

## Tema 1

# NÚMEROS RACIONALES

## Índice

- 1. Fracciones.**
- 2. Fracción irreducible.**
  - 2.1 Amplificación y simplificación de fracciones.**
  - 2.2 Fracción irreducible.**
- 3. Comparación de fracciones.**
  - 3.1 Reducción a común denominador.**
  - 3.2 Comparación de fracciones.**
- 4. Operaciones con fracciones.**
  - 4.1 Suma de fracciones.**
  - 4.2 Resta de fracciones.**
- 5. Números decimales.**
- 6. Fracciones y números decimales.**
  - 6.1 Paso de fracción a número decimal.**
  - 6.2 Paso de un número decimal a fracción.**
- 7. Números racionales.**

## 1. Fracciones.

### 1. Fracciones

Una fracción es una expresión  $\frac{a}{b}$ , con  $a$  y  $b$  números enteros y  $b \neq 0$ .

Al número  $a$  se le llama **numerador**, y a  $b$ , **denominador**.

#### EJEMPLO

1. Escribe fracciones que cumplan lo siguiente.

a) Sus dos términos son positivos:  $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}$

b) Tienen un término positivo y otro negativo:  $\frac{-1}{6}, \frac{7}{-9}$

c) Sus dos términos son negativos:  $\frac{-7}{-5}, \frac{-4}{-3}$

## 1. Fracciones.

### Fracciones equivalentes

Dos fracciones  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son equivalentes, y se escribe  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , si se cumple que  $a \cdot d = b \cdot c$ .

#### EJEMPLO

2. Decide si estas fracciones son equivalentes.

a)  $\frac{8}{-10}$  y  $\frac{-12}{15} \rightarrow \begin{cases} 8 \cdot 15 = 120 \\ (-10) \cdot (-12) = 120 \end{cases} \rightarrow \frac{8}{-10} \text{ y } \frac{-12}{15} \text{ son equivalentes.}$

b)  $\frac{-3}{5}$  y  $\frac{-16}{25} \rightarrow \begin{cases} (-3) \cdot 25 = -75 \\ 5 \cdot (-16) = -80 \end{cases} \rightarrow \frac{-3}{5} \text{ y } \frac{-16}{25} \text{ no son equivalentes.}$

1 Escribe en forma de fracción.

- a) En una ciudad, 8 de cada 45 habitantes son mayores de 65 años.
- b) En el examen de Matemáticas resolví bien 5 de los 6 problemas.
- c) Esta semana ha habido 25 nacimientos en el hospital. En total han nacido 14 niñas.

a)  $\frac{8}{45}$  son mayores de 65 años.

b)  $\frac{5}{6}$  problemas resolví bien.

c)  $\frac{14}{25}$  han sido niñas.



Todo número entero puede expresarse en forma de fracción.

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \dots$$

$$-4 = \frac{-4}{1} = \frac{-8}{2} = \frac{-12}{3} = \dots$$

## 1. Fracciones.

- 3 Relaciona las fracciones que sean equivalentes.

$$\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{-8}{-12}, \frac{-4}{6}, -\frac{2}{-3}, \frac{4}{6}, \frac{9}{6}, -\frac{-6}{9}$$

$\frac{2}{3}, \frac{-8}{-12}, -\frac{2}{-3}, \frac{4}{6}, -\frac{-6}{9}$  son equivalentes.

- 4 **REFLEXIONA.** Inventa dos fracciones equivalentes de forma que:

- a) Sus numeradores sean uno el opuesto del otro.
- b) Sus denominadores sean de diferente signo y distinto valor absoluto.
- c) El denominador de una sea igual al numerador de la otra.
- d) Sus numeradores sean uno múltiplo de otro.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a)  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{-2}{-3}$
- b)  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{-10}{-15}$
- c)  $\frac{4}{2}$  y  $\frac{8}{4}$
- d)  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{6}$

## 1. Fracciones.

- 5 Calcula el valor desconocido en estas igualdades.

a)  $\frac{6}{8} = \frac{18}{x}$

d)  $\frac{-7}{3} = \frac{x}{-12}$

b)  $\frac{5}{2} = \frac{x}{8}$

e)  $\frac{4}{-5} = \frac{12}{x}$

c)  $\frac{x}{4} = \frac{9}{6}$

f)  $\frac{8}{x} = \frac{-56}{7}$

a)  $x = \frac{18 \cdot 8}{6} = \frac{144}{6} = 24$

d)  $x = \frac{-7 \cdot (-12)}{3} = \frac{84}{3} = 28$

b)  $x = \frac{5 \cdot 8}{2} = \frac{40}{2} = 20$

e)  $x = \frac{-5 \cdot 12}{4} = \frac{-60}{4} = -15$

c)  $x = \frac{9 \cdot 4}{6} = \frac{36}{6} = 6$

f)  $x = \frac{8 \cdot 7}{-56} = \frac{56}{-56} = -1$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

A 2 →  $\frac{4}{2}, \frac{30}{15}, \frac{-100}{-50}, \frac{-2}{-1}, \frac{8}{4}, \dots$

A 3 →  $\frac{6}{2}, \frac{30}{10}, \frac{-120}{-40}, \frac{-3}{-1}, \frac{9}{3}, \dots$

Existen infinitas fracciones equivalentes a un número entero.

- 6 Escribe fracciones equivalentes a 2 y a -3. ¿Cuántas fracciones equivalentes a un número entero existen?

- 7 Encuentra el término desconocido en cada caso.

a)  $-5 = \frac{10}{x}$

b)  $4 = \frac{x}{11}$

c)  $7 = \frac{-14}{x}$

a)  $x = -2$

b)  $x = 44$

c)  $x = -2$

## 1. Fracciones.

- 8) Escribe una fracción equivalente a  $\frac{10}{8}$  tal que:

- a) Su numerador es múltiplo de 3.
- b) Su denominador es múltiplo de 10 y su numerador es impar.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $\frac{30}{24}$

b)  $\frac{25}{20}$

- 9) Calcula el valor de  $x$  e  $y$ .

a)  $\frac{y}{25} = \frac{18}{x} = \frac{3}{5}$

d)  $\frac{10}{y} = \frac{5}{9} = \frac{x}{27}$

b)  $\frac{21}{x} = \frac{35}{y} = \frac{7}{6}$

e)  $\frac{28}{x} = \frac{7}{11} = \frac{y}{33}$

c)  $\frac{6}{9} = \frac{x}{18} = \frac{2}{y}$

f)  $\frac{6}{5} = \frac{24}{x} = \frac{y}{35}$

a)  $y = \frac{3 \cdot 25}{5} = 15, x = \frac{18 \cdot 5}{3} = 30$

b)  $y = \frac{35 \cdot 6}{7} = 30, x = \frac{21 \cdot 6}{7} = 18$

c)  $y = \frac{9 \cdot 2}{6} = 3, x = \frac{18 \cdot 6}{9} = 12$

d)  $y = \frac{9 \cdot 10}{5} = 18, x = \frac{27 \cdot 5}{9} = 15$

e)  $y = \frac{33 \cdot 7}{11} = 21, x = \frac{28 \cdot 11}{7} = 44$

f)  $y = \frac{35 \cdot 6}{5} = 42, x = \frac{24 \cdot 5}{6} = 20$

## 1. Fracciones.

- 10) Determina los valores desconocidos y completa en tu cuaderno.

a)  $\frac{5}{3} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{24} = \frac{-30}{\square} = \frac{\square}{12}$

b)  $\frac{2}{11} = \frac{\square}{121} = \frac{-18}{\square} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{-77}$

c)  $\frac{8}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{-4}{3} = \frac{40}{\square} = \frac{\square}{-45}$

a)  $\frac{5}{3} = \frac{15}{9} = \frac{40}{24} = \frac{-30}{-18} = \frac{20}{12}$

b)  $\frac{2}{11} = \frac{22}{121} = \frac{-18}{-99} = \frac{30}{165} = \frac{-14}{-77}$

c)  $\frac{8}{-6} = \frac{-16}{12} = \frac{-4}{3} = \frac{40}{-30} = \frac{60}{-45}$

- 11) Escribe una fracción equivalente a  $\frac{2}{5}$  y otra equivalente a  $\frac{9}{4}$  tales que tengan el mismo:

a) Denominador.

b) Numerador.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$  y  $\frac{9}{4} = \frac{45}{20}$

b)  $\frac{2}{5} = \frac{18}{40}$  y  $\frac{9}{4} = \frac{18}{8}$

## 2. Fracción irreducible.

# 2. Fracción irreducible

## 2.1. Amplificación y simplificación de fracciones

Existen dos métodos para obtener fracciones equivalentes a una fracción.

- **Amplificar.** Consiste en multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por un mismo número distinto de cero.
- **Simplificar.** Consiste en dividir el numerador y el denominador de la fracción entre un divisor común a ambos distinto de la unidad.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

### EJEMPLO

3. Escribe tres fracciones equivalentes a  $\frac{8}{12}$  por amplificación y dos más por simplificación.

$$\text{Amplificación} \rightarrow \frac{4}{12} = \frac{4 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{8}{24}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{4 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{12}{36}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{4 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{16}{48}$$

$$\text{Simplificación} \rightarrow \frac{4}{12} = \frac{4 : 2}{12 : 2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{3}$$

## 2. Fracción irreducible.

### 2.2. Fracción irreducible

La fracción irreducible de una fracción dada es una fracción equivalente a ella en la que el numerador y el denominador no tienen divisores comunes distintos de la unidad.



Una fracción es irreducible cuando no se puede simplificar.

Cada fracción tiene una única fracción irreducible equivalente a ella.

#### EJEMPLO

4. Decide si estas fracciones son irreducibles.

a)  $\frac{6}{32} \rightarrow \begin{cases} 6 = 2 \cdot 3 \\ 32 = 2^5 \end{cases} \rightarrow 6 \text{ y } 32 \text{ tienen un divisor común, } 2. \text{ No es irreducible.}$

b)  $\frac{15}{14} \rightarrow \begin{cases} 15 = 3 \cdot 5 \\ 14 = 2 \cdot 7 \end{cases} \rightarrow 15 \text{ y } 14 \text{ no tienen divisores comunes. Es irreducible.}$

- 12 Halla dos fracciones equivalentes por amplificación y otras dos por simplificación.

a)  $\frac{6}{18}$

b)  $\frac{9}{27}$

c)  $\frac{10}{30}$

d)  $\frac{28}{42}$

a) Amplificación:  $\frac{6}{18} = \frac{12}{36} = \frac{18}{54}$

Simplificación:  $\frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

c) Amplificación:  $\frac{10}{30} = \frac{20}{60} = \frac{30}{90}$

Simplificación:  $\frac{10}{30} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

b) Amplificación:  $\frac{9}{27} = \frac{18}{54} = \frac{27}{81}$

Simplificación:  $\frac{9}{27} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

d) Amplificación:  $\frac{28}{42} = \frac{56}{84} = \frac{84}{126}$

Simplificación:  $\frac{28}{42} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

## 2. Fracción irreducible.

- 13** Estudia si las siguientes fracciones son irreducibles.

a)  $\frac{6}{16}$     b)  $-\frac{23}{42}$     c)  $-\frac{36}{105}$     d)  $\frac{39}{41}$

a)  $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$     c)  $-\frac{36}{105} = -\frac{12}{35}$

b) Irreducible.    d) Irreducible.

- 14** Calcula, si se puede, fracciones equivalentes a estas con denominador ímpar.

a)  $-\frac{30}{18}$     b)  $\frac{12}{20}$     c)  $\frac{15}{6}$     d)  $-\frac{6}{30}$

a)  $\frac{-30}{18} = \frac{-15}{9}$     c) No se puede.

b)  $\frac{12}{20} = \frac{4}{5}$     d)  $\frac{-6}{30} = \frac{-1}{5}$

- 15** **REFLEXIONA.** Decide si estas fracciones pueden ser irreducibles, donde  $n$  es un número entero.

a)  $\frac{n}{n+1}$     b)  $\frac{n+1}{n}$     c)  $\frac{n}{n+2}$

a) Irreducible.  
b) Irreducible.  
c) Reducible si  $n$  es par.

## 2. Fracción irreducible.

- 16** Halla las fracciones irreducibles de las siguientes.

a)  $\frac{56}{72}$

e)  $\frac{14}{91}$

i)  $\frac{-36}{54}$

b)  $\frac{35}{-45}$

f)  $\frac{23}{92}$

j)  $\frac{81}{810}$

c)  $\frac{4}{14}$

g)  $\frac{-70}{120}$

k)  $\frac{45}{105}$

d)  $\frac{22}{143}$

h)  $\frac{90}{108}$

l)  $\frac{-99}{108}$

a)  $\frac{56}{72} = \frac{7}{9}$

g)  $\frac{-70}{120} = \frac{-7}{12}$

b)  $\frac{35}{-45} = \frac{7}{-9}$

h)  $\frac{90}{108} = \frac{5}{6}$

c)  $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

i)  $\frac{-36}{54} = \frac{-2}{3}$

d)  $\frac{22}{143} = \frac{2}{13}$

j)  $\frac{81}{810} = \frac{1}{10}$

e)  $\frac{14}{91} = \frac{2}{13}$

k)  $\frac{45}{105} = \frac{3}{7}$

f)  $\frac{23}{92} = \frac{1}{4}$

l)  $\frac{-99}{108} = \frac{-11}{12}$

- 17** Decide si estas fracciones son irreducibles o no, sin hacer los cálculos, utilizando los criterios de divisibilidad. Reduce aquellas que no lo sean.

a)  $\frac{15}{21}$

d)  $\frac{24}{45}$

g)  $\frac{11}{13}$

b)  $\frac{15}{8}$

e)  $\frac{15}{45}$

h)  $\frac{27}{81}$

c)  $\frac{50}{60}$

f)  $\frac{6}{125}$

i)  $\frac{27}{202}$

a)  $\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$

f) Irreducible.

b) Irreducible.

g) Irreducible.

c)  $\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$

h)  $\frac{27}{81} = \frac{1}{3}$

d)  $\frac{24}{45} = \frac{8}{15}$

i) Irreducible.

e)  $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

## 2. Fracción irreducible.

- 18** Copia y completa los huecos para que estas fracciones sean propias y, además, irreducibles. Justifica qué números puedes colocar y cuáles no.

a)  $\frac{\square}{6}$  b)  $\frac{6}{\square}$  c)  $\frac{15}{\square}$  d)  $\frac{\square}{15}$  e)  $\frac{36}{\square}$  f)  $\frac{\square}{36}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $\frac{5}{6}$  b)  $\frac{6}{7}$  c)  $\frac{15}{17}$  d)  $\frac{13}{15}$  e)  $\frac{36}{37}$  f)  $\frac{35}{36}$

El numerador debe ser menor que el denominador y han de ser primos entre sí.

- 19** Comprueba si estos pares de fracciones son equivalentes, hallando previamente su fracción irreducible.

a)  $\frac{14}{8}$  y  $\frac{21}{12}$

d)  $\frac{12}{9}$  y  $\frac{20}{15}$

b)  $\frac{15}{18}$  y  $\frac{30}{35}$

e)  $\frac{8}{18}$  y  $\frac{20}{43}$

c)  $\frac{12}{10}$  y  $\frac{30}{25}$

f)  $\frac{9}{12}$  y  $\frac{21}{28}$

a)  $\frac{7}{4} \rightarrow$  Equivalentes.

b)  $\frac{5}{6}$  y  $\frac{6}{7} \rightarrow$  No equivalentes.

c)  $\frac{6}{5} \rightarrow$  Equivalentes.

d)  $\frac{4}{3} \rightarrow$  Equivalentes.

e)  $\frac{4}{9}$  y  $\frac{20}{43} \rightarrow$  No equivalentes.

f)  $\frac{3}{4} \rightarrow$  Equivalentes.

## 2. Fracción irreducible.

- 20** Calcula dos fracciones diferentes cuya fracción irreducible sean las siguientes.

a)  $\frac{6}{5}$

d)  $\frac{3}{11}$

g)  $\frac{-6}{17}$

b)  $-\frac{4}{7}$

e)  $\frac{-4}{9}$

h)  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{5}{12}$

f)  $\frac{12}{13}$

i)  $\frac{23}{17}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $\frac{36}{30}$  y  $\frac{12}{10}$

f)  $\frac{24}{26}$  y  $\frac{36}{39}$

b)  $\frac{-8}{14}$  y  $\frac{-12}{21}$

g)  $\frac{-12}{34}$  y  $\frac{-18}{51}$

c)  $\frac{10}{24}$  y  $\frac{15}{36}$

h)  $\frac{8}{10}$  y  $\frac{12}{15}$

d)  $\frac{6}{22}$  y  $\frac{9}{33}$

i)  $\frac{46}{34}$  y  $\frac{69}{51}$

- 21** Agrupa las fracciones que tengan la misma fracción irreducible.

a)  $\frac{50}{75}$

$\frac{12}{18}$

$\frac{15}{10}$

$\frac{18}{27}$

$\frac{36}{24}$

$\frac{90}{60}$

$\frac{30}{20}$

$\frac{10}{15}$

$\frac{45}{30}$

a)  $\frac{50}{75}, \frac{12}{18}, \frac{18}{27}, \frac{10}{15}$

y  $\frac{15}{10}, \frac{36}{24}, \frac{90}{60}, \frac{30}{20}, \frac{45}{30}$

b)  $-\frac{42}{24}$

$-\frac{56}{40}$

$-\frac{28}{20}$

$-\frac{45}{36}$

$-\frac{21}{12}$

$-\frac{20}{16}$

$-\frac{15}{12}$

$-\frac{21}{15}$

$-\frac{10}{8}$

b)  $-\frac{42}{24}, -\frac{21}{12}$  y  $-\frac{56}{40}, -\frac{28}{20}, -\frac{21}{15}$

y  $-\frac{45}{36}, -\frac{20}{16}, -\frac{15}{12}, -\frac{10}{8}$

### 3. Comparación de fracciones.

## 3. Comparación de fracciones

### 3.1. Reducción a común denominador

Reducir a común denominador dos o más fracciones consiste en obtener otras fracciones equivalentes a ellas que tengan el mismo denominador.

#### EJEMPLO

5. Reduce a común denominador las fracciones  $\frac{5}{6}$  y  $\frac{-9}{14}$ .

Para hallar el denominador común, calculamos el m.c.m. de los denominadores.

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 14 = 2 \cdot 7 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(6, 14) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

Para hallar los numeradores, dividimos el m.c.m. entre cada denominador y el resultado lo multiplicamos por su numerador.

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 7}{42} = \frac{35}{42}$$

$$\frac{-9}{14} = \frac{-9 \cdot 3}{42} = \frac{-27}{42}$$

### 3. Comparación de fracciones.

#### 3.2. Comparación de fracciones

Para comparar fracciones, primero las reducimos a común denominador. Será mayor la fracción que tenga mayor numerador.

##### EJEMPLO

6. Ordena de menor a mayor estas fracciones:  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{7}{12}$ .

Primero reducimos a común denominador:

$$\text{m.c.m.}(6, 9 \text{ y } 12) = 36 \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36} \quad \frac{4}{9} = \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{16}{36} \quad \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36}$$

Después, comparamos las fracciones y las ordenamos:  $\frac{16}{36} < \frac{21}{36} < \frac{30}{36} \rightarrow \frac{4}{9} < \frac{7}{12} < \frac{5}{6}$

- 22 Reduce las fracciones a común denominador.

a)  $\frac{7}{12}$  y  $\frac{5}{18}$

b)  $\frac{11}{20}$  y  $\frac{14}{35}$

c)  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{6}{15}$  y  $\frac{23}{45}$

a)  $\frac{21}{36}$  y  $\frac{10}{36}$

b)  $\frac{77}{140}$  y  $\frac{56}{140}$

c)  $\frac{63}{90}$ ,  $\frac{36}{90}$  y  $\frac{46}{90}$

### 3. Comparación de fracciones.

23 Ordena de menor a mayor estas fracciones.

a)  $\frac{7}{10}, \frac{5}{6}$  y  $\frac{4}{9}$

b)  $\frac{8}{15}, \frac{12}{25}$  y  $\frac{27}{50}$

c)  $\frac{5}{12}, \frac{4}{15}$  y  $\frac{7}{18}$

d)  $\frac{4}{21}, \frac{11}{18}$  y  $\frac{3}{4}$

a)  $\frac{63}{90}, \frac{75}{90}$  y  $\frac{40}{90} \rightarrow \frac{4}{9} < \frac{7}{10} < \frac{5}{6}$

b)  $\frac{80}{150}, \frac{72}{150}$  y  $\frac{81}{150} \rightarrow \frac{12}{25} < \frac{8}{15} < \frac{27}{50}$

c)  $\frac{75}{180}, \frac{48}{180}$  y  $\frac{70}{180} \rightarrow \frac{4}{15} < \frac{7}{18} < \frac{5}{12}$

d)  $\frac{48}{252}, \frac{154}{252}$  y  $\frac{189}{252} \rightarrow \frac{4}{21} < \frac{11}{18} < \frac{3}{4}$

24 Ordena de mayor a menor, reduciendo previamente a común denominador.

a)  $\frac{5}{3}, \frac{13}{9}$  y  $\frac{17}{12}$

b)  $\frac{4}{10}, \frac{8}{15}$  y  $\frac{10}{20}$

a)  $\frac{60}{36}, \frac{52}{36}$  y  $\frac{51}{36} \rightarrow \frac{5}{3} > \frac{13}{9} > \frac{17}{12}$

b)  $\frac{24}{60}, \frac{32}{60}$  y  $\frac{30}{60} \rightarrow \frac{8}{15} > \frac{10}{20} > \frac{4}{10}$

### 3. Comparación de fracciones.

25 **REFLEXIONA.** En cada caso, encuentra una fracción comprendida entre estas dos.

a)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$     b)  $-\frac{2}{5}$  y  $-\frac{2}{6}$     c)  $\frac{3}{7}$  y  $\frac{4}{7}$

a)  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  y  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \rightarrow \frac{2}{6} < \frac{25}{60} < \frac{3}{6} \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

b)  $-\frac{2}{5} = -\frac{12}{30}$  y  $-\frac{2}{6} = -\frac{10}{30} \rightarrow$   
 $\rightarrow -\frac{12}{30} < -\frac{11}{30} < -\frac{10}{30} \rightarrow -\frac{11}{30}$

c)  $\frac{3}{7} < \frac{35}{70} < \frac{4}{7} \rightarrow \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$

**4. Operaciones con fracciones.****4. Operaciones con fracciones****4.1. Suma de fracciones**

Para sumar fracciones con igual denominador se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Para sumar fracciones con distinto denominador, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se suman como fracciones con igual denominador.

**EJEMPLO**

7. Suma estas fracciones.

$$\frac{-2}{6} + \frac{3}{15} = \frac{-10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{-10 + 6}{30} = \frac{-4}{30} \stackrel{\text{simplificando}}{=} \frac{-2}{15}$$

Al operar con fracciones hay que simplificar el resultado hasta obtener la fracción irreducible.

## 4. Operaciones con fracciones.

### 4.2. Resta de fracciones

Para restar fracciones que tienen el mismo denominador se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Para restar fracciones que tienen distinto denominador, primero se reducen las fracciones a común denominador y, después, se restan como fracciones con igual denominador.

#### EJEMPLO

8. Realiza esta resta.

$$\frac{7}{15} - 2 = \frac{7}{15} - \frac{2}{1} \stackrel{\text{m.c.m. (1, 15) = 15}}{\downarrow} = \frac{7}{15} - \frac{2 \cdot 15}{1 \cdot 15} = \frac{7}{15} - \frac{30}{15} = \frac{-23}{15}$$

Los números enteros se pueden representar como fracciones de denominador 1.

- 26) Calcula estas sumas y restas de fracciones.

a)  $\frac{3}{5} + \frac{5}{6} + \frac{1}{10}$

c)  $\frac{7}{5} - \frac{4}{3} - \frac{1}{10}$

a)  $\frac{18 + 25 + 3}{30} = \frac{46}{30} = \frac{23}{15}$

c)  $\frac{42 - 40 - 3}{30} = -\frac{1}{30}$

b)  $\frac{7}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$

d)  $\frac{1}{3} - \frac{5}{6} - \frac{3}{12}$

b)  $\frac{28 + 6 + 3}{36} = \frac{37}{36}$

d)  $\frac{4 - 10 - 3}{12} = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$

## 4. Operaciones con fracciones.

**27** Opera con los siguientes números.

a)  $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + 1$

c)  $-\frac{5}{9} + \frac{4}{7} + 3$

a)  $\frac{8 - 3 + 12}{12} = \frac{17}{12}$

c)  $\frac{-35 + 36 + 189}{63} = \frac{190}{63}$

b)  $\frac{3}{5} - \frac{7}{6} - 2$

d)  $2 - \frac{6}{5} - \frac{7}{9}$

b)  $\frac{18 - 35 - 60}{30} = \frac{-77}{30}$

d)  $\frac{90 - 54 - 35}{45} = \frac{1}{45}$

**28** Resuelve.

a)  $-\frac{1}{8} + 1 - \frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8} - \frac{2}{6}$

a)  $\frac{-3 + 24 - 4 + 18 - 3 - 8}{24} = \frac{24}{24} = 1$

b)  $-3 + \frac{6}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$

b)  $\frac{-72 + 18 - 12 - 8 + 48 - 4 + 6}{24} =$   
 $= \frac{-24}{24} = -1$

c)  $-\frac{1}{10} + \frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} - \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$

c)  $\frac{-2 + 10 - 40 + 5 + 1 - 2 + 8}{20} =$   
 $= \frac{-20}{20} = -1$

**29** **REFLEXIONA.** Encuentra dos fracciones con denominadores 2 y 4 tales que al restarlas el resultado sea un número entero negativo.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\frac{8}{4} - \frac{10}{2} = \frac{8 - 20}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

## 4. Operaciones con fracciones.

### 4.3. Multiplicación de fracciones

El producto de dos o más fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores, y como denominador, el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

#### EJEMPLO

9. Multiplica estas fracciones y simplifica el resultado.

a)  $\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4} = \frac{2 \cdot (-3)}{5 \cdot 4} = \frac{-6}{20} = \frac{-3}{10}$

b)  $\frac{1}{5} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 3}{5 \cdot 9 \cdot 4} = \frac{30}{180} = \frac{1}{6}$

Para operar con fracciones del tipo  $-\frac{a}{b}$   
es mejor sustituirlas por  $\frac{-a}{b}$ .

$$-\frac{5}{3} = \frac{-5}{3}$$

### 4.4. División de fracciones

Se llama fracción inversa de una fracción  $\frac{a}{b}$  a la fracción  $\frac{b}{a}$ .

Para dividir dos fracciones se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

## 4. Operaciones con fracciones.

**EJEMPLO**

10. Calcula la fracción inversa de  $\frac{3}{5}$  y multiplícalo por  $\frac{3}{5}$ . ¿Qué observas?

La fracción inversa es  $\frac{5}{3}$ .

$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1 \rightarrow$  Una fracción multiplicada por su inversa da como resultado la unidad.

**30** Multiplica las siguientes fracciones.

a)  $\frac{2}{-3} \cdot \frac{-6}{10}$

c)  $\frac{-3}{7} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \frac{14}{15}$

b)  $\frac{-10}{3} \cdot \frac{-9}{14}$

**31** Halla la fracción inversa en cada caso.

a)  $\frac{2}{3}$

c)  $\frac{5}{-4}$

e)  $\frac{-1}{3}$

b) 4

d) -3

f) -10

**EJEMPLO**

11. Realiza estas divisiones.

a)  $\frac{2}{5} : \frac{3}{-10} = \frac{2}{5} \cdot \frac{-10}{3} = \frac{2 \cdot (-10)}{5 \cdot 3} = \frac{-20}{15} = \frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$

b)  $6 : \frac{-5}{2} = \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{-5} = \frac{6 \cdot 2}{1 \cdot (-5)} = \frac{12}{-5} = -\frac{12}{5}$

a)  $\frac{-12}{-30} = \frac{2}{5}$

b)  $\frac{-90}{-42} = \frac{15}{7}$

c)  $\frac{210}{420} = \frac{1}{2}$

a)  $\frac{3}{2}$

b)  $\frac{1}{4}$

c)  $\frac{-4}{5}$

d)  $\frac{-1}{3}$

e)  $-\frac{3}{1}$

f)  $-\frac{1}{10}$

## 4. Operaciones con fracciones.

- 32 Realiza estas divisiones y simplifica el resultado si se puede.

a)  $\frac{1}{-3} : \frac{2}{9}$

c)  $\frac{3}{-5} : \frac{-5}{3} : \left(-\frac{3}{5}\right)$

b)  $\frac{6}{5} : \left(-\frac{3}{12}\right)$

a)  $\frac{9}{-6} = -\frac{3}{2}$

b)  $-\frac{72}{15} = -\frac{24}{5}$

c)  $1 : \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{5}{3}$

- 33 REFLEXIONA. Calcula la capacidad de un bidón con el que se han llenado

7 botellas de  $\frac{6}{5}$  ℥. ¿Cuántas botellas de  $\frac{3}{10}$  ℥ se pueden llenar con él?

$$7 \cdot \frac{6}{5} = \frac{42}{5} = 8,4$$

El bidón tiene 8,4 litro de capacidad.

$$\frac{42}{5} : \frac{3}{10} = \frac{420}{15} = 28$$

Se pueden llenar 28 botellas con él.

- 34 Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a)  $\frac{3}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$

e)  $\frac{5}{3} : \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$

a)  $\frac{3}{2} - \frac{20}{30} = \frac{45 - 20}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

e)  $\frac{45}{3} + \frac{1}{6} = \frac{90 + 1}{6} = \frac{91}{6}$

b)  $\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{6}$

f)  $\frac{5}{3} : \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{6}\right)$

b)  $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12}$

f)  $\frac{5}{3} : \frac{5}{18} = \frac{90}{15} = 6$

c)  $\frac{7}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6}$

g)  $\frac{2}{7} : \frac{1}{4} - \frac{3}{14}$

c)  $\frac{7}{2} + \frac{5}{30} = \frac{110}{30} = \frac{11}{3}$

g)  $\frac{8}{7} - \frac{3}{14} = \frac{13}{14}$

d)  $\left(\frac{7}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{6}$

h)  $\frac{2}{7} : \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{14}\right)$

d)  $\frac{37}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{185}{60} = \frac{37}{12}$

h)  $\frac{2}{7} : \frac{1}{28} = \frac{56}{7} = 8$

#### 4. Operaciones con fracciones.

35) Opera y simplifica el resultado.

a)  $\frac{9}{8} \cdot \frac{3}{5} - \frac{7}{4} : \frac{5}{6}$

b)  $\frac{3}{4} : \left( \frac{-10}{12} + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3}$

c)  $\frac{2}{3} - \left( \frac{4}{-3} + 1 \right) : \frac{4}{7}$

d)  $\frac{-7}{2} + \frac{2}{5} : \left( \frac{4}{6} - \frac{1}{3} \right)$

e)  $\left( \frac{3}{5} - \frac{2}{4} \right) : \frac{2}{5} + \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10}$

f)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{-4}{3} + \frac{1}{30} : \frac{1}{14}$

g)  $\left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) : \left( \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right)$

h)  $3 \cdot \left( \left( \frac{-1}{3} - \frac{1}{5} \right) : \frac{1}{2} \right)$

a)  $\frac{27}{40} - \frac{21}{10} = -\frac{57}{40}$

b)  $\frac{3}{4} : \left( \frac{-1}{3} \right) - \frac{1}{3} = -\frac{9}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{31}{12}$

c)  $\frac{2}{3} - \left( -\frac{1}{3} \right) : \frac{4}{7} = \frac{2}{3} + \frac{7}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

d)  $-\frac{7}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{7}{2} + \frac{6}{5} = -\frac{23}{10}$

e)  $\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

f)  $\frac{-8}{15} + \frac{14}{30} = \frac{-8+7}{15} = -\frac{1}{15}$

g)  $\frac{-1}{6} \cdot \frac{13}{20} = \frac{-20}{78} = -\frac{10}{39}$

h)  $3 \cdot \left( -\frac{16}{15} \right) = -\frac{16}{5}$

## 4. Operaciones con fracciones.

36 Calcula el resultado de estas operaciones combinadas.

a)  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

b)  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)$

c)  $\left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

d)  $\left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)$

a)  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{15} + \frac{1}{2} = \frac{1}{15}$

b)  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

c)  $-\frac{3}{15} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

d)  $-\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{15}{60} = -\frac{1}{4}$

37 Efectúa estas operaciones.

a)  $\left( 2 - \frac{2}{3} \right) \cdot \left( \frac{3}{5} - 1 \right) : \left( \frac{5}{3} + 1 \right)$

b)  $\frac{1}{-4} + \frac{2}{5} \cdot \left( \frac{2}{3} + \frac{7}{-2} \right) : 4$

c)  $\left( -2 - \frac{1}{7} \right) : 3 + \left( -\frac{1}{5} \right) \cdot \frac{10}{7}$

d)  $\frac{3}{2} : \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{2}{7}$

e)  $\frac{1}{2} + \left( \frac{5}{3} - \frac{3}{4} \right) : \left( 1 - \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{6}{5}$

a)  $\frac{4}{3} \cdot \left( -\frac{2}{5} \right) : \frac{8}{3} = -\frac{1}{5}$

b)  $\frac{1}{-4} + \frac{2}{5} \cdot \left( -\frac{17}{6} \right) : 4 = -\frac{1}{4} + \frac{17}{60} = -\frac{8}{15}$

c)  $-\frac{15}{7} : 3 - \frac{2}{7} = -\frac{15}{21} - \frac{2}{7} = -1$

d)  $\frac{3}{2} : \frac{1}{4} - \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{7} = 6 - \frac{1}{5} = \frac{29}{5}$

e)  $\frac{1}{2} + \frac{11}{12} : \left( -\frac{1}{2} \right) \cdot \frac{6}{5} = \frac{1}{2} - \frac{11}{5} = -\frac{17}{10}$

## 5. Números decimales.

### 5. Números decimales

Los números decimales expresan cantidades con unidades incompletas.

Un número decimal tiene una **parte entera**, situada a la izquierda de la coma, y una **parte decimal**, situada a la derecha.

PARTE ENTERA		PARTE DECIMAL			
Decenas	Unidades	décimas	centésimas	milésimas	diezmilésimas
3	7,	0	9	0	7

37,0907 → Treinta y siete unidades novecientas siete diezmilésimas

## 5. Números decimales.

### Tipos de números decimales

- Un número decimal es **exacto** cuando tiene un número finito de cifras decimales.
- Un número decimal es **periódico** si tiene infinitas cifras decimales y, además, una o varias de ellas se repiten periódicamente. La cifra o grupo de cifras que se repiten se llama **periodo**.
  - Si el periodo empieza inmediatamente después de la coma, es un decimal **periódico puro**.
  - En caso contrario, es un decimal **periódico mixto** y la cifra o cifras decimales que no se repiten se llama **anteperíodo**.
- Un número decimal es **no exacto y no periódico** si tiene infinitas cifras decimales y ninguna de ellas se repite periódicamente.

230,5̄6̄9  
Periodo  
Antiperíodo

Para abreviar la escritura de los decimales periódicos colocamos un arco sobre las cifras del periodo.

$$1,666\ldots = 1,\overline{6}$$

$$1,0666\ldots = 1,0\overline{6}$$

$$1,060606\ldots = 1,\overline{06}$$

## 5. Números decimales.

## EJEMPLO

$$12. \frac{5}{3} \rightarrow \begin{array}{r} 5 \\ 20 \\ 20 \\ 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 \\ 1,66\dots \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} \text{Decimal} \\ \text{periódico} \\ \text{puro} \end{array}$$

$$\frac{16}{15} \rightarrow \begin{array}{r} 16 \\ 100 \\ 100 \\ 10 \end{array} \left| \begin{array}{l} 15 \\ 1,066\dots \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} \text{Decimal} \\ \text{periódico} \\ \text{mixto} \end{array}$$

$$\frac{7}{5} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \\ 20 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 1,4 \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} \text{Decimal} \\ \text{exacto} \end{array}$$

$$\sqrt{2} = 1,4142135\dots \rightarrow \begin{array}{l} \text{Decimal} \\ \text{no exacto y} \\ \text{no periódico} \end{array}$$

38 Indica la parte entera, la parte decimal, el periodo y el antiperíodo.

- a) 0,333...    b) 3,37888...    c) 0,012333...

- |   |  |  |
|---|--|--|
| a) Parte entera: 0<br>Parte decimal: 333...<br>Periodo: 3<br>Antiperíodo: no hay. | b) Parte entera: 3<br>Parte decimal: 37888...<br>Periodo: 8<br>Antiperíodo: 37 | c) Parte entera: 0<br>Parte decimal: 012333...<br>Periodo: 3<br>Antiperíodo: 012 |
|---|--|--|

39 Clasifica estos números.

- a) 1,222...    b) 34,45666...    c) 125,6

- a) Decimal periódico puro.  
b) Decimal periódico mixto.  
c) Decimal exacto.

40 Completa hasta diez cifras decimales.

- a) 1,347347...    c) 3,2666...  
b) 2,7474...    d) 0,253737...

- a) 1,3473473473...    c) 3,2666666666...  
b) 2,7474747474...    d) 0,2537373737...

## 6. Fracciones y números decimales.

### 6. Fracciones y números decimales

#### 6.1. Paso de fracción a número decimal

Cualquier fracción, dividiendo su numerador entre su denominador, puede expresarse mediante:

- Un número entero, si el numerador es múltiplo del denominador.
- Un número decimal exacto, cuando su denominador solo tiene como factores primos 2, 5 o ambos números.
- Un número decimal periódico, en el caso de que no ocurra ninguna de las condiciones anteriores.

Hay que simplificar las fracciones antes de aplicar estas reglas.

## 6. Fracciones y números decimales.

### EJEMPLO

13. Determina el tipo de número que expresan estas fracciones.

$$\frac{8}{4} \xrightarrow{8 \text{ es múltiplo de } 4} \text{Número entero}$$

$$-\frac{7}{8} \xrightarrow{8 = 2^3. \text{ Solo factor } 2} \text{Número decimal exacto}$$

$$\frac{7}{25} \xrightarrow{25 = 5^2. \text{ Solo factor } 5} \text{Número decimal exacto}$$

$$-\frac{69}{30} = -\frac{23}{10} \xrightarrow{10 = 2 \cdot 5. \text{ Solo factores } 2 \text{ y } 5} \text{Número decimal exacto}$$

$$\frac{13}{30} \xrightarrow{30 = 2 \cdot 3 \cdot 5. \text{ Factores distintos de } 2 \text{ y } 5} \text{Número decimal periódico}$$

$$-\frac{46}{18} = -\frac{23}{9} \xrightarrow{9 = 3^2. \text{ Factores distintos de } 2 \text{ y } 5} \text{Número decimal periódico}$$

$$\frac{8}{4} = 2$$

$$-\frac{7}{8} = -0,875$$

$$\frac{7}{25} = 0,28$$

$$-\frac{69}{30} = -2,3$$

$$\frac{13}{30} = 0,4\bar{3}$$

$$-\frac{46}{18} = -2,\bar{5}$$

Si un número es decimal periódico y la descomposición factorial del denominador no contiene ni a 2 ni a 5, se trata de un decimal periódico puro.

Si contiene a 2 o a 5, además de otros factores, se trata de un decimal periódico mixto.

### 6.2. Paso de número decimal a fracción

La fracción generatriz de un número decimal es la fracción irreducible tal que, al dividir el numerador entre el denominador, el resultado es ese número decimal.

## 6. Fracciones y números decimales.

- 42** Clasifica estas fracciones según se expresen como un número entero, decimal exacto o periódico.

a)  $\frac{5}{3}$

d)  $\frac{175}{25}$

g)  $-\frac{85}{17}$

b)  $\frac{7}{6}$

e)  $\frac{111}{240}$

h)  $-\frac{84}{210}$

c)  $\frac{9}{5}$

f)  $\frac{17}{6}$

i)  $-\frac{-346}{-222}$

a) Periódico.

b) Periódico.

c) Decimal exacto.

d)  $\frac{175}{25} = 7 \rightarrow$  Entero.

e)  $\frac{111}{240} = \frac{37}{80} \rightarrow$  Decimal exacto.

f) Periódico.

g)  $-\frac{85}{17} = -5 \rightarrow$  Entero.

h)  $\frac{84}{210} = \frac{2}{5} \rightarrow$  Decimal exacto.

i)  $\frac{-346}{-222} = \frac{173}{111} \rightarrow$  Periódico.

- 43** Escribe dos fracciones que expresen:

a) Un número decimal exacto.

b) Un número decimal periódico.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $\frac{5}{10}$  y  $\frac{26}{25}$

b)  $\frac{5}{9}$  y  $\frac{50}{7}$

- 44 REFLEXIONA.** Una fracción cuyo numerador no es múltiplo del denominador y cuyo denominador tiene factores distintos de 2 y 5, ¿qué tipo de número decimal expresa?

Expresa un número decimal periódico.

## 6. Fracciones y números decimales.

### Cómo se expresa un número decimal exacto mediante una fracción

Expresa estos números decimales mediante su fracción generatriz.

- a) 5,55      b) -4,004

La fracción generatriz de un número decimal negativo es siempre una fracción negativa. Si el número decimal es positivo, su fracción generatriz será positiva.

① El denominador de la fracción será la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

② El numerador de la fracción será la parte entera y decimal del número sin la coma.

③ Escribimos la fracción y hallamos su fracción irreducible.

a) 5,55 → 2 cifras decimales

Denominador: 100

5,55 → Numerador: 555

b) -4,004 → 3 cifras decimales

Denominador: 1 000

-4,004 → Numerador: -4 004

$$\frac{555}{100} = \frac{111}{20}$$

Simplificamos la fracción.

$$\frac{-4\,004}{1\,000} = -\frac{1001}{250}$$

La fracción generatriz de 5,55 es  $\frac{111}{20}$ .

La fracción generatriz de -4,004 es  $-\frac{1001}{250}$ .

## 6. Fracciones y números decimales.

- 45** Escribe estos números decimales en forma de fracción. ¿Puedes escribir otra fracción que represente los mismos números?

- a) 9,52    c) 58,19    e) 672,4    g) 1,759  
 b) 6,324    d) 62,41    f) 32,87    h) 126,9

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{952}{100} = \frac{238}{25} & \text{e)} \frac{6724}{10} = \frac{3362}{5} \\ \text{b)} \frac{6324}{1000} = \frac{1581}{250} & \text{f)} \frac{3287}{100} = \frac{6574}{200} \\ \text{c)} \frac{5819}{100} = \frac{11638}{200} & \text{g)} \frac{1759}{1000} = \frac{3518}{2000} \\ \text{d)} \frac{6241}{100} = \frac{12482}{200} & \text{h)} \frac{1269}{10} = \frac{2538}{20} \end{array}$$

- 46** Expresa los siguientes números decimales mediante su fracción generatriz. ¿Cuáles son los divisores del denominador?

- a) 16,4    c) 9,83    e) 74,85    g) 0,625  
 b) 21,34    d) 14,32    f) 965,2    h) 0,008

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{82}{5} \rightarrow \text{Div}(5) = \{1, 5\} & & \text{e)} \frac{1497}{20} \rightarrow \text{Div}(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\} \\ \text{b)} \frac{1067}{50} \rightarrow \text{Div}(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\} & \text{f)} \frac{4826}{5} \rightarrow \text{Div}(5) = \{1, 5\} & \\ \text{c)} \frac{983}{100} \rightarrow & & \text{g)} \frac{5}{8} \rightarrow \text{Div}(8) = \{1, 2, 4, 8\} \\ & \rightarrow \text{Div}(100) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\} & \text{h)} \frac{1}{125} \rightarrow \text{Div}(125) = \{1, 5, 25, 125\} \\ \text{d)} \frac{358}{25} \rightarrow \text{Div}(25) = \{1, 5, 25\} & & \end{array}$$

Como son decimales exactos, solo tienen los factores 1, 2, 5 en su denominador.

## 6. Fracciones y números decimales.

- 47) Calcula fracciones equivalentes con denominador 100 y relaciona cada fracción generatriz con el correspondiente número decimal.

$\frac{9}{4}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{25}{4}$	$\frac{31}{25}$
0,35	1,24	2,25	6,25

- 48) En cada caso, completa una tabla como la siguiente, indicando la parte entera y la parte decimal de cada número. Despues, exprésalos en forma de fracción y ordénalos de menor a mayor.

D	U	d	c	m	dm

- a) 4,723; 4,72; 4,7239; 4,732
- b) 7,1; 7,19; 7,119; 7,111
- c) 6,48; 6,47; 6,475; 6,479
- d) 5,21; 5,201; 5,2205; 5,209

a)  $\frac{9}{4} = \frac{225}{100} \rightarrow 2,25$

b)  $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} \rightarrow 0,35$

c)  $\frac{25}{4} = \frac{625}{100} \rightarrow 6,25$

d)  $\frac{31}{25} = \frac{124}{100} \rightarrow 1,24$

a)	D	U	d	c	m	dm
4,723	0	4	7	2	3	0
4,72	0	4	7	2	0	0
4,7239	0	4	7	2	3	9
4,732	0	4	7	3	2	0

En forma de fracción:  
 $\frac{4723}{1000}, \frac{118}{25}, \frac{47239}{10000}, \frac{1183}{250}$

Orden:  
 $4,72 < 4,723 < 4,7239 < 4,732$

b)	D	U	d	c	m	dm
7,1	0	7	1	0	0	0
7,19	0	7	1	9	0	0
7,119	0	7	1	1	9	0
7,111	0	7	1	1	1	0

En forma de fracción:  
 $\frac{71}{10}, \frac{719}{100}, \frac{7119}{1000}, \frac{7111}{1000}$

Orden:  
 $7,1 < 7,111 < 7,119 < 7,19$

## 6. Fracciones y números decimales.

C)	D	U	d	c	m	dm
6,48	0	6	4	8	0	0
6,47	0	6	4	7	0	0
6,475	0	6	4	7	5	0
6,479	0	6	4	7	9	0

En forma de fracción:

$$\frac{162}{25}, \frac{647}{100}, \frac{259}{40}, \frac{6479}{1000}$$

Orden:

$$6,47 < 6,475 < 6,479 < 6,48$$

- 49) Realiza estas operaciones de números decimales, expresándolos previamente en forma de fracción.

- a)  $5,2 + 16,3 - 4,9$
- b)  $6,3 + 1,42 + 12,37$
- c)  $0,4 \cdot 1,2 \cdot 0,03$
- d)  $1,6 : 2,4 - 3,2$
- e)  $5,7 - 4,8 : (1,3 + 1,2)$
- f)  $3,1 \cdot 7 - 4,2 : 2$
- g)  $(0,6 - 0,02) : 0,05 - 11$
- h)  $2,125 \cdot 1,2 + 0,6 \cdot 4,5$
- i)  $((3 + 4,2) \cdot 6,3) : 0,06$

d)	D	U	d	c	m	dm
5,21	0	5	2	1	0	0
5,201	0	5	2	0	1	0
5,2205	0	5	2	2	0	5
5,209	0	5	2	0	9	0

En forma de fracción:

$$\frac{521}{100}, \frac{5201}{1000}, \frac{10441}{2000}, \frac{5209}{1000}$$

Orden:

$$5,201 < 5,209 < 5,21 < 5,2205$$

$$\begin{aligned} a) \frac{52}{10} + \frac{163}{10} - \frac{49}{10} &= \frac{166}{10} = \\ &= \frac{83}{5} = 16,6 \end{aligned}$$

$$b) \frac{63}{10} + \frac{142}{100} + \frac{1237}{100} = \frac{2009}{100} = 20,09$$

$$c) \frac{4}{10} \cdot \frac{12}{10} \cdot \frac{3}{100} = \frac{144}{10000} = 0,0144$$

$$d) \frac{16}{10} : \frac{24}{10} - \frac{32}{10} = -\frac{38}{15} = -2,5\bar{3}$$

$$e) \frac{57}{10} - \frac{48}{10} : \left( \frac{13}{10} + \frac{12}{10} \right) = \frac{189}{50} = 3,78$$

$$\begin{aligned} f) \frac{31}{10} \cdot 7 - \frac{42}{10} : 2 &= \frac{217}{10} - \frac{42}{20} = \\ &= \frac{392}{20} = \frac{98}{5} = 19,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g) \left( \frac{6}{10} - \frac{2}{100} \right) : \frac{5}{100} - 11 &= \\ &= \frac{58}{5} - 11 = \frac{3}{5} = 0,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h) \frac{2125}{1000} \cdot \frac{12}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{45}{10} &= \frac{51}{20} + \frac{27}{10} = \\ &= \frac{21}{4} = 5,25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i) \left( \left( 3 + \frac{42}{10} \right) \cdot \frac{63}{10} \right) : \frac{6}{100} &= \\ &= \frac{1134}{25} \cdot \frac{6}{100} = 756 \end{aligned}$$

## 6. Fracciones y números decimales.

### Cómo se expresa un número decimal periódico puro mediante una fracción

① Llamamos  $A$  al número decimal.

② Multiplicamos esa igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene su parte periódica.

③ Restamos a ese resultado el número decimal periódico de partida.

④ Despejamos  $A$ .

$$A = 4.\overline{3}$$

Parte periódica: 3

1 cifra decimal periódica

$$\begin{array}{r} 10 \cdot A = 10 \cdot 4.\overline{3} \\ 10A = 43.\overline{3} \end{array}$$

$$10A = 43.\overline{3}$$

$$\begin{array}{r} 10A = 43.\overline{3} \\ - A = 4.\overline{3} \\ \hline 9A = 39 \end{array}$$

$$A = \frac{39}{9} = \frac{13}{3}$$

Simplificamos la fracción.

La fracción generatriz de  $4.\overline{3}$  es  $\frac{13}{3}$ .

$$A = 9.\overline{36}$$

Parte periódica: 36

2 cifras decimales periódicas

$$\begin{array}{r} 100 \cdot A = 100 \cdot 9.\overline{36} \\ 100A = 936.\overline{36} \end{array}$$

$$100A = 936.\overline{36}$$

$$\begin{array}{r} 100A = 936.\overline{36} \\ - A = 9.\overline{36} \\ \hline 99A = 927 \end{array}$$

$$b) 9.\overline{36}$$

Al hacer la resta todas las cifras decimales se cancelan.

$$A = \frac{927}{99} = \frac{103}{11}$$

La fracción generatriz de  $9.\overline{36}$  es  $\frac{103}{11}$ .

## 6. Fracciones y números decimales.

- 50** Expresa estos decimales mediante su fracción generatriz. Despues, divide el numerador entre el denominador y comprueba que lo has hecho bien.

a) $3,\hat{6}$	c) $42,\hat{5}\bar{1}$	e) $7,\overline{13}\bar{2}$
b) $27,\hat{5}$	d) $71,\hat{8}\bar{2}$	f) $0,\overline{34}\bar{6}5$

- 51** Expresa los números decimales en forma de fracción y ordénalos de menor a mayor.

a) $6,\hat{4}5$ ; $6,\overline{4}5\bar{1}$ ; $6,\overline{4}5\bar{6}$
b) $13,\hat{2}\bar{1}$ ; $13,\overline{2}0\bar{1}$ ; $13,\overline{2}1\bar{0}$
c) $4,\overline{7}3$ ; $4,\overline{7}3\bar{9}$ ; $4,\overline{7}3\bar{7}$
d) $0,\overline{3}2$ ; $0,\overline{3}2\bar{2}$ ; $0,\overline{3}2\bar{2}3$

- 52** Calcula el resultado de las siguientes operaciones, expresando cada número decimal como una fracción.

a) $1,\hat{3} + 0,\hat{8}$	c) $22,\hat{5}\bar{1} \cdot 4,\hat{1}$
b) $1,\overline{1}4\bar{8} - 0,\hat{1}$	d) $30,\overline{0}2 : 3$

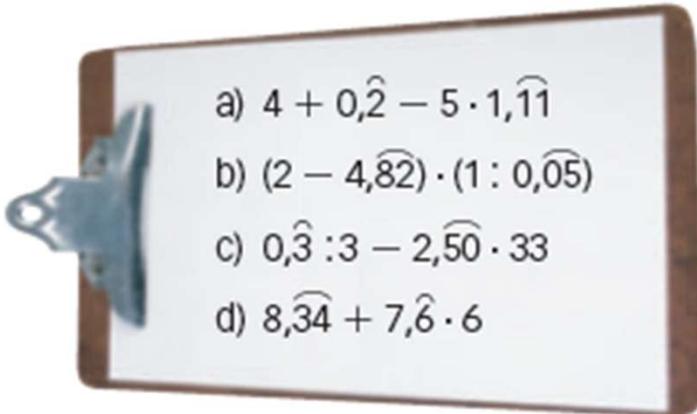
a) $\frac{11}{3}$	c) $\frac{4\,209}{99}$	e) $\frac{7\,125}{999}$
b) $\frac{248}{9}$	d) $\frac{7\,111}{99}$	f) $\frac{3\,465}{9\,999}$

a) $\frac{639}{99}, \frac{6\,445}{999}, \frac{6\,450}{999} \rightarrow$ $\rightarrow \frac{6\,445}{999} < \frac{639}{99} < \frac{6\,450}{999}$	c) $\frac{469}{99}, \frac{4\,735}{999}, \frac{4\,733}{999} \rightarrow$ $\rightarrow \frac{469}{99} < \frac{4\,733}{999} < \frac{4\,735}{999}$
b) $\frac{1308}{99}, \frac{13\,188}{999}, \frac{13\,197}{999} \rightarrow$ $\rightarrow \frac{13\,188}{999} < \frac{13\,197}{999} < \frac{1308}{99}$	d) $\frac{32}{99}, \frac{322}{999}, \frac{3\,223}{9\,999} \rightarrow$ $\rightarrow \frac{322}{999} < \frac{3\,223}{9\,999} < \frac{32}{99}$

a) $\frac{4}{3} + \frac{8}{9} = \frac{20}{9}$	c) $\frac{743}{33} \cdot \frac{37}{9} = \frac{27\,491}{297}$
b) $\frac{31}{27} - \frac{1}{9} = \frac{28}{27}$	d) $\frac{2972}{99} : 3 = \frac{2972}{297}$

## 6. Fracciones y números decimales.

- 53) Realiza estas operaciones combinadas con números decimales.



$$\text{a)} 4,\hat{2} - 5 \cdot \frac{10}{9} = \frac{38}{9} - \frac{50}{9} = -\frac{12}{9} = -\frac{4}{3} = -1,\hat{3}$$

$$\text{b)} \left(2 - \frac{478}{99}\right) \cdot \left(1 : \frac{5}{99}\right) = \frac{280}{99} \cdot \frac{99}{5} = 56$$

$$\text{c)} \frac{1}{3} : 3 - \frac{248}{99} \cdot 33 = \frac{1}{9} - \frac{248}{3} = -\frac{743}{9} = -82,\hat{5}$$

$$\text{d)} \frac{826}{99} + \frac{23}{3} \cdot 6 = \frac{5380}{99} = 54,\widehat{34}$$

Cómo se expresa un número decimal periódico mixto mediante una fracción

Calcula la fracción generatriz del número  $7,2\widehat{43}$ .

## 6. Fracciones y números decimales.

① Llamamos  $A$  al número decimal.

$$A = 7,2\overline{43}$$

② Multiplicamos esa igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene su parte periódica y no periódica.

1 cifra decimal no periódica y 2 cifras periódicas

$$\begin{aligned} 1000 \cdot A &= 1000 \cdot 7,2\overline{43} \\ 1000A &= 7243,\overline{43} \end{aligned}$$

③ Multiplicamos la igualdad inicial por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene su parte decimal no periódica.

1 cifra decimal no periódica

$$\begin{aligned} 10 \cdot A &= 10 \cdot 7,2\overline{43} \\ 10A &= 72,\overline{43} \end{aligned}$$

④ Restamos los resultados obtenidos.

$$\begin{array}{r} 1000A = 7243,\overline{43} \\ - 10A = 72,\overline{43} \\ \hline 990A = 7171 \end{array}$$

⑤ Despejamos  $A$ .

$$A = \frac{7171}{990} \quad \text{La fracción es irreducible.}$$

La fracción generatriz de  $7,2\overline{43}$  es  $\frac{7171}{990}$ .

Al hacer la resta se cancelan todas las cifras decimales.

## 6. Fracciones y números decimales.

- 54 Señala el periodo y el anteperíodo de estos números decimales. Despues, exprésalos mediante su fracción generatriz.

a)  $12,2\hat{3}$

e)  $7,32\hat{4}5$

b)  $2,24\hat{6}$

f)  $9,05\hat{8}5$

c)  $3,8\hat{3}\bar{5}$

g)  $4,57\hat{3}4$

d)  $8,4\hat{2}\bar{1}$

h)  $62,00\hat{1}5$

- 55 Resuelve las siguientes operaciones, expresando los números decimales en forma de fracción.

a)  $51,4\hat{7}6 - 26,6\hat{4}7$

b)  $2,16\hat{2}3 + 2,0\hat{3}8$

c)  $3,\hat{6}4 + 2,\hat{3}5$

d)  $3,70\hat{5}2 + 1,3\hat{9}8 - 2,6\hat{3}4$

e)  $6,\hat{7}1 \cdot (-3)$

f)  $(1,\hat{2} + 0,\hat{5}) : 0,5625$

g)  $-2 \cdot (0,\hat{7}5 - 0,\hat{1})$

a) Periodo: 3

Anteperíodo: 2

Fracción generatriz:  $\frac{367}{30}$

b) Periodo: 6

Anteperíodo: 24

Fracción generatriz:  $\frac{337}{150}$

c) Periodo: 35

Anteperíodo: 8

Fracción generatriz:  $\frac{3797}{990}$

d) Periodo: 21

Anteperíodo: 4

Fracción generatriz:  $\frac{2779}{330}$

e) Periodo: 45

Anteperíodo: 32

Fracción generatriz:  $\frac{8057}{1100}$

f) Periodo: 585

Anteperíodo: 0

Fracción generatriz:  $\frac{2011}{222}$

g) Periodo: 4

Anteperíodo: 573

Fracción generatriz:  $\frac{41161}{9000}$

h) Periodo: 15

Anteperíodo: 00

Fracción generatriz:  $\frac{40921}{660}$

a)  $\frac{50962}{990} - \frac{26381}{990} = \frac{24581}{990}$

e)  $\frac{665}{99} \cdot (-3) = -\frac{665}{33}$

b)  $\frac{21407}{9900} + \frac{1835}{900} = \frac{41592}{9900} = \frac{3466}{825}$

f)  $\left(\frac{11}{9} + \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{5625}{10000} = \frac{16}{9} \cdot \frac{9}{16} =$

c)  $\frac{328}{90} + \frac{212}{90} = \frac{540}{90} = 6$

$= \frac{256}{81}$

d)  $\frac{36682}{9900} + \frac{1385}{990} - \frac{2608}{990} = \frac{6113}{2475}$

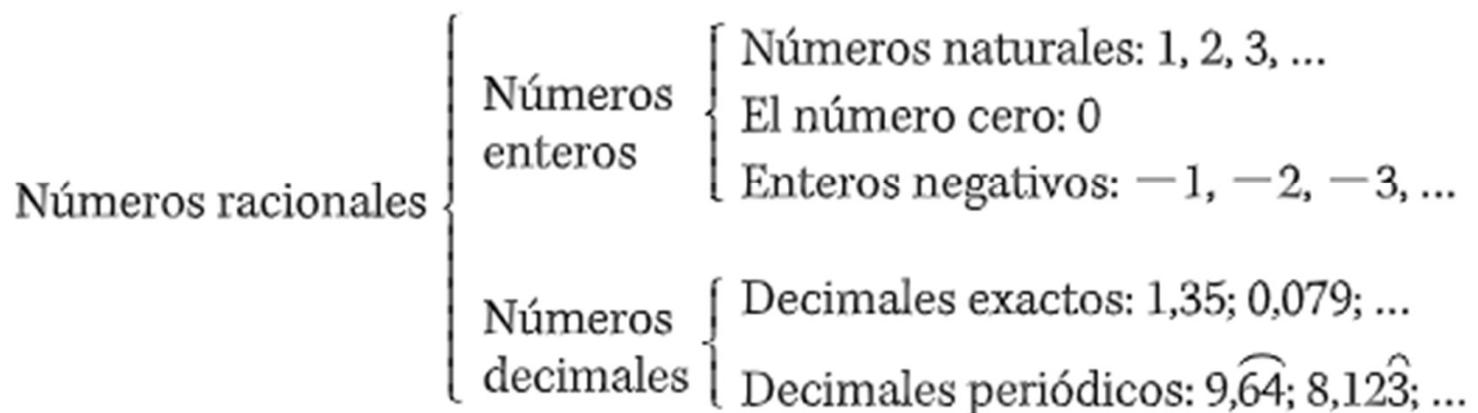
g)  $-2 \cdot \left(\frac{75}{99} - \frac{1}{9}\right) = -2 \cdot \frac{64}{99} = -\frac{128}{99}$

## 7. Números racionales.

### 7. Números racionales

El conjunto de todos los números que se pueden expresar mediante fracciones se llama conjunto de los **números racionales** y se representa por  $\mathbb{Q}$ .

Los números naturales, los enteros, los decimales exactos y los decimales periódicos se pueden expresar mediante fracciones.



Los números decimales no exactos y no periódicos no se pueden expresar mediante una fracción y, por tanto, no son racionales. Se denominan **números irracionales**.

## 7. Números racionales.

### EJEMPLO

14. Clasifica los siguientes números. Ten en cuenta que cada uno de ellos puede pertenecer a varios conjuntos.

- a) 7,24 → Es un número racional, decimal exacto.
- b)  $5,3\hat{6}$  → Es un número racional, decimal periódico mixto.
- c)  $\frac{7}{3} = 2,\hat{3}$  → Es un número racional, decimal periódico puro.
- d)  $\frac{-12}{3} = -4$  → Es un número racional, entero.
- e)  $\frac{18}{3} = 6$  → Es un número racional, entero, natural.
- f)  $12,\widehat{351}$  → Es un número racional, decimal periódico puro.
- g) 1,010010001... → Es un número irracional.
- h)  $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$  → Es un número irracional.

## 7. Números racionales.

**56** Di todos los conjuntos a los que pertenecen los siguientes números.

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| a) $1,1121231234\dots$ | f) $-3,2\hat{4}$       |
| b) $5,\hat{2}$         | g) $0,1819202122\dots$ |
| c) $72,002002002\dots$ | h) $8,\widehat{431}$   |
| d) $\frac{-297}{99}$   | i) $\frac{17}{4}$      |
| e) $\frac{131}{25}$    | j) $\frac{126}{-7}$    |

- |   |  |
|---|--|
| a) Es un número irracional.                       | f) Es un número racional, decimal periódico mixto. |
| b) Es un número racional, decimal periódico puro. | g) Es un número irracional.                        |
| c) Es un número racional, decimal periódico puro. | h) Es un número racional, decimal periódico puro.  |
| d) Es un número racional, entero negativo.        | i) Es un número racional, decimal exacto.          |
| e) Es un número racional, decimal exacto.         | j) Es un número racional, entero negativo.         |

**57** Indica tres números que pertenezcan a los siguientes grupos.

- Racional y decimal periódico puro, que esté comprendido entre 1 y 3.
- Racional y decimal periódico mixto, que esté comprendido entre 10 y 11.
- Irracional, que esté comprendido entre 7 y 8.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- $2,\widehat{50}; 1,\hat{9}$  y  $2,\hat{1}$
- $10,0\overline{50}; 10,8\widehat{9}$  y  $10,5\overline{51}$
- $7,123456\dots; 7,919911999111\dots$   
y  $7,112233\dots$

**58 REFLEXIONA.** Escribe tres números irracionales cuyo valor absoluto sea menor que 1.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- $0,010110111\dots; -0,1234\dots$  y  $0,1234\dots$

