

Tema 1

NÚMEROS RACIONALES

Índice

- 1. Fracciones.**
- 2. Fracción irreducible.**
 - 2.1 Amplificación y simplificación de fracciones.**
 - 2.2 Fracción irreducible.**
- 3. Comparación de fracciones.**
 - 3.1 Reducción a común denominador.**
 - 3.2 Comparación de fracciones.**
- 4. Operaciones con fracciones.**
 - 4.1 Suma de fracciones.**
 - 4.2 Resta de fracciones.**
- 5. Números decimales.**
- 6. Fracciones y números decimales.**
 - 6.1 Paso de fracción a número decimal.**
 - 6.2 Paso de un número decimal a fracción.**
- 7. Números racionales.**

1. Fracciones.

1. Fracciones

Una **fracción** es una expresión $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros y $b \neq 0$.

Al número a se le llama **numerador**, y a b , **denominador**.

EJEMPLO

1. Escribe fracciones que cumplan lo siguiente.

a) Sus dos términos son positivos: $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}$

b) Tienen un término positivo y otro negativo: $\frac{-1}{6}, \frac{7}{-9}$

c) Sus dos términos son negativos: $\frac{-7}{-5}, \frac{-4}{-3}$

1. Fracciones.

Fracciones equivalentes

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son **equivalentes**, y se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$.

EJEMPLO

2. Decide si estas fracciones son equivalentes.

a) $\frac{8}{-10}$ y $\frac{-12}{15} \rightarrow \begin{cases} 8 \cdot 15 = 120 \\ (-10) \cdot (-12) = 120 \end{cases} \rightarrow \frac{8}{-10} \text{ y } \frac{-12}{15} \text{ son equivalentes.}$

b) $\frac{-3}{5}$ y $\frac{-16}{25} \rightarrow \begin{cases} (-3) \cdot 25 = -75 \\ 5 \cdot (-16) = -80 \end{cases} \rightarrow \frac{-3}{5} \text{ y } \frac{-16}{25} \text{ no son equivalentes.}$



Todo número entero puede expresarse en forma de fracción.

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \dots$$

$$-4 = \frac{-4}{1} = \frac{-8}{2} = \frac{-12}{3} = \dots$$

1 Escribe en forma de fracción.

- a) En una ciudad, 8 de cada 45 habitantes son mayores de 65 años.
- b) En el examen de Matemáticas resolví bien 5 de los 6 problemas.
- c) Esta semana ha habido 25 nacimientos en el hospital. En total han nacido 14 niñas.

a) $\frac{8}{45}$ son mayores de 65 años.

b) $\frac{5}{6}$ problemas resolví bien.

c) $\frac{14}{25}$ han sido niñas.

1. Fracciones.

- 3 Relaciona las fracciones que sean equivalentes.

$$\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{-8}{-12}, \frac{-4}{6}, -\frac{2}{-3}, \frac{4}{6}, \frac{9}{6}, -\frac{-6}{9}$$

$\frac{2}{3}, \frac{-8}{-12}, -\frac{2}{-3}, \frac{4}{6}, -\frac{-6}{9}$ son equivalentes.

- 4 **REFLEXIONA.** Inventa dos fracciones equivalentes de forma que:

- a) Sus numeradores sean uno el opuesto del otro.
- b) Sus denominadores sean de diferente signo y distinto valor absoluto.
- c) El denominador de una sea igual al numerador de la otra.
- d) Sus numeradores sean uno múltiplo de otro.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{-2}{-3}$

c) $\frac{4}{2}$ y $\frac{8}{4}$

b) $\frac{2}{3}$ y $\frac{-10}{-15}$

d) $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$

1. Fracciones.

- 5 Calcula el valor desconocido en estas igualdades.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{6}{8} = \frac{18}{x} & \text{d) } \frac{-7}{3} = \frac{x}{-12} \\ \text{b) } \frac{5}{2} = \frac{x}{8} & \text{e) } \frac{4}{-5} = \frac{12}{x} \\ \text{c) } \frac{x}{4} = \frac{9}{6} & \text{f) } \frac{8}{x} = \frac{-56}{7} \end{array}$$

- 6 Escribe fracciones equivalentes a 2 y a -3 . ¿Cuántas fracciones equivalentes a un número entero existen?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\text{A } 2 \rightarrow \frac{4}{2}, \frac{30}{15}, \frac{-100}{-50}, \frac{-2}{-1}, \frac{8}{4}, \dots$$

$$\text{A } 3 \rightarrow \frac{6}{2}, \frac{30}{10}, \frac{-120}{-40}, \frac{-3}{-1}, \frac{9}{3}, \dots$$

Existen infinitas fracciones equivalentes a un número entero.

- 7 Encuentra el término desconocido en cada caso.

$$\text{a) } -5 = \frac{10}{x} \quad \text{b) } 4 = \frac{x}{11} \quad \text{c) } 7 = \frac{-14}{x}$$

$$\text{a) } x = \frac{18 \cdot 8}{6} = \frac{144}{6} = 24$$

$$\text{d) } x = \frac{-7 \cdot (-12)}{3} = \frac{84}{3} = 28$$

$$\text{b) } x = \frac{5 \cdot 8}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\text{e) } x = \frac{-5 \cdot 12}{4} = \frac{-60}{4} = -15$$

$$\text{c) } x = \frac{9 \cdot 4}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\text{f) } x = \frac{8 \cdot 7}{-56} = \frac{56}{-56} = -1$$

$$\text{a) } x = -2 \quad \text{b) } x = 44 \quad \text{c) } x = -2$$

1. Fracciones.

- 8 Escribe una fracción equivalente a $\frac{10}{8}$ tal que:

- a) Su numerador es múltiplo de 3.
- b) Su denominador es múltiplo de 10 y su numerador es impar.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{30}{24}$

b) $\frac{25}{20}$

- 9 Calcula el valor de x e y.

a) $\frac{y}{25} = \frac{18}{x} = \frac{3}{5}$

d) $\frac{10}{y} = \frac{5}{9} = \frac{x}{27}$

b) $\frac{21}{x} = \frac{35}{y} = \frac{7}{6}$

e) $\frac{28}{x} = \frac{7}{11} = \frac{y}{33}$

c) $\frac{6}{9} = \frac{x}{18} = \frac{2}{y}$

f) $\frac{6}{5} = \frac{24}{x} = \frac{y}{35}$

a) $y = \frac{3 \cdot 25}{5} = 15, x = \frac{18 \cdot 5}{3} = 30$

b) $y = \frac{35 \cdot 6}{7} = 30, x = \frac{21 \cdot 6}{7} = 18$

c) $y = \frac{9 \cdot 2}{6} = 3, x = \frac{18 \cdot 6}{9} = 12$

d) $y = \frac{9 \cdot 10}{5} = 18, x = \frac{27 \cdot 5}{9} = 15$

e) $y = \frac{33 \cdot 7}{11} = 21, x = \frac{28 \cdot 11}{7} = 44$

f) $y = \frac{35 \cdot 6}{5} = 42, x = \frac{24 \cdot 5}{6} = 20$

1. Fracciones.

- 10 Determina los valores desconocidos y completa en tu cuaderno.

$$a) \frac{5}{3} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{24} = \frac{-30}{\square} = \frac{\square}{12}$$

$$b) \frac{2}{11} = \frac{\square}{121} = \frac{-18}{\square} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{-77}$$

$$c) \frac{8}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{-4}{3} = \frac{40}{\square} = \frac{\square}{-45}$$

$$a) \frac{5}{3} = \frac{15}{9} = \frac{40}{24} = \frac{-30}{-18} = \frac{20}{12}$$

$$b) \frac{2}{11} = \frac{22}{121} = \frac{-18}{-99} = \frac{30}{165} = \frac{-14}{-77}$$

$$c) \frac{8}{-6} = \frac{-16}{12} = \frac{-4}{3} = \frac{40}{-30} = \frac{60}{-45}$$

- 11 Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ y otra equivalente a $\frac{9}{4}$ tales que tengan el mismo:

a) Denominador.

b) Numerador.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a) \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \text{ y } \frac{9}{4} = \frac{45}{20}$$

$$b) \frac{2}{5} = \frac{18}{40} \text{ y } \frac{9}{4} = \frac{18}{8}$$

2. Fracción irreducible.

2. Fracción irreducible

2.1. Amplificación y simplificación de fracciones

Existen dos métodos para obtener fracciones equivalentes a una fracción.

- **Amplificar.** Consiste en multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por un mismo número distinto de cero.
- **Simplificar.** Consiste en dividir el numerador y el denominador de la fracción entre un divisor común a ambos distinto de la unidad.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

EJEMPLO

3. Escribe tres fracciones equivalentes a $\frac{8}{12}$ por amplificación y dos más por simplificación.

$$\text{Amplificación} \rightarrow \frac{4}{12} = \frac{4 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{8}{24}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{4 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{12}{36}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{4 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{16}{48}$$

$$\text{Simplificación} \rightarrow \frac{4}{12} = \frac{4 : 2}{12 : 2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{3}$$

2. Fracción irreducible.

2.2. Fracción irreducible

La **fracción irreducible** de una fracción dada es una fracción equivalente a ella en la que el numerador y el denominador no tienen divisores comunes distintos de la unidad.



Una fracción es irreducible cuando no se puede simplificar.

Cada fracción tiene una única fracción irreducible equivalente a ella.

EJEMPLO

4. Decide si estas fracciones son irreducibles.

a) $\frac{6}{32} \rightarrow \begin{cases} 6 = 2 \cdot 3 \\ 32 = 2^5 \end{cases} \rightarrow 6 \text{ y } 32 \text{ tienen un divisor común, } 2. \text{ No es irreducible.}$

b) $\frac{15}{14} \rightarrow \begin{cases} 15 = 3 \cdot 5 \\ 14 = 2 \cdot 7 \end{cases} \rightarrow 15 \text{ y } 14 \text{ no tienen divisores comunes. Es irreducible.}$

12 Halla dos fracciones equivalentes por amplificación y otras dos por simplificación.

a) $\frac{6}{18}$

b) $\frac{9}{27}$

c) $\frac{10}{30}$

d) $\frac{28}{42}$

a) Amplificación: $\frac{6}{18} = \frac{12}{36} = \frac{18}{54}$

Simplificación: $\frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

b) Amplificación: $\frac{9}{27} = \frac{18}{54} = \frac{27}{81}$

Simplificación: $\frac{9}{27} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

c) Amplificación: $\frac{10}{30} = \frac{20}{60} = \frac{30}{90}$

Simplificación: $\frac{10}{30} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

d) Amplificación: $\frac{28}{42} = \frac{56}{84} = \frac{84}{126}$

Simplificación: $\frac{28}{42} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

2. Fracción irreducible.

- 13 Estudia si las siguientes fracciones son irreducibles.

a) $\frac{6}{16}$ b) $-\frac{23}{42}$ c) $-\frac{36}{105}$ d) $\frac{39}{41}$

a) $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

b) Irreducible.

c) $-\frac{36}{105} = -\frac{12}{35}$

d) Irreducible.

- 14 Calcula, si se puede, fracciones equivalentes a estas con denominador impar.

a) $-\frac{30}{18}$ b) $\frac{12}{20}$ c) $\frac{15}{6}$ d) $-\frac{6}{30}$

a) $\frac{-30}{18} = \frac{-15}{9}$

c) No se puede.

b) $\frac{12}{20} = \frac{4}{5}$

d) $\frac{-6}{30} = \frac{-1}{5}$

- 15 **REFLEXIONA.** Decide si estas fracciones pueden ser irreducibles, donde n es un número entero.

a) $\frac{n}{n+1}$ b) $\frac{n+1}{n}$ c) $\frac{n}{n+2}$

a) Irreducible.

b) Irreducible.

c) Reducible si n es par.

2. Fracción irreducible.

- 16 Halla las fracciones irreducibles de las siguientes.

a) $\frac{56}{72}$	e) $\frac{14}{91}$	i) $\frac{-36}{54}$
b) $\frac{35}{-45}$	f) $\frac{23}{92}$	j) $\frac{81}{810}$
c) $\frac{4}{14}$	g) $\frac{-70}{120}$	k) $\frac{45}{105}$
d) $\frac{22}{143}$	h) $\frac{90}{108}$	l) $\frac{-99}{108}$

a) $\frac{56}{72} = \frac{7}{9}$	g) $\frac{-70}{120} = \frac{-7}{12}$
b) $\frac{35}{-45} = \frac{7}{-9}$	h) $\frac{90}{108} = \frac{5}{6}$
c) $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$	i) $\frac{-36}{54} = \frac{-2}{3}$
d) $\frac{22}{143} = \frac{2}{13}$	j) $\frac{81}{810} = \frac{1}{10}$
e) $\frac{14}{91} = \frac{2}{13}$	k) $\frac{45}{105} = \frac{3}{7}$
f) $\frac{23}{92} = \frac{1}{4}$	l) $\frac{-99}{108} = \frac{-11}{12}$

- 17 Decide si estas fracciones son irreducibles o no, sin hacer los cálculos, utilizando los criterios de divisibilidad. Reduce aquellas que no lo sean.

a) $\frac{15}{21}$	d) $\frac{24}{45}$	g) $\frac{11}{13}$
b) $\frac{15}{8}$	e) $\frac{15}{45}$	h) $\frac{27}{81}$
c) $\frac{50}{60}$	f) $\frac{6}{125}$	i) $\frac{27}{202}$

a) $\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$	f) Irreducible.
b) Irreducible.	g) Irreducible.
c) $\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$	h) $\frac{27}{81} = \frac{1}{3}$
d) $\frac{24}{45} = \frac{8}{15}$	i) Irreducible.
e) $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$	

2. Fracción irreducible.

- 18 Copia y completa los huecos para que estas fracciones sean propias y, además, irreducibles. Justifica qué números puedes colocar y cuáles no.

a) $\frac{\square}{6}$ b) $\frac{6}{\square}$ c) $\frac{15}{\square}$ d) $\frac{\square}{15}$ e) $\frac{36}{\square}$ f) $\frac{\square}{36}$

- 19 Comprueba si estos pares de fracciones son equivalentes, hallando previamente su fracción irreducible.

a) $\frac{14}{8}$ y $\frac{21}{12}$ d) $\frac{12}{9}$ y $\frac{20}{15}$
b) $\frac{15}{18}$ y $\frac{30}{35}$ e) $\frac{8}{18}$ y $\frac{20}{43}$
c) $\frac{12}{10}$ y $\frac{30}{25}$ f) $\frac{9}{12}$ y $\frac{21}{28}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{15}{17}$ d) $\frac{13}{15}$ e) $\frac{36}{37}$ f) $\frac{35}{36}$

El numerador debe ser menor que el denominador y han de ser primos entre sí.

a) $\frac{7}{4} \rightarrow$ Equivalentes.
b) $\frac{5}{6}$ y $\frac{6}{7} \rightarrow$ No equivalentes.
c) $\frac{6}{5} \rightarrow$ Equivalentes.
d) $\frac{4}{3} \rightarrow$ Equivalentes.
e) $\frac{4}{9}$ y $\frac{20}{43} \rightarrow$ No equivalentes.
f) $\frac{3}{4} \rightarrow$ Equivalentes.

2. Fracción irreducible.

- 20 Calcula dos fracciones diferentes cuya fracción irreducible sean las siguientes.

a) $\frac{6}{5}$

d) $\frac{3}{11}$

g) $\frac{-6}{17}$

b) $-\frac{4}{7}$

e) $-\frac{4}{9}$

h) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{5}{12}$

f) $\frac{12}{13}$

i) $\frac{23}{17}$

- 21 Agrupa las fracciones que tengan la misma fracción irreducible.

a) $\frac{50}{75}, \frac{12}{18}, \frac{15}{10}, \frac{18}{27}, \frac{36}{24}, \frac{90}{60}, \frac{30}{20}, \frac{10}{15}, \frac{45}{30}$

b) $-\frac{42}{24}, -\frac{56}{40}, -\frac{28}{20}, -\frac{45}{36}, -\frac{21}{12}, -\frac{20}{16}, -\frac{15}{12}, -\frac{21}{15}, -\frac{10}{8}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{36}{30}$ y $\frac{12}{10}$

f) $\frac{24}{26}$ y $\frac{36}{39}$

b) $\frac{-8}{14}$ y $\frac{-12}{21}$

g) $\frac{-12}{34}$ y $\frac{-18}{51}$

c) $\frac{10}{24}$ y $\frac{15}{36}$

h) $\frac{8}{10}$ y $\frac{12}{15}$

d) $\frac{6}{22}$ y $\frac{9}{33}$

i) $\frac{46}{34}$ y $\frac{69}{51}$

e) $\frac{-8}{18}$ y $\frac{-12}{27}$

a) $\frac{50}{75}, \frac{12}{18}, \frac{18}{27}, \frac{10}{15}, \frac{15}{10}, \frac{36}{24}, \frac{90}{60}, \frac{30}{20}, \frac{45}{30}$

b) $-\frac{42}{24}, -\frac{21}{12}, -\frac{56}{40}, -\frac{28}{20}, -\frac{21}{15}, -\frac{45}{36}, -\frac{20}{16}, -\frac{15}{12}, -\frac{10}{8}$

3. Comparación de fracciones.

3. Comparación de fracciones

3.1. Reducción a común denominador

Reducir a común denominador dos o más fracciones consiste en obtener otras fracciones equivalentes a ellas que tengan el mismo denominador.

EJEMPLO

5. Reduce a común denominador las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{-9}{14}$.

Para hallar el denominador común, calculamos el m.c.m. de los denominadores.

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 14 = 2 \cdot 7 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (6, 14) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

Para hallar los numeradores, dividimos el m.c.m. entre cada denominador y el resultado lo multiplicamos por su numerador.

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 7}{42} = \frac{35}{42}$$

$$\frac{-9}{14} = \frac{-9 \cdot 3}{42} = \frac{-27}{42}$$

3. Comparación de fracciones.

3.2. Comparación de fracciones

Para **comparar fracciones**, primero las reducimos a común denominador. Será mayor la fracción que tenga mayor numerador.

EJEMPLO

6. Ordena de menor a mayor estas fracciones: $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{12}$.

Primero reducimos a común denominador:

$$\text{m.c.m. (6, 9 y 12)} = 36 \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36} \quad \frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{16}{36} \quad \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36}$$

Después, comparamos las fracciones y las ordenamos: $\frac{16}{36} < \frac{21}{36} < \frac{30}{36} \rightarrow \frac{4}{9} < \frac{7}{12} < \frac{5}{6}$

22 Reduce las fracciones a común denominador.

a) $\frac{7}{12}$ y $\frac{5}{18}$

b) $\frac{11}{20}$ y $\frac{14}{35}$

c) $\frac{7}{10}$, $\frac{6}{15}$ y $\frac{23}{45}$

a) $\frac{21}{36}$ y $\frac{10}{36}$

b) $\frac{77}{140}$ y $\frac{56}{140}$

c) $\frac{63}{90}$, $\frac{36}{90}$ y $\frac{46}{90}$

3. Comparación de fracciones.

23 Ordena de menor a mayor estas fracciones.

a) $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{9}$

b) $\frac{8}{15}$, $\frac{12}{25}$ y $\frac{27}{50}$

c) $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{15}$ y $\frac{7}{18}$

d) $\frac{4}{21}$, $\frac{11}{18}$ y $\frac{3}{4}$

a) $\frac{63}{90}$, $\frac{75}{90}$ y $\frac{40}{90} \rightarrow \frac{4}{9} < \frac{7}{10} < \frac{5}{6}$

b) $\frac{80}{150}$, $\frac{72}{150}$ y $\frac{81}{150} \rightarrow \frac{12}{25} < \frac{8}{15} < \frac{27}{50}$

c) $\frac{75}{180}$, $\frac{48}{180}$ y $\frac{70}{180} \rightarrow \frac{4}{15} < \frac{7}{18} < \frac{5}{12}$

d) $\frac{48}{252}$, $\frac{154}{252}$ y $\frac{189}{252} \rightarrow \frac{4}{21} < \frac{11}{18} < \frac{3}{4}$

24 Ordena de mayor a menor, reduciendo previamente a común denominador.

a) $\frac{5}{3}$, $\frac{13}{9}$ y $\frac{17}{12}$

b) $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{15}$ y $\frac{10}{20}$

a) $\frac{60}{36}$, $\frac{52}{36}$ y $\frac{51}{36} \rightarrow \frac{5}{3} > \frac{13}{9} > \frac{17}{12}$

b) $\frac{24}{60}$, $\frac{32}{60}$ y $\frac{30}{60} \rightarrow \frac{8}{15} > \frac{10}{20} > \frac{4}{10}$

3. Comparación de fracciones.

25 REFLEXIONA. En cada caso, encuentra una fracción comprendida entre estas dos.

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ b) $-\frac{2}{5}$ y $-\frac{2}{6}$ c) $\frac{3}{7}$ y $\frac{4}{7}$

a) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ y $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \rightarrow \frac{2}{6} < \frac{25}{60} < \frac{3}{6} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

b) $-\frac{2}{5} = -\frac{12}{30}$ y $-\frac{2}{6} = -\frac{10}{30} \rightarrow$
 $\rightarrow -\frac{12}{30} < -\frac{11}{30} < -\frac{10}{30} \rightarrow -\frac{11}{30}$

c) $\frac{3}{7} < \frac{35}{70} < \frac{4}{7} \rightarrow \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$

4. Operaciones con fracciones.

4. Operaciones con fracciones

4.1. Suma de fracciones

Para sumar fracciones con igual denominador se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Para sumar fracciones con distinto denominador, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se suman como fracciones con igual denominador.

EJEMPLO

7. Suma estas fracciones.

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{m.c.m. (6, 15) = 30} & & & \text{simplificando} & \\ & & \downarrow & & & \downarrow & \\ \frac{-2}{6} + \frac{3}{15} & = & \frac{-10}{30} + \frac{6}{30} & = & \frac{-10 + 6}{30} & = & \frac{-4}{30} = \frac{-2}{15} \end{array}$$

Al operar con fracciones hay que simplificar el resultado hasta obtener la fracción irreducible.

4. Operaciones con fracciones.

4.2. Resta de fracciones

Para restar fracciones que tienen el mismo denominador se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Para restar fracciones que tienen distinto denominador, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se restan como fracciones con igual denominador.

EJEMPLO

8. Realiza esta resta.

$$\frac{7}{15} - 2 = \frac{7}{15} - \frac{2}{1} \stackrel{\text{m.c.m. (1, 15) = 15}}{=} \frac{7}{15} - \frac{2 \cdot 15}{1 \cdot 15} = \frac{7}{15} - \frac{30}{15} = \frac{-23}{15}$$

Los números enteros se pueden representar como fracciones de denominador 1.

26 Calcula estas sumas y restas de fracciones.

a) $\frac{3}{5} + \frac{5}{6} + \frac{1}{10}$

c) $\frac{7}{5} - \frac{4}{3} - \frac{1}{10}$

a) $\frac{18 + 25 + 3}{30} = \frac{46}{30} = \frac{23}{15}$

c) $\frac{42 - 40 - 3}{30} = -\frac{1}{30}$

b) $\frac{7}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$

d) $\frac{1}{3} - \frac{5}{6} - \frac{3}{12}$

b) $\frac{28 + 6 + 3}{36} = \frac{37}{36}$

d) $\frac{4 - 10 - 3}{12} = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$

4. Operaciones con fracciones.

27 Opera con los siguientes números.

$$a) \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + 1$$

$$c) -\frac{5}{9} + \frac{4}{7} + 3$$

$$b) \frac{3}{5} - \frac{7}{6} - 2$$

$$d) 2 - \frac{6}{5} - \frac{7}{9}$$

$$a) \frac{8 - 3 + 12}{12} = \frac{17}{12}$$

$$c) \frac{-35 + 36 + 189}{63} = \frac{190}{63}$$

$$b) \frac{18 - 35 - 60}{30} = \frac{-77}{30}$$

$$d) \frac{90 - 54 - 35}{45} = \frac{1}{45}$$

28 Resuelve.

$$a) -\frac{1}{8} + 1 - \frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8} - \frac{2}{6}$$

$$b) -3 + \frac{6}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$$

$$c) -\frac{1}{10} + \frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} - \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$$

$$a) \frac{-3 + 24 - 4 + 18 - 3 - 8}{24} = \frac{24}{24} = 1$$

$$b) \frac{-72 + 18 - 12 - 8 + 48 - 4 + 6}{24} = \frac{-24}{24} = -1$$

$$c) \frac{-2 + 10 - 40 + 5 + 1 - 2 + 8}{20} = \frac{-20}{20} = -1$$

29 **REFLEXIONA.** Encuentra dos fracciones con denominadores 2 y 4 tales que al restarlas el resultado sea un número entero negativo.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\frac{8}{4} - \frac{10}{2} = \frac{8 - 20}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

4. Operaciones con fracciones.

4.3. Multiplicación de fracciones

El **producto de dos o más fracciones** es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores, y como denominador, el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

EJEMPLO

9. Multiplica estas fracciones y simplifica el resultado.

Para operar con fracciones del tipo $-\frac{a}{b}$

$$a) \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4} = \frac{2 \cdot (-3)}{5 \cdot 4} = \frac{-6}{20} = \frac{-3}{10}$$

es mejor sustituirlas por $\frac{-a}{b}$.

$$b) \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 3}{5 \cdot 9 \cdot 4} = \frac{30}{180} = \frac{1}{6}$$

$$-\frac{5}{3} = \frac{-5}{3}$$

4.4. División de fracciones

Se llama **fracción inversa** de una fracción $\frac{a}{b}$ a la fracción $\frac{b}{a}$.

Para **dividir dos fracciones** se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

4. Operaciones con fracciones.

EJEMPLO

10. Calcula la fracción inversa de $\frac{3}{5}$ y multiplícala por $\frac{3}{5}$. ¿Qué observas?

La fracción inversa es $\frac{5}{3}$.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1 \rightarrow \text{Una fracción multiplicada por su inversa da como resultado la unidad.}$$

EJEMPLO

11. Realiza estas divisiones.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{5} : \frac{3}{-10} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{-10}{3} = \frac{2 \cdot (-10)}{5 \cdot 3} = \frac{-20}{15} = \\ &= \frac{-4}{3} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } 6 : \frac{-5}{2} = \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{-5} = \frac{6 \cdot 2}{1 \cdot (-5)} = \frac{12}{-5} = -\frac{12}{5}$$

30. Multiplica las siguientes fracciones.

$$\text{a) } \frac{2}{-3} \cdot \frac{-6}{10}$$

$$\text{c) } \frac{-3}{7} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \frac{14}{15}$$

$$\text{b) } \frac{-10}{3} \cdot \frac{-9}{14}$$

$$\text{a) } \frac{-12}{-30} = \frac{2}{5}$$

$$\text{c) } \frac{210}{420} = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } \frac{-90}{-42} = \frac{15}{7}$$

31. Halla la fracción inversa en cada caso.

$$\text{a) } \frac{2}{3}$$

$$\text{c) } \frac{5}{-4}$$

$$\text{e) } \frac{-1}{3}$$

$$\text{a) } \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } \frac{-4}{5}$$

$$\text{e) } -\frac{3}{1}$$

$$\text{b) } 4$$

$$\text{d) } -3$$

$$\text{f) } -10$$

$$\text{b) } \frac{1}{4}$$

$$\text{d) } \frac{-1}{3}$$

$$\text{f) } \frac{-1}{10}$$

4. Operaciones con fracciones.

- 32 Realiza estas divisiones y simplifica el resultado si se puede.

a) $\frac{1}{-3} : \frac{2}{9}$ c) $\frac{3}{-5} : \frac{-5}{3} : \left(-\frac{3}{5}\right)$

b) $\frac{6}{5} : \left(-\frac{3}{12}\right)$

a) $\frac{9}{-6} = -\frac{3}{2}$ c) $1 : \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{5}{3}$

b) $-\frac{72}{15} = -\frac{24}{5}$

- 33 **REFLEXIONA.** Calcula la capacidad de un bidón con el que se han llenado 7 botellas de $\frac{6}{5}$ ℓ. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{10}$ ℓ se pueden llenar con él?

$$7 \cdot \frac{6}{5} = \frac{42}{5} = 8,4$$

El bidón tiene 8,4 litro de capacidad.

$$\frac{42}{5} : \frac{3}{10} = \frac{420}{15} = 28$$

Se pueden llenar 28 botellas con él.

- 34 Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a) $\frac{3}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$

e) $\frac{5}{3} : \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$

a) $\frac{3}{2} - \frac{20}{30} = \frac{45 - 20}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

e) $\frac{45}{3} + \frac{1}{6} = \frac{90 + 1}{6} = \frac{91}{6}$

b) $\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{6}$

f) $\frac{5}{3} : \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{6}\right)$

b) $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12}$

f) $\frac{5}{3} : \frac{5}{18} = \frac{90}{15} = 6$

c) $\frac{7}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6}$

g) $\frac{2}{7} : \frac{1}{4} - \frac{3}{14}$

c) $\frac{7}{2} + \frac{5}{30} = \frac{110}{30} = \frac{11}{3}$

g) $\frac{8}{7} - \frac{3}{14} = \frac{13}{14}$

d) $\left(\frac{7}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{6}$

h) $\frac{2}{7} : \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{14}\right)$

d) $\frac{37}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{185}{60} = \frac{37}{12}$

h) $\frac{2}{7} : \frac{1}{28} = \frac{56}{7} = 8$

4. Operaciones con fracciones.

35 Opera y simplifica el resultado.

$$a) \frac{9}{8} \cdot \frac{3}{5} - \frac{7}{4} : \frac{5}{6}$$

$$b) \frac{3}{4} : \left(\frac{-10}{12} + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3}$$

$$c) \frac{2}{3} - \left(\frac{4}{-3} + 1 \right) : \frac{4}{7}$$

$$d) \frac{-7}{2} + \frac{2}{5} : \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3} \right)$$

$$e) \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{4} \right) : \frac{2}{5} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10}$$

$$f) \frac{2}{5} \cdot \frac{-4}{3} + \frac{1}{30} : \frac{1}{14}$$

$$g) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right)$$

$$h) 3 \cdot \left(\left(\frac{-1}{3} - \frac{1}{5} \right) : \frac{1}{2} \right)$$

$$a) \frac{27}{40} - \frac{21}{10} = -\frac{57}{40}$$

$$b) \frac{3}{4} : \left(\frac{-1}{3} \right) - \frac{1}{3} = -\frac{9}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{31}{12}$$

$$c) \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3} \right) : \frac{4}{7} = \frac{2}{3} + \frac{7}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$d) -\frac{7}{2} + \frac{2}{5} : \frac{1}{3} = -\frac{7}{2} + \frac{6}{5} = -\frac{23}{10}$$

$$e) \frac{1}{10} : \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$f) \frac{-8}{15} + \frac{14}{30} = \frac{-8+7}{15} = -\frac{1}{15}$$

$$g) \frac{-1}{6} : \frac{13}{20} = \frac{-20}{78} = -\frac{10}{39}$$

$$h) 3 \cdot \left(-\frac{16}{15} \right) = -\frac{16}{5}$$

4. Operaciones con fracciones.

36 Calcula el resultado de estas operaciones combinadas.

$$a) -\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$b) -\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

$$c) \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$d) \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

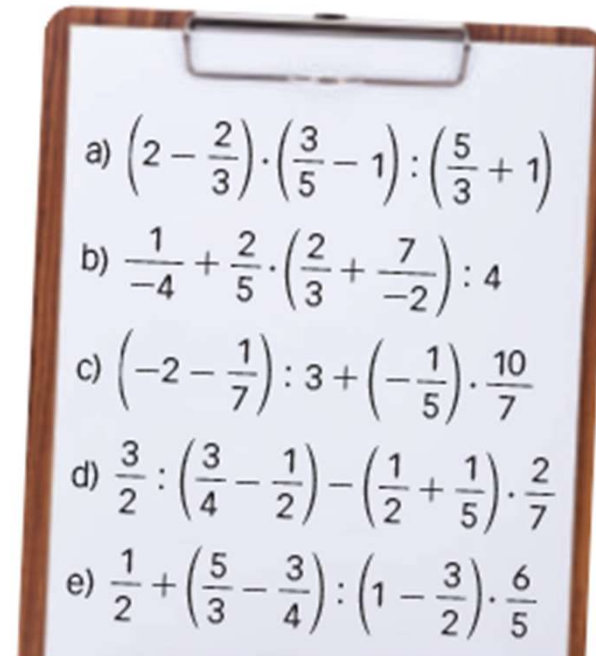
$$a) -\frac{1}{2} + \frac{1}{15} + \frac{1}{2} = \frac{1}{15}$$

$$b) -\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$c) -\frac{3}{15} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$d) -\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{15}{60} = -\frac{1}{4}$$

37 Efectúa estas operaciones.



$$a) \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) : \frac{8}{3} = -\frac{1}{5}$$

$$b) \frac{1}{-4} + \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{17}{6}\right) : 4 = -\frac{1}{4} + \frac{17}{60} = -\frac{8}{15}$$

$$c) -\frac{15}{7} : 3 - \frac{2}{7} = -\frac{15}{21} - \frac{2}{7} = -1$$

$$d) \frac{3}{2} : \frac{1}{4} - \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{7} = 6 - \frac{1}{5} = \frac{29}{5}$$

$$e) \frac{1}{2} + \frac{11}{12} : \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{6}{5} = \frac{1}{2} - \frac{11}{5} = -\frac{17}{10}$$

5. Números decimales.

5. Números decimales

Los números decimales expresan cantidades con unidades incompletas.

Un **número decimal** tiene una **parte entera**, situada a la izquierda de la coma, y una **parte decimal**, situada a la derecha.

PARTE ENTERA		PARTE DECIMAL			
Decenas	Unidades	décimas	centésimas	milésimas	diezmilésimas
3	7,	0	9	0	7

37,0907 → Treinta y siete unidades novecientos siete diezmilésimas

5. Números decimales.

Tipos de números decimales

- Un **número decimal** es **exacto** cuando tiene un número finito de cifras decimales.
- Un **número decimal** es **periódico** si tiene infinitas cifras decimales y, además, una o varias de ellas se repiten periódicamente. La cifra o grupo de cifras que se repiten se llama **periodo**.
 - Si el periodo empieza inmediatamente después de la coma, es un decimal **periódico puro**.
 - En caso contrario, es un decimal **periódico mixto** y la cifra o cifras decimales que no se repiten se llama **anteperiodo**.
- Un **número decimal** es **no exacto y no periódico** si tiene infinitas cifras decimales y ninguna de ellas se repite periódicamente.

230,569

Periodo

Anteperiodo

Para abreviar la escritura de los decimales periódicos colocamos un arco sobre las cifras del periodo.

$$1,666... = 1,\hat{6}$$

$$1,0666... = 1,0\hat{6}$$

$$1,060606... = 1,0\hat{6}$$

5. Números decimales.

EJEMPLO

$$12. \frac{5}{3} \rightarrow \begin{array}{r} 5 \\ 3 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 3 \\ 1,66... \end{array} \rightarrow \text{Decimal periódico puro}$$

$$\frac{16}{15} \rightarrow \begin{array}{r} 16 \\ 15 \overline{) 100} \\ \underline{100} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 15 \\ 1,066... \end{array} \rightarrow \text{Decimal periódico mixto}$$

$$\frac{7}{5} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \\ 5 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ 1,4 \end{array} \rightarrow \text{Decimal exacto}$$

$$\sqrt{2} = 1,4142135... \rightarrow \text{Decimal no exacto y no periódico}$$

38 Indica la parte entera, la parte decimal, el periodo y el anteperiodo.

a) 0,333... b) 3,37888... c) 0,012333...

a) Parte entera: 0

Parte decimal: 333...

Periodo: 3

Anteperiodo: no hay.

b) Parte entera: 3

Parte decimal: 37888..

Periodo: 8

Anteperiodo: 37

c) Parte entera: 0

Parte decimal: 012333...

Periodo: 3

Anteperiodo: 012

39 Clasifica estos números.

a) 1,222... b) 34,45666... c) 125,6

a) Decimal periódico puro.

b) Decimal periódico mixto.

c) Decimal exacto.

40 Completa hasta diez cifras decimales.

a) 1,347347...

c) 3,2666...

a) 1,3473473473...

c) 3,2666666666...

b) 2,7474...

d) 0,253737...

b) 2,7474747474...

d) 0,2537373737...

6. Fracciones y números decimales.**6. Fracciones y números decimales****6.1. Paso de fracción a número decimal**

Cualquier fracción, dividiendo su numerador entre su denominador, puede expresarse mediante:

- Un número entero, si el numerador es múltiplo del denominador.
- Un número decimal exacto, cuando su denominador solo tiene como factores primos 2, 5 o ambos números.
- Un número decimal periódico, en el caso de que no ocurra ninguna de las condiciones anteriores.

Hay que simplificar las fracciones antes de aplicar estas reglas.

6. Fracciones y números decimales.

EJEMPLO

13. Determina el tipo de número que expresan estas fracciones.

$$\frac{8}{4} \xrightarrow{8 \text{ es múltiplo de } 4} \text{Número entero}$$

$$\frac{8}{4} = 2$$

$$-\frac{7}{8} \xrightarrow{8 = 2^3. \text{ Solo factor } 2} \text{Número decimal exacto}$$

$$-\frac{7}{8} = -0,875$$

$$\frac{7}{25} \xrightarrow{25 = 5^2. \text{ Solo factor } 5} \text{Número decimal exacto}$$

$$\frac{7}{25} = 0,28$$

$$-\frac{69}{30} = -\frac{23}{10} \xrightarrow{10 = 2 \cdot 5. \text{ Solo factores } 2 \text{ y } 5} \text{Número decimal exacto}$$

$$-\frac{69}{30} = -2,3$$

$$\frac{13}{30} \xrightarrow{30 = 2 \cdot 3 \cdot 5. \text{ Factores distintos de } 2 \text{ y } 5} \text{Número decimal periódico}$$

$$\frac{13}{30} = 0,4\bar{3}$$

$$-\frac{46}{18} = -\frac{23}{9} \xrightarrow{9 = 3^2. \text{ Factores distintos de } 2 \text{ y } 5} \text{Número decimal periódico}$$

$$-\frac{46}{18} = -2,\bar{5}$$

Si un número es decimal periódico y la descomposición factorial del denominador no contiene ni a 2 ni a 5, se trata de un decimal periódico puro.

Si contiene a 2 o a 5, además de otros factores, se trata de un decimal periódico mixto.

6.2. Paso de número decimal a fracción

La fracción generatriz de un número decimal es la fracción irreducible tal que, al dividir el numerador entre el denominador, el resultado es ese número decimal.

6. Fracciones y números decimales.

- 42 Clasifica estas fracciones según se expresen como un número entero, decimal exacto o periódico.

a) $\frac{5}{3}$

d) $\frac{175}{25}$

g) $-\frac{85}{17}$

b) $\frac{7}{6}$

e) $\frac{111}{240}$

h) $-\frac{84}{210}$

c) $\frac{9}{5}$

f) $\frac{17}{6}$

i) $\frac{-346}{-222}$

a) Periódico.

b) Periódico.

c) Decimal exacto.

d) $\frac{175}{25} = 7 \rightarrow$ Entero.

e) $\frac{111}{240} = \frac{37}{80} \rightarrow$ Decimal exacto.

f) Periódico.

g) $-\frac{85}{17} = -5 \rightarrow$ Entero.

h) $\frac{84}{210} = \frac{2}{5} \rightarrow$ Decimal exacto.

i) $\frac{-346}{-222} = \frac{173}{111} \rightarrow$ Periódico.

- 43 Escribe dos fracciones que expresen:

a) Un número decimal exacto.

b) Un número decimal periódico.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{5}{10}$ y $\frac{26}{25}$

b) $\frac{5}{9}$ y $\frac{50}{7}$

- 44 **REFLEXIONA.** Una fracción cuyo numerador no es múltiplo del denominador y cuyo denominador tiene factores distintos de 2 y 5, ¿qué tipo de número decimal expresa?

Expresa un número decimal periódico.

6. Fracciones y números decimales.

Cómo se expresa un número decimal exacto mediante una fracción

Expresa estos números decimales mediante su fracción generatriz.

a) 5,55

b) -4,004

La fracción generatriz de un número decimal negativo es siempre una fracción negativa. Si el número decimal es positivo, su fracción generatriz será positiva.

① El denominador de la fracción será la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

② El numerador de la fracción será la parte entera y decimal del número sin la coma.

a) 5,55 → 2 cifras decimales

Denominador: 100

5,55 → Numerador: 555

b) -4,004 → 3 cifras decimales

Denominador: 1 000

-4,004 → Numerador: -4 004

③ Escribimos la fracción y hallamos su fracción irreducible.

Simplificamos la fracción.

$$\frac{555}{100} = \frac{111}{20}$$

La fracción generatriz de 5,55 es $\frac{111}{20}$.

$$\frac{-4\,004}{1\,000} = -\frac{1\,001}{250}$$

La fracción generatriz de -4,004 es $-\frac{1\,001}{250}$.

6. Fracciones y números decimales.

- 45 Escribe estos números decimales en forma de fracción. ¿Puedes escribir otra fracción que represente los mismos números?

a) 9,52 c) 58,19 e) 672,4 g) 1,759
b) 6,324 d) 62,41 f) 32,87 h) 126,9

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$a) \frac{952}{100} = \frac{238}{25} \quad e) \frac{6\,724}{10} = \frac{3\,362}{5}$$

$$b) \frac{6\,324}{1000} = \frac{1581}{250} \quad f) \frac{3\,287}{100} = \frac{6\,574}{200}$$

$$c) \frac{5\,819}{100} = \frac{11\,638}{200} \quad g) \frac{1\,759}{1000} = \frac{3\,518}{2\,000}$$

$$d) \frac{6\,241}{100} = \frac{12\,482}{200} \quad h) \frac{1\,269}{10} = \frac{2\,538}{20}$$

- 46 Expresa los siguientes números decimales mediante su fracción generatriz. ¿Cuáles son los divisores del denominador?

a) 16,4 c) 9,83 e) 74,85 g) 0,625
b) 21,34 d) 14,32 f) 965,2 h) 0,008

$$a) \frac{82}{5} \rightarrow \text{Div}(5) = \{1, 5\}$$

$$b) \frac{1067}{50} \rightarrow \text{Div}(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$$

$$c) \frac{983}{100} \rightarrow \rightarrow \text{Div}(100) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$$

$$d) \frac{358}{25} \rightarrow \text{Div}(25) = \{1, 5, 25\}$$

$$e) \frac{1497}{20} \rightarrow \text{Div}(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

$$f) \frac{4\,826}{5} \rightarrow \text{Div}(5) = \{1, 5\}$$

$$g) \frac{5}{8} \rightarrow \text{Div}(8) = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$h) \frac{1}{125} \rightarrow \text{Div}(125) = \{1, 5, 25, 125\}$$

Como son decimales exactos, solo tienen los factores 1, 2, 5 en su denominador.

6. Fracciones y números decimales.

- 47 Calcula fracciones equivalentes con denominador 100 y relaciona cada fracción generatriz con el correspondiente número decimal.

$\frac{9}{4}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{25}{4}$	$\frac{31}{25}$
0,35	1,24	2,25	6,25

$$a) \frac{9}{4} = \frac{225}{100} \rightarrow 2,25$$

$$b) \frac{7}{20} = \frac{35}{100} \rightarrow 0,35$$

$$c) \frac{25}{4} = \frac{625}{100} \rightarrow 6,25$$

$$d) \frac{31}{25} = \frac{124}{100} \rightarrow 1,24$$

- 48 En cada caso, completa una tabla como la siguiente, indicando la parte entera y la parte decimal de cada número. Después, exprésalos en forma de fracción y ordénalos de menor a mayor.

D	U	d	c	m	dm

- a) 4,723; 4,72; 4,7239; 4,732
 b) 7,1; 7,19; 7,119; 7,111
 c) 6,48; 6,47; 6,475; 6,479
 d) 5,21; 5,201; 5,2205; 5,209

a)

	D	U	d	c	m	dm
4,723	0	4	7	2	3	0
4,72	0	4	7	2	0	0
4,7239	0	4	7	2	3	9
4,732	0	4	7	3	2	0

En forma de fracción:

$$\frac{4723}{1000}, \frac{118}{25}, \frac{47239}{10000}, \frac{1183}{250}$$

Orden:

$$4,72 < 4,723 < 4,7239 < 4,732$$

b)

	D	U	d	c	m	dm
7,1	0	7	1	0	0	0
7,19	0	7	1	9	0	0
7,119	0	7	1	1	9	0
7,111	0	7	1	1	1	0

En forma de fracción:

$$\frac{71}{10}, \frac{719}{100}, \frac{7119}{1000}, \frac{7111}{1000}$$

Orden:

$$7,1 < 7,111 < 7,119 < 7,19$$

6. Fracciones y números decimales.

c)

	D	U	d	c	m	dm
6,48	0	6	4	8	0	0
6,47	0	6	4	7	0	0
6,475	0	6	4	7	5	0
6,479	0	6	4	7	9	0

En forma de fracción:

$$\frac{162}{25}, \frac{647}{100}, \frac{259}{40}, \frac{6479}{1000}$$

Orden:

$$6,47 < 6,475 < 6,479 < 6,48$$

- 49 Realiza estas operaciones de números decimales, expresándolos previamente en forma de fracción.

a) $5,2 + 16,3 - 4,9$

b) $6,3 + 1,42 + 12,37$

c) $0,4 \cdot 1,2 \cdot 0,03$

d) $1,6 : 2,4 - 3,2$

e) $5,7 - 4,8 : (1,3 + 1,2)$

f) $3,1 \cdot 7 - 4,2 : 2$

g) $(0,6 - 0,02) : 0,05 - 11$

h) $2,125 \cdot 1,2 + 0,6 \cdot 4,5$

i) $((3 + 4,2) \cdot 6,3) : 0,06$

d)

	D	U	d	c	m	dm
5,21	0	5	2	1	0	0
5,201	0	5	2	0	1	0
5,2205	0	5	2	2	0	5
5,209	0	5	2	0	9	0

En forma de fracción:

$$\frac{521}{100}, \frac{5201}{1000}, \frac{10441}{2000}, \frac{5209}{1000}$$

Orden:

$$5,201 < 5,209 < 5,21 < 5,2205$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{52}{10} + \frac{163}{10} - \frac{49}{10} &= \frac{166}{10} = \\ &= \frac{83}{5} = 16,6 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{63}{10} + \frac{142}{100} + \frac{1237}{100} = \frac{2009}{100} = 20,09$$

$$\text{c) } \frac{4}{10} \cdot \frac{12}{10} \cdot \frac{3}{100} = \frac{144}{10000} = 0,0144$$

$$\text{d) } \frac{16}{10} : \frac{24}{10} - \frac{32}{10} = -\frac{38}{15} = -2,5\bar{3}$$

$$\text{e) } \frac{57}{10} - \frac{48}{10} : \left(\frac{13}{10} + \frac{12}{10} \right) = \frac{189}{50} = 3,78$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{31}{10} \cdot 7 - \frac{42}{10} : 2 &= \frac{217}{10} - \frac{42}{20} = \\ &= \frac{392}{20} = \frac{98}{5} = 19,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \left(\frac{6}{10} - \frac{2}{100} \right) : \frac{5}{100} - 11 &= \\ &= \frac{58}{5} - 11 = \frac{3}{5} = 0,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \frac{2125}{1000} \cdot \frac{12}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{45}{10} &= \frac{51}{20} + \frac{27}{10} = \\ &= \frac{21}{4} = 5,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \left(\left(3 + \frac{42}{10} \right) \cdot \frac{63}{10} \right) : \frac{6}{100} &= \\ &= \frac{1134}{25} : \frac{6}{100} = 756 \end{aligned}$$

6. Fracciones y números decimales.

Cómo se expresa un número decimal periódico puro mediante una fracción

Halla la fracción generatriz de los siguientes números.

a) $4,\hat{3}$

b) $9,\hat{36}$

- ① Llamamos A al número decimal.

$$A = 4,\hat{3}$$

$$A = 9,\hat{36}$$

- ② Multiplicamos esa igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene su parte periódica.

Parte periódica: 3
1 cifra decimal
periódica

$$\begin{array}{l} 10 \cdot A = 10 \cdot 4,\hat{3} \\ 10A = 43,\hat{3} \end{array}$$

Parte periódica: 36
2 cifras decimales
periódicas

$$\begin{array}{l} 100 \cdot A = 100 \cdot 9,\hat{36} \\ 100A = 936,\hat{36} \end{array}$$

- ③ Restamos a ese resultado el número decimal periódico de partida.

$$\begin{array}{r} 10A = 43,\hat{3} \\ - A = 4,\hat{3} \\ \hline 9A = 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100A = 936,\hat{36} \\ - A = 9,\hat{36} \\ \hline 99A = 927 \end{array}$$

Al hacer la resta todas las cifras decimales se cancelan.

- ④ Despejamos A.

$$A = \frac{39}{9} = \frac{13}{3}$$

$$A = \frac{927}{99} = \frac{103}{11}$$

Simplificamos la fracción.

La fracción generatriz de $4,\hat{3}$ es $\frac{13}{3}$.

La fracción generatriz de $9,\hat{36}$ es $\frac{103}{11}$.

6. Fracciones y números decimales.

- 50 Expresa estos decimales mediante su fracción generatriz. Después, divide el numerador entre el denominador y comprueba que lo has hecho bien.

a) $3,\widehat{6}$ c) $42,\widehat{51}$ e) $7,\widehat{132}$
 b) $27,\widehat{5}$ d) $71,\widehat{82}$ f) $0,\widehat{3465}$

a) $\frac{11}{3}$

c) $\frac{4\,209}{99}$

e) $\frac{7\,125}{999}$

b) $\frac{248}{9}$

d) $\frac{7\,111}{99}$

f) $\frac{3\,465}{9\,999}$

- 51 Expresa los números decimales en forma de fracción y ordénalos de menor a mayor.

a) $6,\widehat{45}$; $6,\widehat{451}$; $6,\widehat{456}$
 b) $13,\widehat{21}$; $13,\widehat{201}$; $13,\widehat{210}$
 c) $4,\widehat{73}$; $4,\widehat{739}$; $4,\widehat{737}$
 d) $0,\widehat{32}$; $0,\widehat{322}$; $0,\widehat{3223}$

a) $\frac{639}{99}, \frac{6\,445}{999}, \frac{6\,450}{999} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{6\,445}{999} < \frac{639}{99} < \frac{6\,450}{999}$

c) $\frac{469}{99}, \frac{4\,735}{999}, \frac{4\,733}{999} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{469}{99} < \frac{4\,733}{999} < \frac{4\,735}{999}$

b) $\frac{1\,308}{99}, \frac{13\,188}{999}, \frac{13\,197}{999} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{13\,188}{999} < \frac{13\,197}{999} < \frac{1\,308}{99}$

d) $\frac{32}{99}, \frac{322}{999}, \frac{3\,223}{9\,999} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{322}{999} < \frac{3\,223}{9\,999} < \frac{32}{99}$

- 52 Calcula el resultado de las siguientes operaciones, expresando cada número decimal como una fracción.

a) $1,\widehat{3} + 0,\widehat{8}$ c) $22,\widehat{51} \cdot 4,\widehat{1}$
 b) $1,\widehat{148} - 0,\widehat{1}$ d) $30,\widehat{02} : 3$

a) $\frac{4}{3} + \frac{8}{9} = \frac{20}{9}$

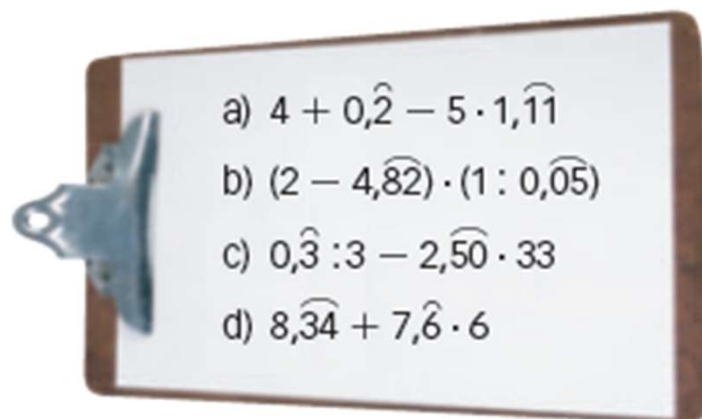
c) $\frac{743}{33} \cdot \frac{37}{9} = \frac{27\,491}{297}$

b) $\frac{31}{27} - \frac{1}{9} = \frac{28}{27}$

d) $\frac{2\,972}{99} : 3 = \frac{2\,972}{297}$

6. Fracciones y números decimales.

- 53 Realiza estas operaciones combinadas con números decimales.



$$\begin{aligned} \text{a) } 4,\hat{2} - 5 \cdot \frac{10}{9} &= \frac{38}{9} - \frac{50}{9} = -\frac{12}{9} = \\ &= -\frac{4}{3} = -1,\hat{3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \left(2 - \frac{478}{99}\right) \cdot \left(1 : \frac{5}{99}\right) = \frac{280}{99} \cdot \frac{99}{5} = 56$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1}{3} : 3 - \frac{248}{99} \cdot 33 &= \frac{1}{9} - \frac{248}{3} = \\ &= -\frac{743}{9} = -82,\hat{5} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \frac{826}{99} + \frac{23}{3} \cdot 6 = \frac{5380}{99} = 54,\hat{34}$$

Cómo se expresa un número decimal periódico mixto mediante una fracción

Calcula la fracción generatriz del número $7,2\hat{43}$.

6. Fracciones y números decimales.

- ① Llamamos A al número decimal.

$$A = 7,2\overline{43}$$

- ② Multiplicamos esa igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene su parte periódica y no periódica.

1 cifra decimal no periódica
y 2 cifras periódicas

$$\begin{aligned} 1000 \cdot A &= 1000 \cdot 7,2\overline{43} \\ 1000A &= 7243,\overline{43} \end{aligned}$$

- ③ Multiplicamos la igualdad inicial por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene su parte decimal no periódica.

1 cifra decimal no periódica

$$\begin{aligned} 10 \cdot A &= 10 \cdot 7,2\overline{43} \\ 10A &= 72,\overline{43} \end{aligned}$$

- ④ Restamos los resultados obtenidos.

$$\begin{array}{r} 1000A = 7243,\overline{43} \\ - \quad 10A = \quad 72,\overline{43} \\ \hline 990A = 7171 \end{array}$$

- ⑤ Despejamos A .

$$A = \frac{7171}{990} \quad \leftarrow \text{La fracción es irreducible.}$$

La fracción generatriz de $7,2\overline{43}$ es $\frac{7171}{990}$.

Al hacer la resta se cancelan todas las cifras decimales.

6. Fracciones y números decimales.

- 54 Señala el periodo y el anteperiodo de estos números decimales. Después, exprésalos mediante su fracción generatriz.

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| a) $12,2\overline{3}$ | e) $7,32\overline{45}$ |
| b) $2,24\overline{6}$ | f) $9,05\overline{85}$ |
| c) $3,8\overline{35}$ | g) $4,57\overline{34}$ |
| d) $8,4\overline{21}$ | h) $62,00\overline{15}$ |

- 55 Resuelve las siguientes operaciones, expresando los números decimales en forma de fracción.

- a) $51,4\overline{76} - 26,6\overline{47}$
 b) $2,16\overline{23} + 2,0\overline{38}$
 c) $3,6\overline{4} + 2,3\overline{5}$
 d) $3,70\overline{52} + 1,3\overline{98} - 2,6\overline{34}$
 e) $6,7\overline{1} \cdot (-3)$
 f) $(1,2\overline{2} + 0,5\overline{5}) : 0,5625$
 g) $-2 \cdot (0,7\overline{5} - 0,1\overline{1})$

a) Período: 3

Anteperíodo: 2

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{367}{30}$$

b) Período: 6

Anteperíodo: 24

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{337}{150}$$

c) Período: 35

Anteperíodo: 8

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{3797}{990}$$

d) Período: 21

Anteperíodo: 4

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{2779}{330}$$

e) Período: 45

Anteperíodo: 32

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{8057}{1100}$$

f) Período: 585

Anteperíodo: 0

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{2011}{222}$$

g) Período: 4

Anteperíodo: 573

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{41161}{9000}$$

h) Período: 15

Anteperíodo: 00

$$\text{Fracción generatriz: } \frac{40921}{660}$$

$$\text{a) } \frac{50962}{990} - \frac{26381}{990} = \frac{24581}{990}$$

$$\text{b) } \frac{21407}{9900} + \frac{1835}{900} = \frac{41592}{9900} = \frac{3466}{825}$$

$$\text{c) } \frac{328}{90} + \frac{212}{90} = \frac{540}{90} = 6$$

$$\text{d) } \frac{36682}{9900} + \frac{1385}{990} - \frac{2608}{990} = \frac{6113}{2475}$$

$$\text{e) } \frac{665}{99} \cdot (-3) = -\frac{665}{33}$$

$$\text{f) } \left(\frac{11}{9} + \frac{5}{9} \right) : \frac{5625}{10000} = \frac{16}{9} : \frac{9}{16} = \frac{256}{81}$$

$$\text{g) } -2 \cdot \left(\frac{75}{99} - \frac{1}{9} \right) = -2 \cdot \frac{64}{99} = -\frac{128}{99}$$

7. Números racionales.

7. Números racionales

El conjunto de todos los números que se pueden expresar mediante fracciones se llama conjunto de los **números racionales** y se representa por \mathbb{Q} .

Los números naturales, los enteros, los decimales exactos y los decimales periódicos se pueden expresar mediante fracciones.

$$\text{Números racionales} \left\{ \begin{array}{l} \text{Números enteros} \left\{ \begin{array}{l} \text{Números naturales: } 1, 2, 3, \dots \\ \text{El número cero: } 0 \\ \text{Enteros negativos: } -1, -2, -3, \dots \end{array} \right. \\ \text{Números decimales} \left\{ \begin{array}{l} \text{Decimales exactos: } 1,35; 0,079; \dots \\ \text{Decimales periódicos: } 9,\widehat{64}; 8,12\widehat{3}; \dots \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Los números decimales no exactos y no periódicos no se pueden expresar mediante una fracción y, por tanto, no son racionales. Se denominan **números irracionales**.

7. Números racionales.

EJEMPLO

14. Clasifica los siguientes números. Ten en cuenta que cada uno de ellos puede pertenecer a varios conjuntos.

- a) $7,24 \rightarrow$ Es un número racional, decimal exacto.
- b) $5,3\hat{6} \rightarrow$ Es un número racional, decimal periódico mixto.
- c) $\frac{7}{3} = 2,\hat{3} \rightarrow$ Es un número racional, decimal periódico puro.
- d) $\frac{-12}{3} = -4 \rightarrow$ Es un número racional, entero.
- e) $\frac{18}{3} = 6 \rightarrow$ Es un número racional, entero, natural.
- f) $12,\widehat{351} \rightarrow$ Es un número racional, decimal periódico puro.
- g) $1,010010001... \rightarrow$ Es un número irracional.
- h) $\sqrt{2} = 1,414213562... \rightarrow$ Es un número irracional.

7. Números racionales.

56 Di todos los conjuntos a los que pertenecen los siguientes números.

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $1,1121231234\dots$ | f) $-3,2\hat{4}$ |
| b) $5,\hat{2}$ | g) $0,1819202122\dots$ |
| c) $72,002002002\dots$ | h) $8,\widehat{431}$ |
| d) $\frac{-297}{99}$ | i) $\frac{17}{4}$ |
| e) $\frac{131}{25}$ | j) $\frac{126}{-7}$ |

- | | |
|---|--|
| a) Es un número irracional. | f) Es un número racional, decimal periódico mixto. |
| b) Es un número racional, decimal periódico puro. | g) Es un número irracional. |
| c) Es un número racional, decimal periódico puro. | h) Es un número racional, decimal periódico puro. |
| d) Es un número racional, entero negativo. | i) Es un número racional, decimal exacto. |
| e) Es un número racional, decimal exacto. | j) Es un número racional, entero negativo. |

57 Indica tres números que pertenezcan a los siguientes grupos.

- a) Racional y decimal periódico puro, que esté comprendido entre 1 y 3.
- b) Racional y decimal periódico mixto, que esté comprendido entre 10 y 11.
- c) Irracional, que esté comprendido entre 7 y 8.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $2,\hat{50}$; $1,\hat{9}$ y $2,\hat{1}$
- b) $10,0\hat{50}$; $10,8\hat{9}$ y $10,55\hat{1}$
- c) $7,123456\dots$; $7,919911999111\dots$ y $7,112233\dots$

58 **REFLEXIONA.** Escribe tres números irracionales cuyo valor absoluto sea menor que 1.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$0,010110111\dots$; $-0,1234\dots$ y $0,1234\dots$

