, a debe ser un número mayor que 1.

Para que $\sqrt{a} > a$, a debe ser un número mayor que 0 y menor que 1.



Cómo se resuelven operaciones combinadas con potencias y raíces

108 Resuelve esta operación.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - 0,3 + \sqrt{9,61} - 2^2$$

Resuelta en el libro de texto.

109 Calcula el resultado de estas operaciones.

a) $52 - 0,6 \cdot \sqrt{25} + 0,4 : 0,2$

b) $\frac{4}{13} \cdot \sqrt{1,69} - 0,2^2 : \frac{1}{6} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

c) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{5^2 - 7 \cdot 3}}}$

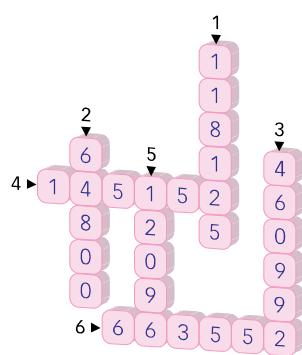
a) $52 - \frac{3}{5} \cdot 5 + \frac{2}{5} : \frac{1}{5} = 52 - 3 + 2 = 51$

b) $\frac{4}{13} \cdot \sqrt{\frac{169}{100}} - \left(\frac{1}{5}\right)^2 : \frac{1}{6} + \frac{9}{4} =$

$= \frac{2}{5} - \frac{6}{25} + \frac{9}{4} = \frac{241}{100}$

c) $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

110 Copia y completa el crucigrama. Para ello, introduce los factores dentro del radical y calcula el radicando.



HORIZONTALES:

4. $2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[4]{7} = \sqrt[4]{\square}$

6. $2^3 \cdot 3 \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{\square}$

VERTICALES:

1. $3 \cdot 5 \cdot \sqrt[3]{5 \cdot 7} = \sqrt[3]{\square}$

2. $5 \cdot 6^2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\square}$

3. $2^3 \cdot 7^2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{\square}$

5. $2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{\square}$

111 Extrae los factores que sea posible de las raíces.

a) $\sqrt{18}$ e) $\sqrt{90}$

b) $\sqrt{28}$ f) $\sqrt{150}$

c) $\sqrt{45}$ g) $\sqrt[3]{72}$

d) $\sqrt{60}$ h) $\sqrt[3]{1250}$

a) $3\sqrt{2}$ e) $3\sqrt{10}$

b) $2\sqrt{7}$ f) $5\sqrt{6}$

c) $3\sqrt{5}$ g) $2\sqrt[3]{9}$

d) $2\sqrt{15}$ h) $5\sqrt[3]{10}$

112 Extrae los factores que sea posible y simplifica.

a) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{5}{16}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{64}{81}}$

d) $\sqrt[4]{\frac{32}{243}}$

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{5}$

c) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

d) $\frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{2}{3}}$

SOLUCIONARIO

- 113** Calcula estas sumas y restas. Para ello, extrae de la raíz todos los factores que puedas.

- $2\sqrt[3]{24} + 5\sqrt[3]{81}$
- $-\sqrt[3]{16} + 6\sqrt[3]{250}$
- $3\sqrt[4]{112} - 2\sqrt[4]{567}$
- $5\sqrt[4]{3125} + 4\sqrt[4]{6480}$
- $4\sqrt[3]{3} + 15\sqrt[3]{3} = 19\sqrt[3]{3}$
- $-2\sqrt[3]{2} + 30\sqrt[3]{2} = 28\sqrt[3]{2}$
- $6\sqrt[4]{7} - 6\sqrt[4]{7} = 0$
- $25\sqrt[4]{5} + 24\sqrt[4]{5} = 49\sqrt[4]{5}$

- 114** Realiza estas operaciones.

- $3\sqrt{3} - 3\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$
- $-2\sqrt{27} + 5\sqrt{36} - \frac{2}{3}\sqrt{12} + \frac{1}{2}\sqrt{64}$
- $2\sqrt[3]{3} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{24} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{375}$
- $-3\sqrt[3]{48} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{750} - \frac{3}{8}\sqrt[3]{1296}$
- $\frac{1}{4}\sqrt[4]{32} - \frac{1}{2}\sqrt[4]{1250} + \frac{2}{5}\sqrt[4]{20\,000}$
- $3\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- $-6\sqrt{3} + 5 \cdot 6 - \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2} \cdot 8 = -\frac{22\sqrt{3}}{3} + 34$
- $2\sqrt[3]{3} - \frac{2\sqrt[3]{3}}{3} + \frac{10\sqrt[3]{3}}{3} = \frac{14\sqrt[3]{3}}{3}$
- $-6\sqrt[3]{6} + \frac{5\sqrt[3]{6}}{2} - \frac{9\sqrt[3]{6}}{4} = -\frac{23\sqrt[3]{6}}{4}$
- $\frac{\sqrt[4]{2}}{2} - \frac{5\sqrt[4]{2}}{2} + 4\sqrt[4]{2} = 2\sqrt[4]{2}$

- 115 RETO.** Si a es un número entero positivo, ¿es mayor \sqrt{a} o $\sqrt[3]{a}$? ¿Por qué?
- Si $a = 1 \rightarrow \sqrt[3]{a} = \sqrt{a}$
- Si $a > 1 \rightarrow \sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$ porque $(\sqrt{a})^3 = a^{\frac{3}{2}} > a^1 = (\sqrt[3]{a})^3$.

4. Trunca y redondea reconociendo los errores de aproximación

ACTIVIDADES FLASH

- 116** Redondea a las décimas.

- 5,64
- 18,43
- 2,008
- 1,99
- 5,6
- 18,4
- 2
- 2

- 117** Trunca a las centésimas.

- 9,876
- 5,412
- 5,999
- 2,345
- 9,87
- 5,41
- 5,99
- 2,34

- 118** Trunca y redondea con dos cifras significativas.

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| a) $\sqrt{5} + 2$ | d) $\frac{2}{3}$ |
| b) $\sqrt{17} - 4$ | e) $1,0\hat{7} + 2,13$ |
| c) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$ | f) $\frac{5}{7}$ |

- | | |
|-------------------|------------------|
| a) Truncado: 4,23 | Redondeado: 4,24 |
| b) Truncado: 0,12 | Redondeado: 0,12 |
| c) Truncado: 0,21 | Redondeado: 0,21 |
| d) Truncado: 0,66 | Redondeado: 0,67 |
| e) Truncado: 3,20 | Redondeado: 3,21 |
| f) Truncado: 0,71 | Redondeado: 0,71 |



- 119 JUEGO.** Una persona del grupo propondrá un número y los demás intentarán hallar, durante 1 minuto, un radical lo más próximo posible, sin pasarse. Ganará el participante que cometa menor error relativo.

Por ejemplo: número: 7,2.

Aproximaciones: $\sqrt{49}$, $\sqrt{51}$, $\sqrt{51,7}$...

Respuesta abierta.

- 120 INVENTA.** Escribe un número tal que:

- El redondeo y truncamiento a las décimas sea igual.

- b) Al redondearlo a las centésimas, dé como resultado 11,56 y el error absoluto cometido sea 0,003.
- c) Al truncarlo a las décimas, dé como resultado 0,7 y el error absoluto sea 0,025.
- a) Respuesta abierta. Por ejemplo: 5,3456
- b) $x = 11,56 \pm 0,003 \rightarrow x = 11,563$ o $x = 11,557$
- c) $x - 0,7 = 0,025 \rightarrow x = 0,725$

- 121** Halla el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 2 cm y 3 cm con un error absoluto menor de una centésima.

$$h^2 = 2^2 + 3^2 \rightarrow h = \sqrt{13} \rightarrow$$
 → Redondeado a las centésimas: 3,61
 $|h - 3,61| = 0,01 \rightarrow h = 3,62 \text{ cm o } 3,6 \text{ cm}$

- 122 RETO.** ¿Qué potencia de 2 es la que más se aproxima a 0,0000000001? Calcula los errores cometidos.

$$2^{-36} = 1,455 \cdot 10^{-11}$$

Error absoluto:

$$\begin{aligned} |1 \cdot 10^{-11} - 1,455 \cdot 10^{-11}| &= \\ &= 0,455 \cdot 10^{-11} = 4,55 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

Error relativo:

$$\left| \frac{0,455 \cdot 10^{-11}}{1 \cdot 10^{-11}} \right| = 0,455$$

5. Reconoce distintos tipos de números y los utiliza



ACTIVIDADES FLASH

- 123** Indica a qué conjunto pertenece cada número.
- a) $\sqrt{5}$ f) $-\frac{1}{3}$
- b) $\frac{17}{5}$ g) π

- c) $+7$ h) $\sqrt[4]{6}$
- d) $\sqrt[3]{-27}$ i) $0,6\hat{7}$
- e) $\sqrt{64}$ j) $-4,8\hat{2}$
- a) Irracional. f) Racional.
- b) Racional. g) Irracional.
- c) Natural. h) Entero.
- d) Entero. i) Racional.
- e) Natural. j) Racional.

- 124** Relaciona cada número con su intervalo.

- a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt{8} - 1$ c) $\sqrt{9} + 1$
1. $[2, 4]$ 2. $(1, 3]$ 3. $[2, 3)$
- a) $\rightarrow 3$. b) $\rightarrow 2$. c) $\rightarrow 1$.

- 125** Representa los intervalos de los números:

- a) Mayores que -2 y menores o iguales que 4 .
- b) Mayores que 3 y menores que 5 .
- c) Mayores o iguales que 0 y menores que 2 .
- a) $(-2, 4]$ b) $(3, 5)$ c) $[0, 2)$

- 126 INVENTA.** Escribe con un radical.

- a) Un número irracional.
 b) Un número decimal exacto.
 c) Un número decimal periódico puro.
 d) Un número decimal periódico mixto.

¿Puedes escribir otras raíces con distinto índice?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $\sqrt{12}$ c) $\sqrt{\frac{25}{81}}$
- b) $\sqrt{0,04}$ d) $\sqrt{\frac{25}{8100}}$

132 MATEMÁTICAS

... JOYERÍA.



La onza troy es una medida de masa usada en joyería.



Una onza de oro se paga a 1550 €.
1 onza = 31 gramos

Las balanzas tienen una precisión hasta la milésima de gramo. ¿A cuántos euros asciende el error que puede cometer una balanza?

El diamante también es muy cotizado. Su unidad de medida es el quilate, que equivale a $\frac{1}{5}$ de gramo.

Su precio es de unos 25 000 €, ¿tiene sentido utilizar la balanza anterior?

$$1 \cdot 10^{-3} \cdot 1550 : 31 = 0,05 \text{ €} \text{ es el error máximo al pesar oro.}$$

$$1 \cdot 10^{-3} \cdot 25000 : 0,2 = 125 \text{ €} \text{ es el error máximo al pesar diamantes.}$$

No tiene sentido utilizar la balanza anterior.

Esta actividad puede utilizarse para trabajar el ODS 1, fin de la pobreza.

133

MATEMÁTICAS Y... CIENCIAS.

...○○

Células macroscópicas

Se observan a simple vista. Por ejemplo, la yema de un huevo.

Células microscópicas

Para observarlas se necesita un microscopio óptico. Por ejemplo, un glóbulo rojo, de $7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Células ultramicroscópicas

Solo se pueden observar con un microscopio electrónico.

Por ejemplo, el virus de la gripe, que mide $1,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

- a) ¿Qué microscopio se necesita para observar células de estos tamaños?

$6 \cdot 10^{-4}$ $4,56 \cdot 10^{-10}$

$5 \cdot 10^{-8}$ $1,2 \cdot 10^{-4}$

$7,1 \cdot 10^{-3}$ $2,7 \cdot 10^{-5}$

- b) Una neurona humana puede llegar a medir 1 m. Si colocamos glóbulos rojos en fila, ¿cuántos se necesitan para medir como una neurona de 1 m?

a) A simple vista: $7,1 \cdot 10^{-3}$

Microscopio óptico:

$6 \cdot 10^{-4}, 1,2 \cdot 10^{-4}$ y $2,7 \cdot 10^{-5}$

Microscopio electrónico:

$5 \cdot 10^{-8}$ y $4,56 \cdot 10^{-10}$

b)
$$\frac{1}{7 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{7} \cdot 10^6 = 1,4 \cdot 10^5 \approx 142\,858$$

Se necesitan 142 858 glóbulos rojos.

FAKE NEWS

¿La energía eléctrica se evapora?

¿Sabes que un cargador enchufado, aunque no esté cargando el móvil, gasta energía?

Se estima que, en España, la mitad de los cargadores de teléfono se mantienen enchufados durante todo el día. Con esa energía que se pierde se podría cubrir el consumo eléctrico de una ciudad de 25 000 habitantes.



SOLUCIONARIO

Consumo por hora de un cargador enchufado:
 $1,5 \cdot 10^{-4}$ kWh

Consumo eléctrico medio anual por persona:
 $1,1 \cdot 10^3$ kWh

Número de teléfonos móviles en España:
 54 millones

Tiempo necesario para la recarga de un móvil:
 2 horas

No es cierto.

Energía que pierde un cargador enchufado durante todo el día:

$$24 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kW}$$

Energía que pierden la mitad de los cargadores de España al día:

$$27 \cdot 10^6 \cdot 3,6 \cdot 10^{-3} = 9,72 \cdot 10^4 \text{ kW}$$

Una ciudad de 25 000 habitantes gastaría al día:

$$\frac{2,5 \cdot 10^4 \cdot 1,1 \cdot 10^3}{365} = 0,0753 \cdot 10^3 = \\ = 7,53 \cdot 10 \text{ kW}$$

PROBLEMAS APARENTEMENTE DISTINTOS

134 Copia y completa los huecos.

a) $100 \cdot 2^3 = \square$

b) $100 \cdot 2^8 = \square$

c) $2^\square \geq \frac{100\,000}{100}$

a) $100 \cdot 2^3 = 800$

b) $100 \cdot 2^8 = 25\,600$

c) $2^{10} \geq \frac{100\,000}{100}$

135 Una población de 100 ardillas se duplica cada año hasta estabilizarse en torno a los 100 000 ejemplares.

a) ¿Cuántas ardillas habrá en 3 años?
 ¿Y en 8?

b) ¿Cuánto tardará en estabilizarse la población?

a) $100 \cdot 2^3 = 800$

$100 \cdot 2^8 = 25\,600$

En 3 años habrá 800 ardillas. En 8 años habrá 25 600 ardillas.

b) $100 \cdot 2^{10} \geq 100\,000$

Se estabilizará en 10 años.

136 Calcula y expresa el resultado en notación científica.

a) $(3 \cdot 10^5) \cdot (60 \cdot 60 \cdot 24)$

b) $365 \cdot (2,592 \cdot 10^{10})$

c) $(9,4608 \cdot 10^{12}) \cdot 4,37$

a) $2,592 \cdot 10^{10}$

b) $9,4608 \cdot 10^{12}$

c) $4,13 \cdot 10^{13}$

137 El sistema estelar más cercano al nuestro es Alfa Centauri, que está a 4,37 años luz. Un año luz es la distancia que recorre la luz, cuya velocidad es $3 \cdot 10^5$ km/s, en un año. ¿A cuántos kilómetros se encuentra?

$$[60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 3 \cdot 10^5] \cdot 4,37 = \\ = (9,4608 \cdot 10^{12}) \cdot 4,37 = 4,13 \cdot 10^{13}$$

Se encuentra a $4,13 \cdot 10^{13}$ km.

138 Los catetos de un triángulo rectángulo miden 104 m y 30 m, respectivamente.

Calcula la medida de la hipotenusa en metros.

$$h = \sqrt{104^2 + 30^2} = 108,24$$

La hipotenusa mide 108,24 m.

- 139 La Giralda de Sevilla tiene 104 m de altura, aproximadamente. A 30 m de la base, alzo la vista para observar su punto más elevado, el Giraldillo. ¿Cuántos metros habrá desde donde estoy hasta ese punto?

$$\sqrt{104^2 + 30^2} = 108,24 \text{ m}$$

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1 ¿Dónde estamos?

He decidido activar el GPS durante todo el trayecto, porque temo perderme, y así también lo puedo usar como mapa para el camino.



Las fotos y los vídeos los grabaré a la vuelta, ya que regresaremos al coche por la misma ruta. Así me aseguro de que la batería dure hasta el final.

- Tan solo con el teléfono encendido y el GPS activado, ¿qué porcentaje de batería consumiré durante todo el trayecto? ¿Cuánta batería me quedará?
 - En hacer y guardar una foto tarda 2 segundos. ¿Cuánta batería consumiré en hacer y guardar 30 fotos?
 - ¿Qué cantidad de batería necesito por cada 10 segundos de vídeo que grabe?
 - $300 \cdot 1,71 + 300 \cdot 0,17 = 564$
Consumiré 564 mAh. Me quedarán 1146 mAh, es decir, un 33,5% de batería.
 - Tardaré 1 minuto en hacer y guardar 30 fotos, por lo que consumiré $50 \cdot 1,71 = 85,5$ mAh.
 - $\frac{85,5}{6} = 14,25$
- Necesito 14,25 mAh por cada 10 s de vídeo que grabe.

2 ¡Hemos llegado a una cascada!

Quiero enseñárselo a todo el mundo, así que voy a grabar un vídeo. Utilizaré la calidad máxima que tenga mi móvil, que si mal no recuerdo ocupaba, aproximadamente, 5 MB por cada segundo de grabación.

Consulto en mi móvil y esto es lo que indica:

Memoria

Almacenamiento usado: 28,8 / 32 GB

• Aplicaciones	8,5 GB
• Imágenes	9,8 GB
• Audios	6,6 GB
• Vídeos	3,9 GB

He utilizado ya 28,8 GB de los 32 GB que tiene en total mi teléfono. Además, aparece el reparto de la memoria utilizada según los distintos tipos de archivos que tengo.

- Con la memoria que me queda, ¿cuántos minutos de grabación de vídeo puedo hacer? Recuerda que 1 GB equivale a 2^{10} MB.
- Si al final grabo dos vídeos de 3 minutos cada uno, ¿qué cantidad de memoria me queda libre?
- También tendré que considerar otro factor que leí hace poco. Parece ser que, cuando queda menos de un 10% de la memoria, el consumo de la batería se incrementa en un 20%. Si es así, ¿cuánta batería consumiré para grabar los dos vídeos de 3 minutos?
- Como me quedan 3,2 GB $\equiv 3\,276,8$ MB, puedo grabar $\frac{3\,276,8}{5} = 655,36$ s, es decir, 10'92 minutos.